

Date #

(ent by sh)







قیمت	روپیہ	آنہ
سیکڑہ عثمانیہ		
سیکڑہ انگریزی		



# سلسلہ رسائل اسلامیہ

## مساحت

حصہ اول

01  
Re

پیر پانٹ کی کتاب مینسوریشن حصہ اول کا ترجمہ  
انجینئرنگ اور میٹریکولیشن کے لیے

مترجمہ

مولوی محمد عزیز الرحمن صبا بی۔ اے (عثمانیہ) ایم۔ ایس سی (ڈھاکہ)

لیکچرر سائنس انٹرمیڈیٹ کالج (اورنگ آباد - کون)

۱۳۴۸ھ ۱۳۳۸ھ ۱۹۲۹ء

طبع خانہ عثمانیہ





یہ کتاب مسر ز لانگ انس گرین اینڈ کمپنی کی اجازت سے  
جنھیں حق اشاعت حاصل ہے اردو میں ترجمہ  
کر کے طبع و شائع کی گئی ہے

620  
پ 41 م

# فہرست مضامین

مساحت

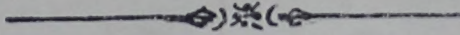
حصہ اول

صفحہ	مضمون
	علامات
۱	باب اول - تمہید - پیمانے
۷	باب دوم - مستطیل
۲۶	باب سوم - اثنا عشریہ
۳۵	باب چہارم - قائم الزاویہ مثلث
۴۹	باب پنجم - کوئی سا مثلث
۷۲	باب ششم - متوازی الاضلاع
۸۶	باب ہفتم - ذواربۃ الاضلاع یا چار ضلعی شکل
۱۰۳	باب ہشتم - منتظم کثیر الاضلاع
۱۲۳	باب نہم - غیر منتظم مستقیم ضلعی شکلیں
۱۳۵	باب دہم - پیمائش بیاض
۱۵۰	باب یازدہم - تشابہ اشکال - ان کا طول
۱۶۰	باب دوازدہم - دائرہ - محیط اور رقبہ
۱۸۵	باب سیزدہم - دائرہ: وتر اور قوس



صفحہ	مضمون
۲۰۲	باب چہارم - قطعہ دائرہ اور قطاع دائرہ
۲۲۶	باب پانزدہم - مثلثوں کے اندرونی اور بیرونی دائرے
۲۳۶	باب شانزدہم - سپرن کا قاعدہ
۲۴۴	باب سترہم - متشابہ اشکال - رقبہ
۲۵۳	باب ہشودہم - سوالات حل کرنے کے لیے اشارات اور ضابطوں کا مجموعہ
۲۶۵	جوابات

مساحت



# علامات

علامت + سے مراد مثبت	علامت :- سے مراد اس لیے
منفی	چونکہ
ضرب	زاویہ
تقسیم	مثلث
جذر المربع	بڑا ہے
مساوی	چھوٹا ہے





بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

# مساحت

حصہ اول

باب اول

تمہید۔ پیمانے

۱۔ مساحت وہ علم ہے جس میں خطوط کے طول، سطحوں کے رقبے اور محبات کے حجموں سے بحث کی جاتی ہے۔

۲۔ کسی قسم کی مقدار کو ناپنا ہو تو یہ ضروری امر ہے کہ اس کا مقابلہ اور اظہار اسی قسم کی ایسی چند مقررہ مقداروں میں کیا جائے جن کا کہ رواج عام ہو گیا ہے اور جو اکائیاں کہلاتی ہیں۔ مثلاً طول کے ناپنے کے لیے فٹ کی اکائی استعمال کی جاسکتی ہے۔ اسی طرح وزن کے تعین کے لیے اکائی پونڈ کا استعمال ہو سکتا ہے۔

۳۔ ہر قسم کی مقدار کو ناپنے کے لیے چند اکائیوں پر اتفاق کر لینے میں سہولت ہوتی ہے۔ مثلاً اگر ہم کسی بہت ہی وسیع رقبہ کو ناپ رہے ہوں تو مربع انچ یا مربع فٹ کی اکائیاں استعمال کرنے سے ایکڑ یا مربع میل کی اکائیاں استعمال کرنا زیادہ سوزوں ہوگا۔

۴۔ اکثر اوقات ہمیں طول، رقبہ یا حجم کی متناظر اکائیاں استعمال کرنے میں سہولت ہوگی۔ اگر ہم طول کی کوئی اکائی لے کر اس پر مربع بنائیں تو اس مربع کا رقبہ، رقبہ کی



وہ اکائی ہوگا جو طول کی مفروضہ اکائی کے متناظر ہے۔ اور اس مربع کو قاعدہ مان کر اگر ایک مکعب بنایا جائے تو اس مکعب کا حجم، حجم کی وہ اکائی ہوگا جو طول کی مفروضہ اکائی کے متناظر ہے۔

اس طرح مربع فٹ اور مکعب فٹ طولی فٹ کے متناظر ہیں۔

۵۔ ذیل میں طول اور رقبہ کی ان اکائیوں کی جدہ لیں دی جاتی ہیں جو علم مساحت میں عام طور سے مستعمل ہیں۔

### خطی ناپ (انگریزی)

۱۲ انچ = ۱ فٹ

۳ فٹ = ۱ گز

۵ ۱/۲ گز = ۱ راڈ، پول یا پرج (Perch)

۳۰ پول = ۱ فرلانگ

۸ فرلانگ یا ۶۰ ۱/۲ گز = ۱ میل

۳ میل = ۱ لیگ

### رقبہ کے پیمانے (انگریزی)

۱۴۴ مربع انچ = ۱ مربع فٹ

۹ مربع فٹ = ۱ مربع گز

۳۰ ۱/۲ مربع گز = ۱ مربع راڈ پول یا پرج (Perch)

۴۰ مربع پول = ۱ اردو

۴ اردو یا ۴۰ ۳۰ ۱/۲ مربع گز = ۱ ایکر (Acre)

زمینات کی پیمائش کے لیے عموماً بطور اکائی کے ایک زنجیر استعمال کی جاتی ہے جس کا طول ۲۲ گز ہوتا ہے اور اس میں ۱۰۰ اکڑیاں ہوتی ہیں اس زنجیر کو گنٹر کی زنجیر (Gunter's chain) کہتے ہیں۔

اس طرح جداول بالا کے تحت کے طور پر ہیں حسب ذیل دیگر اکائیاں

حاصل ہونگی۔

۱۰۰ کڑی (لنک) یا ۲۲ گز = ازنجیر  
 اور ۱۰۰۰ مربع کڑی (مربع لنک) = مربع ازنجیر  
 ۱۰ مربع ازنجیر = ایک

خطی ناپ (برطانوی ہند)

۸ گز = ۱ ہاتھ

۲ ہاتھ = ۱ گز

۱/۲ گز = ۱ لاکھ

۲۰ لاکھ یا ۵۵۱۵۵ انگریزی گز = اراسی یا جریب

رقبہ کے پیمانے (برطانوی ہند)

۲۰ بسواہی = ۱ بسوا

۲۰ بسوا یا مربع راسی = ابکیہ

اس لیے ابکیہ = (۵۵ × ۵۵) انگریزی مربع گز

= ۳۰۲۵ انگریزی مربع گز

= ۵/۸۰ ایکڑ

لیکن مختلف اضلاع میں بیگمے کا رقبہ مختلف ہوتا ہے۔

توضیحی مثالیں

مثال ۱:۔ بتاؤ کہ ۲ میل ۶ فرسنگ ۲۰ پول کتنے گز کے برابر ہے۔

۲ میل ۶ فرسنگ ۲۰ پول

$$\begin{array}{r} 4400 \\ + 220 \\ \hline 4620 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4620 \\ + 20 \\ \hline 4640 \end{array}$$

۴۶۴۰ پول



$$\begin{array}{r} 5 \frac{1}{2} \\ 9100 \\ 910 \\ \hline 9410 \end{array}$$

مثال ۱۲۔ ۳۲۵۶۰۸ پنچ کو میلوں میں تحويل کرو۔

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 325608} \\ 3 \overline{) 24132} \\ \hline 9024 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 11) 18088 \text{ نصف گز} \\ 30) 1633 \text{ پول} \\ 8) 31 \text{ فرلانگ} \\ 5 \text{ سیل} \end{array}$$

۳۲۵۶۰۸ پنچ = ۵ میل ۱ فرلانگ ۲ پول ۲ گز ۲ فنٹ

مثال ۱۳۔ بتاؤ کہ ۳ ایکڑ ۲ روڈ ۴ مربع پول ۱۰ مربع گز کے کتنے مربع فنٹ

ہوں گے؟

۳ ایکڑ ۲ روڈ ۴ مربع پول ۱۰ مربع گز

$$\begin{array}{r} 3 \text{ روڈ} \leftarrow 12 = 2 + 10 \\ 30 \\ 563 = 12 + 551 \\ 30 \frac{1}{2} \\ 10230 \\ 123 \frac{1}{2} \\ 16263 \frac{1}{2} \text{ مربع گز} \\ 9 \\ 156261 \frac{1}{4} \text{ مربع فنٹ} \end{array}$$

مثال ۱۴۔ ۳۲۶۰۰ مربع فنٹ کو ایکڑ میں تحويل کرو۔

۹) ۳۸۳۲۶۰

۵ مربع فٹ — مربع گز — ۵۳۶۹۵

$$\begin{array}{r}
 ۳ \\
 ۱۱ \overline{) ۳۸۳۲۶۰} \\
 \underline{۱۱} \phantom{۰} \\
 ۱۲۱ \phantom{۰} \\
 \underline{۱۱} \phantom{۰} \\
 ۱۱ \phantom{۰} \\
 \underline{۱۱} \phantom{۰} \\
 ۰
 \end{array}
 \rightarrow \frac{1}{۱۱} \text{ مربع گز} = ۵ \text{ مربع فٹ گز}$$

۵ مربع پول — ۱۱ ایکڑ — ۳۸۳۲۶۰

∴ ۳۸۳۲۶۰ مربع فٹ = ۱۱ ایکڑ ۵ مربع پول  $\frac{1}{۱۱}$  مربع گز ۵ مربع فٹ

## امثلہ نمبری (۱)

- ۱ — ۳ فرلانگ ۵ پول ۳ گز کو گزوں میں تحويل کرو۔
- ۲ — ۲ میل ۴ فرلانگ  $\frac{1}{۱۱}$  گز کو فٹوں میں تحويل کرو۔
- ۳ — ۵ میل ۶ فرلانگ ۹ پول ۳ گز کو فٹوں میں بیان کرو۔
- ۴ — بتاؤ کہ ۶ میل کتنے زنجیر کے مساوی ہے ؟
- ۵ — ۳ ایکڑ ۲ روڈ کو مربع پول میں تحويل کرو۔
- ۶ — ۳ ایکڑ ۳ روڈ ۴ مربع پول کے مربع گز بناؤ۔
- ۷ — ۹ ایکڑ کو مربع زنجیروں میں بیان کرو۔
- ۸ — بتاؤ کہ ۹۸۴۳۳ فٹ میں کتنے میل، فرلانگ و غیرہ شریک ہیں ؟
- ۹ — ۳۸۹۲۹ مربع زنجیر کو ایکڑ میں تحويل کرو۔
- ۱۰ — ۸۹۴۶۷۱ مربع فٹ کے ایکڑ روڈ و غیرہ بناؤ۔
- ۱۱ — اگر ۵ گز افٹ ۶ پنچ لول کی اکائی مان لی جائے تو بتاؤ کہ ۳ فرلانگ ۲۰ پول کا تاپ کیا ہوگا ؟
- ۱۲ — اگر ۸ مربع گز کے رقبہ کو اکائی مانا جائے تو بتاؤ کہ  $\frac{1}{۱۱}$  ایکڑ کا تاپ کیا ہوگا ؟
- ۱۳ — اگر ۲ میل کا فاصلہ ۲۰ کے ماشی ہو تو بتاؤ کہ لول کی اکائی کیا ہونی چاہیے ؟
- ۱۴ — اگر ۵ ایکڑ رقبہ والے میدان کا تاپ ۴۰ ہو تو بتاؤ کہ رقبہ کی



اٹھائی کیا ہوتی چاہیے؟

## اشک نمبری (ب)

- ۱۵ — ۲ لائقہ ۲ گزوں کو گرہ میں تحویل کرو۔
- ۱۶ — ۳۰۰ گرہ کو لائقہ میں بیان کرو۔
- ۱۷ — ۱، ۱۵ راسی کے کتنے ہاتھ ہونگے؟
- ۱۸ — ۳۸۵ انگریزی گز کی گرہ بناؤ۔
- ۱۹ — بتاؤ کہ ۷۱ بیگہ میں کتنے بسوانسی ہونگے؟
- ۲۰ — ۵۳۲۱ بسوانسی کو بیگہ ۱ بسواس وغیرہ میں تحویل کرو۔
- ۲۱ — ۱ ایک کے کتنے بسوانسی ہونگے؟
- ۲۲ — ۲ ایک ۳ روڈ ۳۰ مربع پول کو بسواس میں تحویل کرو۔



# باب دوم

## مستطیل

۷۔ مستطیل وہ چار ضلعی شکل ہے جس کا ہر ایک زاویہ قائمہ ہو۔  
کسی مستطیل کے طول اور عرض کو اس کے ابعاد کہتے ہیں۔ پس



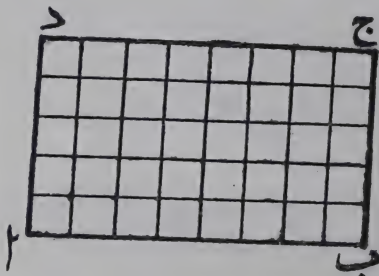
ا ب اور ب ج مستطیل ا ب ج د کے ابعاد ہیں۔

جب کسی مستطیل کے ابعاد ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں تو ایسی شکل کو مربع کہتے ہیں (دیکھو شکل) کسی شکل کے احاطہ سے اس کی سرحدوں کا مجموعہ مراد ہے۔



### مسئلہ (۱)

۸۔ مستطیل کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کے ابعاد دیے نہ ہوں۔



فرض کرو کہ ا ب ج د مستطیل وضع کے ایک کمرے کا نقشہ ہے جس میں ا ب د گز کے طول کو اور ب ج د گز کے



طول کو تقبیر کرتے ہیں۔ مطلوب یہ ہے کہ کمرہ کا رقبہ دریافت کریں۔

۱۔ اب کو ۵ مساوی حصوں میں اور ب ج کو ۵ مساوی حصوں میں تقسیم کرو۔ اس طرح الٹا میں کا ہر ایک حصہ ایک گز کو تقبیر کریگا۔

۲۔ اب میں کے نقاط تقسیم سے ب ج کے متوازی اور ب ج میں کے نقاط تقسیم سے ۱۔ ب کے متوازی خطوط اکھینچو۔ اب مستطیل ایسی ۵ قطاروں میں منقسم ہو جائیگا کہ ہر ایک قطار میں آٹھ ایسے مربعے ہونگے جن میں سے ہر ایک کا رقبہ ایک مربع گز ہوگا۔

دیکھو قطاروں کی تعداد وہی ہے جو ب ج میں گزوں کی تعداد ہے اور ہر قطار میں مربعوں کی تعداد وہی ہے جو اب میں گزوں کی تعداد ہے۔

∴ مستطیل میں  $۵ \times ۸ = ۴۰$  مربعے ہیں اور ہر مربع ایک مربع گز کو تقبیر کرتا ہے۔  
∴ مستطیل وضع کے کمرہ کا ناپ ۴۰ مربع گز ہے۔

اس صورت خاص سے ہم عام نتیجہ پر پہنچ سکتے ہیں۔

اگر کسی مستطیل کے ابعاد میں سے ایک کا ناپ کسی طولی اکائی کی رقم میں لے ہو اور دوسرے بعد کا اسی طولی اکائی میں لے ہو تو مستطیل کے رقبہ کا ناپ ہر رقبہ کی متناظر اکائی میں لے لیا ہوگا۔

پس قاعدہ۔

کسی مستطیل کے طول میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اس کے عرض میں کی اسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دیا جائے تو ہر رقبہ میں متناظر اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔

یا مختصراً — مستطیل کا رقبہ = طول  $\times$  عرض

$$ق = ل \times ع \dots\dots\dots (۱)$$

$$\therefore \text{مستطیل کا طول} = \frac{\text{رقبہ}}{\text{عرض}}$$

$$ل = \frac{ق}{ع} \dots\dots\dots (۲)$$

$$\frac{\text{رقبہ}}{\text{عرض}} = \text{اور مستطیل کا عرض}$$

$$\text{ع} = \frac{\text{ق}}{\text{ل}} \dots \dots (۳)$$

## صورتِ خاص

۹ — مربع

اس صورت میں ابعاد ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔ یعنی

طول = عرض = ضلع (مربع کا)

اب کسی مستطیل کا رقبہ = طول × عرض ..... دفعہ

∴ مربع کا رقبہ = ضلع × ضلع = (ضلع)²

$$\text{ق} = \text{ل}^2$$

∴ مربع کا ضلع =  $\sqrt{\text{رقبہ}}$

$$\text{ل} = \sqrt{\text{ق}}$$

پس قاعدہ —

کسی مربع کے ہر قبلہ میں مربع اکائیوں کی جو تعداد ہوتی ہے اُس کا جذر اُس کے ایک ضلع کی متناظر طولی اکائیوں کی

تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔

یا مختصراً —

$$\text{مربع کا ضلع} = \sqrt{\text{رقبہ}}$$

$$\text{ل} = \sqrt{\text{ق}}$$

۱۰ — طالب علم کو چاہیے کہ اس قسم کے مختصر طریق کتابت کا صحیح مفہوم ہمیشہ ذہن نشین رکھے۔ جب ہم کہتے ہیں کہ —



$$\text{رقبہ} = \frac{\text{مستطیل کا طول}}{\text{عرض}}$$

تو اس سے یہ مطلب ہوتا ہے کہ جب کسی رقبہ کو کسی عرض سے تقسیم کیا جاتا ہے تو ہمیں طول حاصل ہوتا ہے۔ لیکن ایسا کہنا بالکل مہمل ہے۔ حقیقتاً جو ہمارا مطلب ہوتا ہے وہ یہ ہے کہ کسی مستطیل کے رقبہ میں کی مربع اکائیوں کی تعداد کو اس کے عرض میں کی "متناظر" طولی اکائیوں کی تعداد سے تقسیم کیا جائے تو ہمیں اس کے طول کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔ مساحت کے تمام ضابطوں کی وضع میں اس قسم کی احتیاط کا مد نظر رکھنا ضروری ہے۔

### توضیحی مثالیں

— ۱۱ —

مثال ۱۔ ایک ایسے مستطیل کا رقبہ معلوم کرو جس کا طول، فٹ ۵ انچ اور عرض ۲ فٹ ۹ انچ ہے۔



مستطیل کا رقبہ = (د × ع) مربع انچ ..... دفعہ ۸

$$\text{جہاں ل} = (۵ + ۱۲ \times ۴) = ۸۹ \text{ انچ}$$

$$\text{اور ع} = (۹ + ۱۲ \times ۲) = ۳۳ \text{ انچ}$$

$$\therefore \text{مستطیل کا رقبہ} = ۸۹ \times ۳۳ \text{ مربع انچ}$$

$$= ۲۹۳۷ \text{ مربع انچ} = ۲ \text{ مربع گز} ۲ \text{ مربع فٹ} ۵۴ \text{ مربع انچ}$$

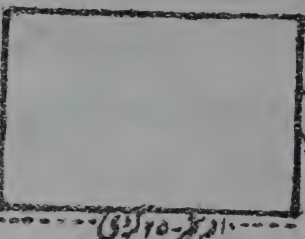
مثال ۲۔ اس مربع کا رقبہ معلوم کرو جس کے ضلع کا ناپ

۲ فرانک ۲۶ پول ہے۔

$$\text{مربع کا رقبہ} = \text{ل} \times \text{مربع پول} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۹}$$



۲۶ - ۳۰



۱۰ - ۲۵

$$\text{جہاں } ۱۰۶ = (۲۶ + ۳۰ \times ۲) \text{ پل}$$

$$\text{مربع کا رقبہ} = (۱۰۶) \text{ مربع پل}$$

$$= ۱۲۳۶ \text{ مربع پل}$$

$$= ۶۰ \text{ ایکڑ } ۳۶ \text{ مربع پل}$$

$$\text{مثال ۳۔۔۔ ۳۰ روپیہ فی ایکڑ کے}$$

حساب سے اس مستطیل وضع کے میدان کا

کرایہ معلوم کرو جس کا طول ۱۰ زنجیر ۲۵ کڑی

اور عرض ۲۵ زنجیر ۴۵ کڑی ہے۔

$$\text{میدان کا رقبہ} = (ل \times ع) \text{ مربع زنجیر} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۸}$$

$$\text{جہاں } ل = ۱۰.۵۲۵ \text{ زنجیر اور } ع = ۲۵.۷۴۵ \text{ زنجیر}$$

$$\therefore \text{میدان کا رقبہ} = (۱۰.۵۲۵ \times ۲۵.۷۴۵) \text{ مربع زنجیر}$$

$$= ۲۷۰.۳۹۲۵ \text{ مربع زنجیر}$$

$$= ۴۹۳۶۲۵ \text{ ایکڑ}$$

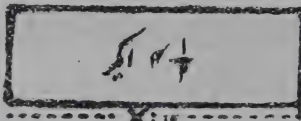
$$\text{اس لیے کرایہ} = ۴۹۳۶۲۵ \times ۲۵ = ۱۲۳۴۰۶۲۵ \text{ روپے}$$

$$= ۲۲۹۵.۸۶۵ \text{ روپے}$$

$$= ۲۲۹ \text{ روپے } ۸ \text{ آنے } ۸ \text{ پائی}$$

مثال ۴۔۔۔ اس مستطیل کا عرض معلوم کرو جس کا رقبہ  $۲ \frac{۱}{۲}$  ایکڑ اور طول

۱۲ زنجیر ہے۔



۱۲ - ۲ 1/2

$$\text{مستطیل کا عرض} = \frac{\text{رقبہ}}{\text{طول}} \text{ زنجیر} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۸}$$

$$\text{جہاں } ق = ۲ \frac{۱}{۲} = ۱۰ \times ۲ = ۲۵ \text{ ایکڑ}$$

$$\text{اور } ل = ۱۲ \text{ زنجیر}$$

$$\therefore \text{مستطیل کا عرض} = \frac{۲۵}{۱۲} \text{ زنجیر}$$

$$= ۲.۰۸۳ \text{ زنجیر}$$

$$= ۳ \text{ زنجیر } ۵ \text{ کڑی}$$

مثال ۵۔۔۔ اس مربع کا احاطہ معلوم کرو جس کا رقبہ ۵۳۵۲۹ مربع انچ ہے۔





مربع کا ایک ضلع =  $53629$  انچ

جہاں  $53629 = 29 \times 1849$  مربع انچ

۵۳۶۲۹ = مربع کا ایک ضلع

۴۳ = انچ

اور احاطہ = ایک ضلع  $\times ۳۸ = (۳۸ \times ۴۳)$  انچ

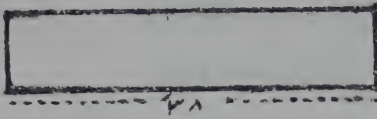
$1614 = 29 \times 56$  انچ

مثال ۷۔ ۶ آنے ۶ پائی فی مربع گز کے حساب سے ایک مستطیلی وضع کی دیوار کو رنگوانے میں ۵ روپے ۱۵ آنے صرف ہوتے ہیں۔ اگر دیوار کا طول ۳۸ فٹ ہو تو اس کی بلندی دریافت کرو۔

دیوار کا رقبہ = (۵ روپے ۱۵ آنے + ۶ آنے ۶ پائی) مربع گز

$38 = 29 \times 56$  مربع گز

اب دیوار کی بلندی =  $\frac{38}{29}$  فٹ ..... دفعہ ۸



چھائی ق =  $38 \times 9$  مربع فٹ

اور ل = ۳۸ فٹ

۵۳۶۲۹ =  $38 \times 14112.89$  فٹ = ۹ فٹ

مثالی ۷۔ ایک کمرہ کا طول عرض اور بلندی بالترتیب ۲۱ فٹ، ۱۶ فٹ اور ۱۱ فٹ ہیں۔ کمرہ میں ۷ فٹ طول اور ۳ فٹ عرض کا ایک دروازہ ہے اور دو کھڑکیاں ہیں جن میں سے ہر ایک کھڑکی کا طول ۸ فٹ اور عرض ۴ فٹ ہے۔ بتاؤ کہ ۶ آنے ۶ پائی فی گز دانی کاغذ کی پٹی سے کمرہ کی دیواروں پر کاغذ لگانے میں کیا خرچ ہوگا۔ کاغذ کی پٹی کا عرض ۲ فٹ ہے۔

بازو کی دیواروں کا رقبہ =  $21 \times 2 \times 11$  مربع فٹ ..... دفعہ ۸

سروں کی دیواروں کا رقبہ =  $16 \times 2 \times 11$  مربع فٹ ..... دفعہ ۸

دروازہ کا رقبہ =  $3 \times 4$  مربع فٹ ..... دفعہ ۸

دونوں کھڑکیوں کا رقبہ =  $8 \times 2 \times 4$  مربع فٹ ..... دفعہ ۸

مجموعی رقبہ جس پر کاغذ لگایا جائیگا = ۴ دیواریں - ایک دروازہ - ۲ کھڑکیاں

$(21 \times 2 \times 11 + 16 \times 2 \times 11 - 3 \times 4 - 8 \times 2 \times 4) = 704$  مربع فٹ

$$= ۲۹ \text{ مربع فٹ}$$

اب کاغذ مستطیل وضع کی دھبیوں میں بیجا جاتا ہے۔

$$\therefore \text{کاغذ کا مطلوبہ طول} = \frac{\text{کاغذ کا مطلوبہ رقبہ}}{\text{کاغذ کا عرض}} = \dots\dots\dots \text{دفعہ ۸}$$

$$= \frac{۲۹}{۱} \text{ فٹ}$$

$$= \frac{۱}{۲۹} \text{ فٹ}$$

$$\therefore \frac{۱}{۲۹} \text{ آنہ فی گز یا } \frac{۱}{۲۹} \text{ آنہ فی فٹ کے } \left\{ \begin{array}{l} \text{حساب سے کاغذ کی قیمت} \\ = \frac{۱}{۲۹} \times ۳۶۳ \text{ آنہ} \end{array} \right.$$

$$= ۸ \text{ روپے } ۱۵ \text{ آنے و پائی}$$

مثال ۷۔ مستطیلی وضع کے ایک صحن کا رقبہ ۲۴۰۰ مربع گز ہے اور اس کے اضلاع

۳: ۲ کی نسبت میں ہیں۔ بتاؤ کہ ۳ آنے فی فٹ کے حساب سے اس کے گرد ٹی لگوانے میں کیا خرچ ہوگا؟

فرض کرو کہ صحن کا طول لا گز ہے

تب عرض  $\frac{۲}{۳}$  لا گز ہوگا

$$\therefore \text{صحن کا رقبہ} = \frac{۲}{۳} \text{ لا} \times \text{مربع گز} = \dots\dots\dots \text{دفعہ ۸}$$

$$= ۲۴۰۰ \text{ مربع گز}$$

$$\therefore \text{لا} = ۳۶۰۰ \text{ اور لا} = ۶۰$$

پس صحن کا طول = ۶۰ گز اور اس کا عرض = ۴۰ گز

۳۔ صحن کا احاطہ = ۲۰۰ گز

$$\therefore \text{ٹی لگوانے کا خرچہ} = ۲۰۰ \times ۱۲ \text{ آنے}$$

$$= ۱۵۰ \text{ روپے}$$

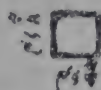
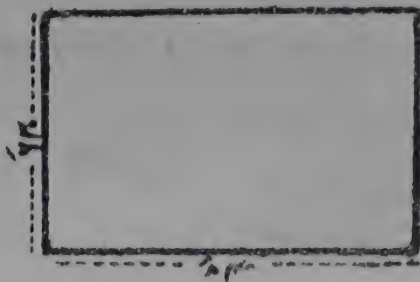
مثال ۸۔ ایک مستطیلی وضع کے احاطے میں صحن کا طول ۴۰ فٹ اور

عرض ۶۰ فٹ ہے۔ تھیر کا فرش کیا گیا ہے۔ اگر ہر تھیر کا طول ۴ فٹ ۶ انچ اور عرض ۲ فٹ

۶ انچ ہو اور ان کی قیمت ۴ روپے فی صد تھیر ہو تو بتاؤ کہ فرش کردائی میں کیا

خرچ ہوگا۔





احاطہ کا رقبہ =  $۱۰ \times ۲۰$  مربع فٹ ..... [دفعہ ۸]

ہر ایک پتھر کا رقبہ =  $۲ \frac{۱}{۲} \times ۲ \frac{۱}{۲}$  مربع فٹ ..... [دفعہ ۸]

$$\therefore \text{پتھروں کی مطلوبہ تعداد} = \frac{۱۰ \times ۲۰}{۲ \frac{۱}{۲} \times ۲ \frac{۱}{۲}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{اس لئے کہ ہر ایک پتھر کے} \\ \text{حساب سے پتھروں کی قیمت} \end{array} \right. = \frac{۳ \times ۴۳۰ \times ۸}{۱۰۰ \times ۲ \frac{۱}{۲} \times ۲ \frac{۱}{۲}} \text{ روپیہ}$$

$$= ۱۰۰۸ \text{ روپیہ}$$

مثال مسئلہ ایک باغ کا طول ۱۰۰ فٹ اور عرض ۸۰ فٹ ہے۔ مطلوب یہ ہے کہ اس کے اندر گردِ مستقل چڑائی کا ایک ایسا راستہ بنایا جائے جس کا رقبہ باغ کے رقبہ کا  $\frac{1}{10}$  ہو۔ بتاؤ کہ اس راستہ کی چڑائی کیا ہونی چاہیے؟  
فرض کرو کہ راستہ کی چڑائی لاٹ ہے۔

تب مستطیل ا ب ج د کا رقبہ =  $(۱۰۰-۲)(۸۰-۲)$  مربع فٹ ..... [دفعہ ۸]

لیکن باغ کا رقبہ =  $۸۰ \times ۱۰۰$  مربع فٹ ..... [دفعہ ۸]

$$\therefore \text{راستہ کا رقبہ} = (۸۰ \times ۱۰۰) - (۱۰۰-۲)(۸۰-۲) \text{ مربع فٹ}$$

$$= (۸۰۰۰ - ۷۶۰۰) \text{ مربع فٹ}$$

لیکن راستہ کا رقبہ = باغ کے رقبہ کا  $\frac{1}{10}$  ہونا چاہیے

$$\therefore ۷۶۰۰ - ۸۰۰۰ = ۱۶۰۰$$



$$۳۰۰ = ۷۹۰ - ۷$$

$$۱۹۲۵ = ۳۰۰ - ۲۰۲۵ = ۲(۳۵) + ۷۹۰ - ۷$$

$$۳۰۶۳۱۱ \pm = (۳۵ - ۷)$$

$$۳۰۶۹۸ = ۷$$

∴ راستہ کی چڑائی = ۳۰۶۹۸ فٹ تقریباً

## مشال نمبری ۲ (۱)

آن مستطیلوں کے رقبے مربع فٹ میں دیانت کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۱ — طول ۱۳ فٹ، عرض ۱۱ فٹ

۲ — طول ۲۰ فٹ، عرض ۱۹ فٹ

۳ — طول ۳۰ فٹ، عرض ۲۳ فٹ

آن مستطیلوں کے رقبے مربع فٹ اور مربع انچوں میں دیانت کرو جن کے

ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۴ — طول ۲ فٹ ۹ انچ، عرض ۱ فٹ ۷ انچ

۵ — طول ۳ فٹ ۹ انچ، عرض ۲ فٹ ۱۰ انچ

۶ — طول ۵ فٹ ۸ انچ، عرض ۲ فٹ ۱۰ انچ

آن مستطیلوں کے رقبے مربع گز، مربع فٹ اور مربع انچوں میں دیانت

کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۷ — طول ۲ گز ۲ فٹ ۹ انچ، عرض ۱ گز ۶ انچ

۸ — طول ۳ گز ۱ فٹ ۲ انچ اور عرض ۲ گز ۲ فٹ ۳ انچ۔

۹ — طول ۵ گز ۱۰ انچ اور عرض ۳ گز ۱ فٹ ۷ انچ

آن مستطیلوں کے رقبے ایکڑوں میں معلوم کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں۔

۱۰ — طول ۲۶ زنجیر اور عرض ۸ زنجیر

۱۱ — طول ۱۲ زنجیر ۶ اکڑی اور عرض ۹ زنجیر

۱۲ — طول ۱۲ زنجیر ۳ اکڑی اور عرض ۱۰ زنجیر ۸ اکڑی



ان مستطیلوں کے رقبے ایکڑ، روڈ، پول میں دریافت کرو۔ جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں:-

۱۳۔ طول ۷ زنجیر ۵ اکڑی اور عرض ۳ زنجیر۔

۱۴۔ طول ۱۰ زنجیر ۲ اکڑی اور عرض ۶ زنجیر ۳ اکڑی۔

۱۵۔ طول ۸ زنجیر ۳ اکڑی اور عرض ۷ زنجیر ۹ اکڑی۔

ان مستطیلوں کے طول معلوم کرو جن کے ناپ حسب ذیل ہیں:-

۱۶۔ رقبہ ۳ مربع گز اور عرض ۱ گز ۱۱ انچ

۱۷۔ رقبہ ۱ روڈ اور عرض ۱۰ گز۔

۱۸۔ رقبہ ۱ ایکڑ اور عرض ۳۰ گز۔

۱۹۔ رقبہ ۱۷ ایکڑ اور عرض ۵ زنجیر۔

۲۰۔ رقبہ ۵۹ مربع گز ۱۱ مربع فٹ ۲ مربع انچ اور عرض ۶ گز ۱۱ انچ۔

ان مستطیلوں کے عرض دریافت کرو جن کے ناپ حسب ذیل ہیں:-

۲۱۔ رقبہ ۲۴ ایکڑ اور طول ۱۶ زنجیر

۲۲۔ رقبہ ۱۲ ایکڑ اور طول ۱۱ گز۔

۲۳۔ رقبہ ۶۱۳۵ ایکڑ اور طول ۱۰۰۰ اکڑی

۲۴۔ رقبہ ۲۸۸ ایکڑ ۳ روڈ ۲۱ پول اور طول ۵ فرلانگ ۷ پول

ان مربعوں کے رقبے مربع گزوں اور مربع فٹوں میں دریافت کرو جن کے ناپ

حسب ذیل ہیں:-

۲۵۔ ضلع ۹ گز ۱۱ انچ

۲۶۔ ضلع ۷ گز ۲ فٹ

۲۷۔ ضلع ۱۲ گز ۲ فٹ

۲۸۔ ضلع ۱۶ گز ۱۱ انچ

ان مربعوں کے رقبے ایکڑوں میں دریافت کرو جن کے ناپ حسب ذیل ہیں:-

۲۹۔ ضلع ۱۵ زنجیر

۳۰۔ ضلع ۱۳ زنجیر ۹ اکڑی۔

- ۳۱ — ضلع ۶ زنجیر ۸ کڑی۔  
 ۳۲ — ضلع ۱۱ زنجیر ۹ کڑی  
 اُن مربعوں کے اضلاع کے طول دریافت کرو جن کے رقبے حسبِ ذیل ہیں:—  
 ۳۳ — رقبہ ۳۲۴ مربع فٹ (جواب فٹ میں مطلوب ہے)  
 ۳۴ — رقبہ ۱۵۲۲۵ ایکڑ (جواب زنجیر میں مطلوب ہے)  
 ۳۵ — رقبہ ۵۶،۵۶۵ ایکڑ (جواب زنجیر میں مطلوب ہے)  
 ۳۶ — رقبہ ۴ ایکڑ ۲ مربع زنجیر ۵۱۰۴ مربع کڑی (جواب زنجیر اور کڑی میں

مطلوب ہے)۔

- ۳۷ — ایک روپیہ بارہ آنے فی مربع گز کے حساب سے ۳۶ گز لمبے اور ۲۸ گز چوڑے صحن میں پیچر بچھایا جائے تو بتاؤ کہ کیا صرف ہوگا؟  
 ۳۸ — ۸ افٹ طول اور ۱۴ فٹ ۹ انچ عرض کے کمرے میں ۲ روپے فی مربع گز کے حساب سے قالین بچھایا جائے تو بتاؤ کہ کیا صرف ہوگا؟  
 ۳۹ — مستطیلی وضع کے ایک کمرے کا طول ۷۵ عرض اور بلندی بالترتیب ۵ فٹ ۸ انچ اور ۱۱ فٹ ہیں بتاؤ کہ اس کی دیواروں کا رقبہ کتنے مربع گز اور مربع فٹ ہوگا؟  
 ۴۰ — بتاؤ کہ ۲۴ مربع گز رقبہ کے فرش کے لیے ۸ انچ چوڑے قالین کا کس قدر طول مد کار ہوگا؟

- ۴۱ — ایک مستطیل کا عرض اس کے طول کا ایک تہائی ہے: اگر اس کا طول ۳۲ زنجیر ہو تو اس کا رقبہ دریافت کرو۔  
 ۴۲ — ایک مربع کا احاطہ ۵ گز افٹ ۸ انچ ہے۔ اس کا رقبہ مربع فٹ اور مربع انچوں میں دریافت کرو۔

- ۴۳ — ایک مربع کا رقبہ ۵۶۲۵ ایکڑ ہے۔ اس کا احاطہ زنجیروں میں دریافت کرو۔  
 ۴۴ — ۲ روپے آٹھ آنے فی فٹ کے حساب سے ایک ایسے مربع کے گرد ٹٹی لگانے کا صرفہ معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۶۰ مربع گز ۲ مربع فٹ ہے۔  
 ۴۵ — ۱۲ آنے فی فٹ کے حساب سے اگر کسی فرش کی ہمواری میں ۲۴۶ روپے صرف ہوتے ہیں اور اگر فرش کا طول ۸ گز ہو تو اس کا عرض دریافت کرو۔



۴۶۔ ۱۲ روپے ۸ آنے فی ایکڑ کے حساب سے مستطیل وضع کے زمین کے ایک ٹکڑے کا کرایہ ۵۰۰ روپے ہوتا ہے؛ اس کے ابعاد زنجیروں میں دریافت کرو اگر اس کا طول اس کے عرض کا چار گنا ہو۔

۴۷۔ ۳ روپے ۴ آنے فی گز کے حساب سے ایک مربع وضع کے میدان کے گرد ٹی لگانے میں اگر ۲۰۸ روپے صرفت ہوں تو بتاؤ کہ اس کا رقبہ کتنے مربع گز ہوگا؟  
۴۸۔ بتاؤ کہ ۸ فٹ ۹ انچ طول اور ۶ فٹ ۶ انچ بلند دیوار کے لیے ایسے کتنے گز کاغذ کی ضرورت ہوگی جس کا عرض ۳۰ انچ ہے۔

۴۹۔ ۶ فٹ ۶ انچ چوڑے قالیں سے ۳ روپے ۸ آنے فی گز کے حساب سے ۲۶ فٹ لمبے اور ۲۱ فٹ چوڑے کمرے میں فرش کیا جائے تو بتاؤ کہ کیا صرفہ ہوگا؟

۵۰۔ ایک صحن ۲ گز ۲ فٹ لمبا اور ۱ گز ۱ فٹ چوڑا ہے۔ اگر ۸ آنے فی درجن کے حساب سے اس میں ایسی اینٹوں کا فرش کیا جائے جن کا طول ۹ انچ اور عرض ۴ انچ ہو تو بتاؤ کہ کیا اخراجات ہوں گے؟

## مشال نمبری ۲ (ب)

آن مستطیلوں کے رقبہ بیگہ میں دریافت کرو جن کے ابعاد حسب ذیل ہیں:-

۵۱۔ طول ۷ راسی۔ عرض ۵ راسی

۵۲۔ طول ۸ راسی۔ عرض ۴ راسی

۵۳۔ طول ۲۱ گز۔ عرض ۵۰ گز

آن مستطیلوں کے طول دریافت کرو جن کی پائشیں حسب ذیل ہیں:-

۵۴۔ رقبہ ۳ بیگہ عرض ۱۰ الاقد۔

۵۵۔ رقبہ ۵ بیگہ ۱۰ بسواس عرض ۲ راسی۔

۵۶۔ رقبہ ۴ بیگہ ۲ بسواس ۱۰ بسواسی عرض ۸۰ گز۔

## سوالات امتحانات

(۱) جامعہ الہ آباد میٹرک بورڈ کی پیشکش

۱۔ ایک کمرے کا طول ۳۰ فٹ اور عرض بلندی کا دو چندان ہے۔ اس کی چاروں دیواروں پر ۲ فٹ چوڑی پٹی سے کاغذ لگایا جائے تو ۴۴ گز کی ضرورت ہوتی ہے۔ کمرے کے فرش کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۔ ۵ ایک رقبہ اور ۲۰ گز طول کے ایک مستطیلی وضع کے میدان میں ایسی قطاریں میں درخت لگائے گئے ہیں جو طول پر علی القوائم ہیں۔ ہر ایک قطار کا درمیانی فاصلہ ایک گز اور ایک ہی قطار میں ہر دو درختوں کا درمیانی فاصلہ بھی ایک گز ہے۔ اگر میدان کے گرد اگر دو ایک گز عرض میں کوئی درخت نہ لگایا جائے تو درختوں کی تعداد معلوم کرو۔

۳۔ ایک مستطیلی وضع کے حوض کا طول، عرض اور گہرائی بالترتیب ۱۲ فٹ ۹ انچ، ۸ فٹ ۳ انچ اور ۶ فٹ ۷ انچ ہیں۔ مطلوب یہ ہے کہ حوض میں سیسہ کی چاروں طرف سے استرکاری کی جائے۔ سیسہ کے تختوں کا وزن ۸ پونڈ فی مربع فٹ ہے اور یہ ۸ پونڈ ۸ شلنگ فی ہنڈر دیٹ کے حساب سے بچتے ہیں۔ بتاؤ کہ استرکاری میں جلد لاگت کیا ہوگی؟

### (ب) جامعہ پنجاب - امتحان ٹرل

۴۔ اگر یہ فرض کیا جائے کہ ایک طالب علم کے لیے ۴ فٹ طول اور ۳۰ انچ عرض کی جگہ کی ضرورت ہے تو بتاؤ کہ اس کمرے میں کتنے لمبے، میٹھکیں گے جس کا طول اور عرض بالترتیب ۲۰ گز اور ۲۸ فٹ ہیں۔

### (ج) جامعہ کلکتہ - میٹرک یویشن

۵۔ ایک کمرے کا طول ۳۴ فٹ، عرض ۱۸ فٹ اور بلندی ۱۲ فٹ ہے۔ شلنگ ۶ پنس فی مربع گز کے حساب سے اس کی دیواروں پر کاغذ لگانے کا صرفہ معلوم کرو۔

### (د) صوبہ متحدہ کے یورپین مدارس کا آخری امتحان

۶۔ ایک کمرے کا طول، عرض اور بلندی بالترتیب ۲۲ فٹ ۲ انچ، ۱۴ فٹ ۱۰ انچ اور ۱۳ فٹ ہے۔ اس کی دیواروں، فرش اور چھت کا مجموعی رقبہ مربع فٹوں میں دریافت کرو۔  
۷۔ لکڑی کا ایک تختہ ۱۰ انچ چوڑا ہے، بتاؤ کہ اس کا کس قدر مول کاٹ لیا جائے



چاہیے کہ اس کا رقبہ ایک مربع گز ہو جائے۔

### (۵) گڑ کی کی انجینیری جماعت کا امتحانِ داخلہ

۸۔ — ۲۴ اینچ چوڑے قالین سے ۴۴ شلنگ ۸ پنس فی گز کے حساب ۲۶ فٹ

طول اور ۸ فٹ عرض کے کمرے میں قالین بچھایا جائے تو بتاؤ کہ کیا صرف ہوگا؟

۹۔ — ایک مربع وضع کے میدان کا رقبہ ۳۱ ایکڑ ۱۰ رڈ ۲۵ ۱۰۵ مربع پل ہے اس کے ایک ضلع کا طول معلوم کرو۔

۱۰۔ — مستطیلی وضع کے ایک میدان کا طول اور عرض بالترتیب ۴۴ گز ۲ فٹ ۴ اینچ اور ۲۲ گز ۲ فٹ ۱۱ اینچ ہیں، ایک ایسے مستطیلی وضع کے میدان کا عرض دریافت کرو جس کا طول ۶۳ گز ۲ فٹ ۱۱ اینچ اور جس کا رقبہ ابتدائی میدان کے رقبہ کا  $\frac{1}{2}$  ہے۔

۱۱۔ — ایک مستطیلی وضع کے قطعہ زمین پر جس کے اضلاع ۲:۳ کی نسبت میں ہیں، ۴ پنس فی مربع گز کے حساب سے گھانس لگوانے میں ۴۴ پونڈ ۸ شلنگ خرچ ہوتے ہیں۔ اس کے اضلاع کے طول معلوم کرو۔

۱۲۔ — ایک مستطیلی وضع کے کمرے کی دو طرف کی دیواروں کا رقبہ ۸۰۴ مربع فٹ اور بقیہ جو دیواروں کا رقبہ ۵۴۶ مربع فٹ ہے۔ کمرے کے ابعاد دریافت کرو۔

۱۳۔ — بحساب ایک روپیہ دو آنے فی مربع فٹ عیسے کی چادروں سے ایک مستطیلی وضع کے حوض کی استرکاری کرنا مقصود ہے۔ حوض کے اندرونی ابعاد حسب ذیل ہیں: طول ۲ فٹ ۲ اینچ، عرض ۲ فٹ ۱۰ اینچ اور گہرائی ۲ فٹ ۶ اینچ ہے۔ بتاؤ کہ حوض کی استرکاری میں کیا صرفہ ہوگا؟

۱۴۔ — دو مربع وضع کے میدانوں کا مجموعی رقبہ ۶ ایکڑ ہے اور ایک کے ضلع کا طول دوسرے کے ضلع کے طول کا  $\frac{1}{2}$  ہے۔ ہر ایک میدان کا رقبہ علیحدہ علیحدہ دریافت کرو۔

۱۵۔ — ایک باغ کا طول ۴۴ فٹ اور عرض ۲۰ فٹ ہے۔ مطلوب یہ ہے کہ

.....

## (۱۷) رُڑکی کی اپرب آرڈینیٹ جماعت کا امتحان داخلہ

۱۶۔ مستطیل وضع کے کسی ملک میں  $۲۰۰۰۰۰$  باشندے آباد ہو سکتے ہیں۔ اس کا طول اور عرض بالترتیب  $۶۰۰$  میل اور  $۲۰۰$  میل ہے۔ بتاؤ کہ ایک شخص کی رہائش کے لیے اوسطاً کتنے ایکڑ رقبہ کی ضرورت ہوگی؟

۱۷۔ مستطیل وضع کے ایک کمرے کا عرض اُس کے طول کا دو تہائی ہے۔ اس میں  $۲۶$  پنچ چوڑے قالین سے بحساب  $۵$  شلنگ  $۳$  پنس فی گز فرش کر دینے میں  $۲۹$  پونڈ  $۸$  شلنگ  $۴$  پنس صرف ہوتے ہیں اور  $۲۱$  پنچ چوڑے کاغذ سے بحساب  $۲$  شلنگ  $۴$  پنس فی گز گز اُس کی دیواروں پر کاغذ لگوانے میں  $۲$  پونڈ  $۳$  شلنگ  $۴$  پنس خرچ ہوتے ہیں۔ کمرے کی بلندی معلوم کرو۔

۱۸۔  $۱۹$  فٹ  $\frac{۱}{۲}$  پنچ مربع کمرے کے وسط میں ایک مربع وضع کا قالین بچھا ہوا ہے اور بقیہ فرش مستقل چوڑائی کا لکڑی کا حاشیہ ہے۔ آخر الذکر کی قیمت  $\frac{۱}{۲}$  پنس فی مربع فٹ ہے۔ اگر قالین کی قیمت  $\frac{۱}{۲}$  پنس فی مربع فٹ ہو اور قالین اور لکڑی کی جملہ قیمت  $۱۴$  پونڈ  $۱۲$  شلنگ  $۳$  پنس ہو تو بتاؤ کہ لکڑی کے حاشیہ کا عرض کیا ہوگا؟

۱۹۔ ایک ہی بلندی کے دو مستطیل وضع کے کمرے ہیں۔ ایک کمرے کے ابعاد  $۱۹$  فٹ  $\times$   $۱۴$  فٹ اور دوسرے کے ابعاد  $۱۵$  فٹ  $\times$   $۱۵$  فٹ ہیں۔  $۲۶$  پنچ چوڑے کاغذ سے بحساب  $۳$  شلنگ  $۹$  پنس فی گز دیواروں پر کاغذ لگوانے میں  $۳$  پونڈ  $۱۲$  شلنگ  $۳$  پنس صرف ہوتے ہیں۔ کمرے کی بلندی دریافت کرو۔

۲۰۔ دو مربع وضع کے کمرے جن میں کا ایک نسبت دوسرے کے ہر سمت میں  $۲$  فٹ زیادہ ہے مساوی بلند ہیں۔ اور  $\frac{۱}{۲}$  پنس فی مربع گز کے حساب سے دیواروں پر کاغذ لگوانے میں بالترتیب  $۳$  پونڈ  $۸$  شلنگ  $۹$  پنس اور  $۳$  پونڈ  $۸$  شلنگ  $۳$  پنس صرف ہوتے ہیں بلندی دریافت کرو۔

۲۱۔ بتاؤ کہ  $۲۱$  پنچ موٹی ناٹ میں سے  $\frac{۱}{۲}$  پنچ دبازت کے کتنے تختے کاٹے جاسکتے ہیں۔ جبکہ آره کی ہر کاٹ کے لیے  $\frac{۱}{۲}$  پنچ کی نصاب درکار ہو۔

۲۲۔ ایک مربع کا رقبہ  $۲۲۵۲$  ہے: ایک ایسے مربع کا ضلع معلوم کرو جو اس کا



نصف ہو۔

۲۳ — تباؤ کہ ۳ گز طول اور ۲ گز عرض کے کمرے کے فرش کے لیے ایسے کتنے تختوں کی ضرورت ہوگی۔ جن کا طول ۱۰ فٹ اور عرض ۸ اینچ ہے؟

۲۴ — تباؤ کہ ۲ ۱/۲ میل فی گھنٹہ کے حساب سے ۱۳ ایکڑ ۱۰۸۹ مربع گز رقبہ کے مربع وضع کے میدان کے گرد چلنے کے لئے کتنی مدت چاہیئے؟

۲۵ — ۲ پونڈ ۱۴ شلنگ ۶ پنس فی ایکڑ کے حساب سے ایک مربع میدان کی قیمت ۲ پونڈ ۵ شلنگ ہوتی ہے۔ ۹ پنس فی گز کے حساب سے اس میدان کے گرد ٹٹی لگوانے کی اجرت معلوم کرو۔

۲۶ — ۲۸ فٹ لمبے اور ۲۰ فٹ چوڑے فرش کے رقبہ اور اس سے نصف ابعاد کے اردو فرشوں کے رقبوں کا فرق دریافت کرو۔

### (من) رُٹ کی انجینیئر جماعت کا آخری امتحان

۲۷ — ایک مربع کا احاطہ ۴ اینچ ہے اور ایک دوسرے مربع کا احاطہ ۳ ۳/۴ اینچ ہے۔ ایک ایسے مربع کا احاطہ دریافت کرو جس کا رقبہ ان دو مربعوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔

۲۸ — ایک کمرے کا طول اس کے عرض سے دو چند ہے۔ چھت کو بحساب ۲ ۱/۴ پنس فی مربع گز رنگ کروانے کی لاگت ۲ پونڈ ۱۲ شلنگ ۱ پنس ہوتی ہے اور اس کی دیواروں پر بحساب ۲ شلنگ ۴ پنس فی مربع گز روغن کروانے کی اجرت ۳۵ پونڈ ہوتی ہے۔ کمرے کی بلندی دریافت کرو۔

۲۹ — ایک کمرے کا طول ۵ فٹ ۸ اینچ اور عرض ۱۱ فٹ ۳ اینچ ہے تباؤ کہ اس کے فرش کے لیے ۳ گز عرض کی کتنی چٹائی درکار ہوگی اور اس کی قیمت بحساب ۶ آنے فی گز کیا ہوگی؟

۳۰ — ایک مستطیلی صحن کا رقبہ ۲۰۰۰ مربع گز ہے اور اس کے اضلاع ۱۵۱ و ۲۵ کی نسبت میں ہیں۔ صحن کے چاروں طرف مستقل چوڑائی میں تھمر کا راستہ بنایا گیا ہے اور اس کا رقبہ صحن کے رقبہ کا نصف ہے۔ راستہ کا عرض دریافت کرو۔

۳۱۔ ایک کمرے کا طول ۲۴ فٹ عرض ۱۹ فٹ ۶ انچ اور بلندی ۱۴ فٹ ہے۔  
بتاؤ کہ اس کی دیواروں کے لیے ۳/۴ گز عرض کا کتنے گز کاغذ درکار ہوگا؟  
۳۲۔ ایک صندوق کو جس کے اوپر ڈھکنا نہیں ہے اور جو انچ وینز لکڑی کا  
بنا ہوا ہے اندر اور باہر دونوں طرف رونا نامعلوم ہے۔ اس کا بیرونی طول عرض اور بلندی بالترتیب  
۲۴ فٹ ۱۰ انچ ۱۴ فٹ ۶ انچ ۱۴ فٹ ۶ انچ ہیں بتاؤ کہ کتنے سطحی فٹ رونا اس کے لیے درکار ہوگا؟

### (ح) صراط کی اپریٹس آرٹو میٹ جماعت کا ماہانہ امتحان

۳۳۔ ایک جنگل میں جس کا طول ایل اور عرض ۲۰ میل ہے کتنے درخت  
ہونگے اگر اوسطاً ہر ایک مربع زنجیر میں ۴ درخت آگے ہوں؟  
۳۴۔ ایک مستطیل باغ کا طول ۲۰ فٹ اور عرض ۱۰ فٹ ہے اس کے گرد اگر  
ایک راستہ ہے جس کا بیرونی کنار باغ کی دیوار سے ۱۰ فٹ پر ہے۔ اور راستہ کا رقبہ باغ کے رقبہ کا  
ایک چوتھائی ہے: اس کا عرض دریافت کرو۔  
۳۵۔ ایک کمرے کا طول ۲۴ فٹ عرض ۲۰ فٹ اور بلندی ۱۴ فٹ ہے اس کی دیوار  
پر کاغذ منڈھنے کے لیے ۳/۴ گز عرض کا کتنا کاغذ درکار ہوگا؟  
۳۶۔ مربع وضع کے ایک کھیت کا رقبہ ۱۰ ایکڑ ہے اناج ایک ایسے کسان سے  
کٹوایا جاتا ہے جو گرد اگر دکان میں کسان کی کاٹ ۵ فٹ ہے بتاؤ کہ کھیت کا تین چوتھائی حصہ  
کاٹنے کے لیے کسان کو کتنی مرتبہ چکر کاٹنا پڑے گا؟  
۳۷۔ ایک ریل کی سڑک کا طول ۱/۴ میل ہے اور اس کی تیاری کے لیے زمین  
کا اوسط عرض ۵ گز ہونا چاہیے: اگر زمین ۵۰ پونڈ فی ایکڑ کے حساب سے خریدی جائے تو بتاؤ کہ کیا  
مسرفہ ہوگا؟

۳۸۔ ایک مستطیل کمرے کا طول ۲۰ فٹ اور عرض ۱۰ فٹ ہے۔ اس کے باہر  
کی طرف گرد اگر مستقل چوڑائی کا ایک ایسا راستہ بنا ہوا ہے جس کا رقبہ کمرے کے رقبہ کے مساوی  
ہے۔ راستہ کا عرض دریافت کرو۔



## (ط) رُڑ کی اپر سب آرڈینیٹ جماعت کا آخری امتحان

۴۹ — ایک کمرے کا طول ۲۸ فٹ اور عرض ۱۶ فٹ ہے۔ اس کے بیچوں بیچ ۲۴ فٹ لمبا اور ۲ فٹ چوڑا ایک تر کی قالین بچھا ہوا ہے اگر بقیہ فرش پر موم جامہ بچھایا جائے تو بتاؤ کہ ۲۰ پیسے چوڑا کس قدر موم جامہ درکار ہوگا؟

۴۰ — ایک کمرے کا طول ۲۰ فٹ، عرض ۱۶ فٹ اور بلندی ۱۰ فٹ ہے۔ اس میں دو درتیکے ۶ فٹ x ۴ فٹ، ایک دروازہ ۶ فٹ x ۴ فٹ اور ایک آتش دان ۴ فٹ اونچا اور ۳ فٹ ۶ اینچ چوڑا ہیں۔ بتاؤ کہ ۲۰ پیسے چوڑا کاغذ اس کی دیواروں پر کتنا لگے گا؟

۴۱ — بتاؤ کہ ۴۰ فٹ لمبے اور ۲۰ فٹ چوڑے کمرے کے فرش کے لیے ایسے کتنے تختوں کی ضرورت ہوگی جن کا طول ۱۲ فٹ ۶ اینچ اور عرض ۹ فٹ ۶ اینچ ہے؟

## زائد سوالات امتحان

۴۲ — اگر اخبار ٹائمز کی روزانہ ... ۱۱ کاپیاں شائع ہوتی ہوں اور ہر کاپی دو اوراق پر مشتمل ہو اور ہر ورق کی تختی ۴ فٹ x ۲ فٹ ہو تو بتاؤ کہ ایک ادیشن کتنے ایکر جگہ پر پھیلے گا؟

جامعہ پنجاب۔ سیول انجینئرنگ کا پہلا امتحان۔

۴۳ — ایک باغ کا طول ۱۶ فٹ اور عرض ۱۲ فٹ۔ اس میں ایک حوض ہے جس کے گرد اگر ایک مستقل چوڑائی کا حاشیہ زمین چھوڑا گیا ہے جس کا رقبہ باغ کے رقبہ کا نصف ہے۔ حوض کا طول اور عرض دریافت کرو۔

(سراٹھا کی اپر سب آرڈینیٹ: ماہانہ)

۴۴ — ایک مستطیل کی نسبت کا رتبہ ۱۵ اکر اور طول اس کے عرض کا ۱/۲ اگنا ہے۔ اگر کوئی شخص اس کے گرد ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چار مرتبہ چکر لگائے تو کتنی مدت صرف ہوگی؟ (یو ایس پی این سکولز: فائنل صوبہ جات مختار)

۴۵ — ایک کمرے کا طول ۸ فٹ عرض ۵ فٹ اور بلندی ۱۲ فٹ ہے۔ اس میں دو دروازے ہر ایک ۶ فٹ x ۴ فٹ ہیں۔ اور زمین سے ۴ فٹ کی بلندی پر دو کھڑکیاں ۴ فٹ x ۳ فٹ

کی ہیں اور فرش سے  $2\frac{1}{2}$  فٹ اونچا ایک روغنی حاشیہ بھی کمرے کے چاروں طرف ہے۔  
اس کی دیواروں پر ایک آنہ فی مربع فٹ کے حساب سے کاغذ لگوانے کی اجازت  
دیافت کرو۔

۴۶۔ ایک عمارت میں ۶۳ کھڑکیاں ہیں ان میں سے ۴۰ کھڑکیوں کو  
۱۲ اینٹ لگانے کے فریم ہر ایک  $20 \times 14$  ہیں اور بقیہ کھڑکیوں کو ۹ فریم ہر ایک ۶ اینچ مربع  
ہیں۔ ۲ روپے فی مربع فٹ کے حساب سے تمام فریموں میں آئسنہ لگوانے کی لاگت معلوم کرو۔  
(سہڑا کی انجینیر فائینل)





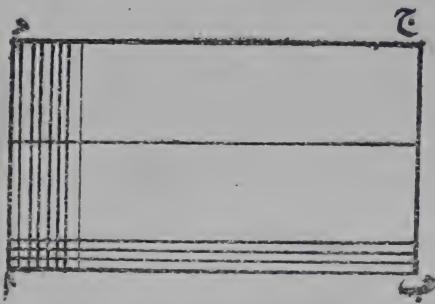
# باب سوم

## اشنا اعشاریہ

۱۲۔ جب کسی مستطیل کے ابعاد مرکب مقادیر میں دیے ہوئے ہوں (یعنی دو یا زیادہ اکائیوں کی رقوم میں بیان کیے جائیں) تو مستطیل کا رقبہ دریافت کرنے کے لیے ہم نے اس امر کو ضروری سمجھا کہ اُن دونوں کو ایک ہی اکائی کی رقوم میں بطور سادہ مقادیر کے ظاہر کیا جائے۔

اشنا اعشاریہ کے استعمال سے یہ مقویل نظر انداز کی جاسکتی ہے۔

۱۳۔ مستطیل اب ج > پر غور کرو۔



فرض کرو کہ اس کا طول ۱ ب ۳ فٹ، اینچ اور عرض ۱ د ۲ فٹ ۳ اینچ کو تعبیر کرتے ہیں۔

ایک ہی پائے پر ب سے ۱ پر تین ایسے طول قطع کرو کہ ہر ایک ایک فٹ کا

متناظر ہو اور سات ایسے طول قطع کرو کہ ہر ایک ایک اینچ کا متناظر ہو۔ اور اسی طرح د سے ۱ پر دو ایسے طول قطع کرو کہ ہر ایک ایک فٹ کو اور تین ایسے طول کہ ہر ایک ایک اینچ کو تعبیر کر سکے۔

نقاط تقسیم سے بالترتیب ۱ د اور ب ۱ کے متوازی خطوط کھینچو۔ اب یہیں

معلوم ہوگا کہ مستطیل کا رقبہ تین مختلف جسامتوں کے کئی ٹکڑوں میں شپٹل ہے۔  
 بڑے سے بڑے ٹکڑے ایسے مربعوں کو تعبیر کرتے ہیں جن کا ناپ  
 ہر سمت میں افٹ ہے (یعنی مربع فٹ کو) اور ایسے ہمارے پاس  $2 \times 3$  مربع ہیں۔  
 چھوٹے چھوٹے ٹکڑے ایسے مربعوں کو تعبیر کرتے ہیں جن کا ناپ  
 ہر سمت میں ۱ انچ ہے (یعنی مربع انچ کو) اور ایسے  $3 \times 4$  مربع ہیں۔  
 بقیہ ٹکڑے ایسے مستطیلوں کو تعبیر کرتے ہیں جن کے ناپ  
 افٹ  $2 \times 3$  انچ ہیں ہم انہیں سطحی اولیات کہیں گے اور اس صورت میں ان  
 کی تعداد  $(2 \times 3 + 2 \times 4)$  ہوگی۔

پس مستطیل اب ج  $>$  ایک ایسے رقبہ کو تعبیر کرتا ہے جو۔  
 $2 \times 3$  مربع فٹ =  $6$  مربع فٹ (۱)

$(2 \times 3 + 2 \times 4)$  سطحی اولیات =  $23$  سطحی اولیات (۲)

$3 \times 4$  مربع انچ =  $12$  مربع انچ (۳)

کے مجموعہ کے برابر ہے۔ اور چونکہ ایک سطحی اولی ایک ایسا مستطیل ہے جس کے  
 ناپ افٹ  $2 \times 3$  انچ ہیں اس لیے ظاہر ہے کہ

$12$  مربع انچ = ایک سطحی اولی

$23$  سطحی اولیات =  $1$  مربع فٹ

ہم دیکھیں گے کہ ذیل کے عمل سے جس میں مستطیل کے ایک بُعد کی ہر رقم کو  
 دوسرے بُعد کی ہر رقم سے ضرب دیا جاتا ہے نتیجہ بالا حاصل ہو سکتا ہے۔

۴ انچ	۳ فٹ
۳ انچ	۲ فٹ
$2 \times 4$ سطحی اولیات	$2 \times 3$ مربع فٹ
$2 \times 4$ = $8$	$2 \times 3$
$3 \times 4$ = $12$	$3 \times 2$
$23$ سطحی اولیات	$6$ مربع فٹ

اور چونکہ  $12$  مربع انچ = ایک سطحی اولی  
 اور  $23$  سطحی اولیات =  $1$  مربع فٹ



اس لیے یہ نتیجہ اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔

۸ مربع فٹ . سطحی اولیات ۹ مربع انچ

اس عمل سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ، انچ کو جب ۲ فٹ سے ضرب دیا جاتا ہے تو،

سطحی اولیات حاصل ہوتے ہیں اور جب ۳ فٹ کو ۳ انچ سے ضرب دیا جاتا ہے تو  $3 \times 3$  سطحی اولیات حاصل ہوتے ہیں۔

حقیقتاً ہم جس قانون کو فرض کر رہے ہیں وہ یہ ہے کہ مستطیل کے ایک

بُعد میں کئی فٹوں کی تعداد کو دوسرے بُعد میں کئی انچوں کی تعداد سے ضرب دینے سے ہمیں رقبہ میں سطحی اولیات کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔

اب اس کو ہم ثابت کریں گے۔



مستطیل ۲ ب ج > پر غور کرو۔

فرض کرو کہ ۱ ب ۳ فٹ کے طول اور ۲ ج ۳ انچ کے طول کو تعبیر

کرتے ہیں۔

۱ ب کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کرو تاکہ ہر حصہ ایک فٹ کو

تعبیر کرے اور ۲ ج کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کرو تاکہ ہر حصہ ایک انچ کو ظاہر کرے۔

نقاط تقسیم سے بالترتیب ب ج اور ۲ ب کے متوازی

خطوط کھینچو۔

اس طرح ہم نے مستطیل کو کئی مساوی حصص میں تقسیم کر دیا ہے اور ہر حصہ

ایک سطحی اولی کو تعبیر کرتا ہے۔

اور ان کی تعداد  $2 \times 3$  ہے یعنی (۲ ب میں فٹوں کی تعداد)  $\times$  (۲ ج میں

انچوں کی تعداد)۔

پس ہم ذیل کے عام نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ۔

طولی فٹ  $\times$  طولی انچ = سطحی اولیات

مثال بالا کا عمل اس طرح مختصر کیا جاسکتا ہے :-  
 کشن میچ عمل - ، انچ  $\times$  فٹ = ۳ سطحی اولیات  
 پس مربع فٹ حاصل آیا اور ۲ سطحی اولیات باقی رہے  
 ۳ فٹ  $\times$  فٹ = ۶ مربع فٹ اور حاصل کا ایک ملا کر  
 ۶ مربع فٹ لکھے گئے - ، انچ  $\times$  ۳ انچ = ۲۱ مربع انچ ، سطحی  
 اولیات حاصل آیا اور باقی رہے ۴ مربع انچ -

۳ فٹ  $\times$  ۳ انچ = ۹ سطحی اولیات اور حاصل کا ۱۰ ملا کر ۱۰ سطحی اولیات لکھے گئے -  
 اب جمع کرتے ہیں حاصل ہوتا ہے : ۹ مربع انچ ۱۰ اور ۲ = ۱۲ سطحی اولیات ، یعنی ایک  
 مربع فٹ حاصل آیا اور باقی رہے ۴ سطحی اولیات ۱ اور ۸ = ۸ مربع فٹ -  
 یہاں عمل کا انحصار ایسے مستطیل کی خاصیت پر ہے جس کا طول (ا + ب)  
 اکائیاں اور جس کا عرض (ج + د) اکائیاں ہے - یعنی یہ کہ اس کا رقبہ ایسے چار مستطیلات  
 کے رقبوں کا مجموعہ ہوتا ہے جن کے ناپ بالترتیب (ا  $\times$  د ، ا  $\times$  ج ، ب  $\times$  د ، ب  $\times$  ج)  
 مربع اکائیاں ہیں

د	ب $\times$ د	ا $\times$ د
ج	ب $\times$ ج	ا $\times$ ج
	ب	ا

مستطیل کی بحث میں ہم نے معلوم کیا ہے کہ —  
 فٹ طول میں  $\times$  فٹ عرض میں = مربع فٹ رقبہ میں  
 فٹ  $\times$  انچ = سطحی اولیات رقبہ میں  
 انچ  $\times$  انچ = مربع انچ رقبہ میں



$$۱ \text{ فٹ} \times \text{ب فٹ} = (\text{ا ب}) \text{ مربع فٹ}$$

$$۱ \text{ فٹ} \times \text{ب انچ} = (\text{ا ب}) \text{ سطحی اولیات}$$

$$۱ \text{ انچ} \times \text{ب انچ} = (\text{ا ب}) \text{ مربع انچ}$$

جہاں ۱ اور ب ایسے اعداد ہیں جو مستطیل کے ابعاد کے ناپ ظاہر کرتے ہیں۔

اب ایک انچ کے بارہویں حصہ کو طول کی ایک زائد اکائی فرض کرو۔

ایک مستطیل کا رقبہ جس کی پیمائش  $\frac{1}{12}$  انچ  $\times$   $\frac{1}{12}$  انچ یعنی  $\frac{1}{144}$  مربع

انچ ہوگی ..... دفعہ ۸

اور  $\frac{1}{12}$  انچ  $\times$   $\frac{1}{12}$  انچ پیمائش کے مستطیل کے رقبہ کا ناپ  $\frac{1}{12}$  مربع انچ ہوگا۔ ..... دفعہ ۸

اور  $\frac{1}{12}$  فٹ  $\times$   $\frac{1}{12}$  انچ پیمائش کے مستطیل کے رقبہ کا ناپ  $\frac{1}{12}$  مربع انچ ہوگا۔ ..... دفعہ ۸

اور اوپر کی طرح ہم ثابت کر سکتے ہیں کہ —

$$۱ (\frac{1}{12} \text{ انچ}) \times \text{ب} (\frac{1}{12} \text{ انچ}) = \text{ا ب} (\frac{1}{144} \text{ مربع انچ})$$

$$۱ \text{ انچ} \times \text{ب} (\frac{1}{12} \text{ انچ}) = \text{ا ب} (\frac{1}{12} \text{ مربع انچ})$$

$$۱ \text{ فٹ} \times \text{ب} (\frac{1}{12} \text{ انچ}) = \text{ا ب} \text{ مربع انچ}$$

جہاں ۱ اور ب ایسے اعداد ہیں جو مستطیل کے ابعاد کے ناپ کو ظاہر کرتے ہیں۔

اب تک ہم نے ۱ فٹ  $\times$  ۱ انچ مستوی مستطیل کو ایک سطحی اولی کے نام

سے نامزد کیا ہے۔ اب ہم اس اصطلاح کا اطلاق کسی بھی معیاری اکائی کے

بارہویں حصے پر کریں گے اور اس طرح ہم ایک طولی فٹ کے بارہویں حصہ (یعنی ایک انچ) کو طولی

اولی اور ایک مکعب فٹ کے بارہویں حصے کو ایک مکعب فٹ یا ٹھوس اولی کہیں گے۔

نیز کسی اولی کے بارہویں حصہ کو خواہ وہ طولی ہو، سطحی ہو یا مکعبی ہو ایک

ثانوی کے نام سے موسوم کریں گے۔

اور اس اثنا عشریہ تقسیم کی سب خواہش تو سب سے کی جاسکتی ہے۔

پس —

$$۱ \text{ معیاری اکائی} = ۱۲ \text{ اولیات (طریقہ ثبات ۱۲)}$$

۱ اولی = ۱۲ ثانویات (طریقہ کتابت ۱۲)

۱ ثانوی = ۱۲ ثلاثیات (طریقہ کتابت ۱۲)

وغیرہ وغیرہ

نتائج بالا کو اب ہم اس طرح بیان کر سکتے ہیں :-

جب کسی مستطیل سے بحث ہو تو -

$$\text{ا فٹ} \times \text{ب فٹ} = \text{ا ب مربع فٹ}$$

$$\text{ا فٹ} \times \text{ب طولی اولیات} = \text{ا ب سطحی اولیات}$$

$$\text{ا فٹ} \times \text{ب طولی ثانویات} = \text{ا ب } \text{ثانویات}$$

$$\text{ا طولی اولیات} \times \text{ب طولی اولیات} = \text{ا ب } \text{اویات}$$

$$\text{ا } \times \text{ب } \text{ثانویات} = \text{ا ب } \text{ثلاثیات}$$

$$\text{ا } \text{ثانویات} \times \text{ب } \text{ثانویات} = \text{ا ب } \text{مربعیات}$$

$$\text{ا فٹ} \times \text{ب فٹ} = \text{ا ب مربع فٹ}$$

$$\text{ا فٹ} \times \text{ب} = (\text{ا ب})$$

$$\text{ا فٹ} \times \text{ب} = (\text{ا ب})$$

$$\text{ا} \times \text{ب} = (\text{ا ب})$$

$$\text{ا} \times \text{ب} = (\text{ا ب})$$

$$\text{ا} \times \text{ب} = (\text{ا ب})$$

جہاں قوت نما سے اکائی کا دسرا جہر ظاہر ہوتا ہے۔

اجزائے ضربی کے دسرا جہ اور ان کے حاصل ضرب کے دسرا جہ کا تعلق یہاں قابل غور ہے اور نتائج بالا سے ہم ذیل کا قاعدہ منضبط کر سکتے ہیں :-

حاصل ضرب کے دسرا جہ اس کے اجزائے ضربی کے

دسرا جہوں کا مجموعہ ہوتا ہے۔



## توضیحی مثالیں

—۱۴

مثال ۱:— ۱۵ فٹ  $\frac{1}{4}$  انچ کو اٹنا اعشاریہ میں بیان کرو۔

$$۱۵ \text{ فٹ } \frac{1}{4} \text{ انچ} = (۱۵ + \frac{۱}{۱۲}) \text{ فٹ}$$

$$= (۱۵ + \frac{۸}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲}) \text{ فٹ}$$

$$= (۱۵ + \frac{۸}{۱۲} + \frac{۱}{۱۲}) \text{ فٹ}$$

$$= ۱۵ \text{ فٹ } \frac{۸}{۱۲}$$

مثال ۱۲:— ۲۹ مربع فٹ ۷ مربع انچ کو اٹنا اعشاریہ میں ظاہر کرو۔

$$۲۹ \text{ مربع فٹ } ۷ \text{ مربع انچ} = \frac{۷}{۱۴۴} ۲۹ \text{ مربع فٹ}$$

$$= (۲۹ + \frac{۷}{۱۴۴} + \frac{۷}{۱۴۴}) \text{ مربع فٹ}$$

$$= (۲۹ + \frac{۷}{۱۲} + \frac{۷}{۱۲}) \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۲۹ \text{ مربع فٹ } \frac{۷}{۱۲}$$

مثال ۳:— ۱۰۵ مکعب فٹ  $\frac{1}{4}$  انچ کو اٹنا اعشاریہ میں بیان کرو۔

$$۱۰۵ \text{ مکعب فٹ } \frac{1}{4} \text{ انچ} = \frac{۱}{۱۷۲۸} ۱۰۵ \text{ مکعب فٹ}$$

$$= (۱۰۵ + \frac{۱}{۱۷۲۸} + \frac{۱}{۱۷۲۸}) \text{ مکعب فٹ}$$

$$= (۱۰۵ + \frac{۵}{۱۲} + \frac{۱۰۸}{۱۷۲۸} + \frac{۹}{۱۷۲۸} + \frac{۱}{۵۱۸۴}) \text{ مکعب فٹ}$$

$$= (1.5 + \frac{5}{13} + \frac{9}{132} + \frac{9}{1438} + \frac{4}{20036}) \text{ کعب فٹ}$$

مثال ۴:۔ اثنا عشریہ کے طریقہ سے ایک ایسے مستطیل کا رقبہ دریافت کرو جس کا ناپ ۷ فٹ ۹ انچ  $\times$  ۵ فٹ ۱۰ انچ ہے۔

مستطیل کا رقبہ = ۷ فٹ ۹ انچ  $\times$  ۵ فٹ ۱۰ انچ ..... دفعہ ۴

فٹ	انچ
۷	۹
۵	۱۰
۳۸	۹
۶	۵
۴۵	۲

∴ مستطیل کا رقبہ = ۴۵ مربع فٹ ۲ سطحی اولیات ۶ مربع انچ

مثال ۵:۔ اثنا عشریہ کے طریقہ سے ایک ایسے مستطیل کا رقبہ دریافت کرو جس کا طول ۶ فٹ ۷ انچ اور انچ کے چہار بار ہوں تھے اور جس کا عرض ۳ فٹ ۸ انچ اور انچ کے سات بار ہوں تھے۔

مستطیل کا رقبہ = ۶ فٹ ۷ انچ  $\times$  ۳ فٹ ۸ انچ ..... دفعہ ۴

$$= ۶ \text{ فٹ } ۷ \text{ انچ } \times ۳ \text{ فٹ } ۸ \text{ انچ}$$

۶ فٹ ۷	۳ فٹ ۸
۱۹	۱۰
۳	۱۰
۳	۱۰
۲۳	۶



∴ مستطیل کا رقبہ = ۲۴ مربع فٹ ۶ اسطی اولیات ۸ مربع انچ (یا اسطی ثانویات)  
۱۱ اسطی ثلاثیات ۳۴ اسطی ربعیات

### امثلہ نمبری (۳)

فیل کے لول، رقبوں اور چھوٹوں کو اثنا عشریہ میں بیان کرو۔

۱۔ ۳ فٹ ۶ انچ ۴۔ ۱۳ فٹ ۱۶ انچ

۲۔ ۹ فٹ ۳۰ انچ ۵۔ ۱۰ فٹ ۱۰ انچ

۳۔ ۶ مربع فٹ ۲۴ مربع انچ ۶۔ ۸ مربع فٹ ۱۰ مربع انچ

۷۔ ۱۲ مربع فٹ ۵۲ مربع انچ ۸۔ ۱۲ مربع فٹ ۳۱ مربع انچ

۹۔ ۱۳ مربع فٹ ۴۶ مربع انچ ۱۰۔ ۱۲ مربع فٹ ۳۱ مربع انچ

۱۱۔ ۱۴ مربع فٹ ۶۶ مربع انچ ۱۲۔ ۱۸ مربع فٹ ۱۳۶۲ مربع انچ

فیل کے ابعاد کے مستطیلوں کے رقبہ اثنا عشریہ کے طریقے سے دریافت کرو۔

۱۳۔ ۱۰ فٹ ۶ انچ ۱۴۔ ۱۰ فٹ ۶ انچ

۱۵۔ ۱۰ فٹ ۶ انچ ۱۶۔ ۱۰ فٹ ۶ انچ

۱۷۔ ۱۰ فٹ ۶ انچ ۱۸۔ ۱۰ فٹ ۶ انچ

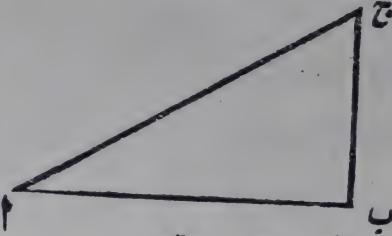
۱۹۔ ۱۰ فٹ ۶ انچ ۲۰۔ ۱۰ فٹ ۶ انچ

۲۱۔ ۱۰ فٹ ۶ انچ ۲۲۔ ۱۰ فٹ ۶ انچ

# باب چہارم

## قائم الزاویہ مثلث

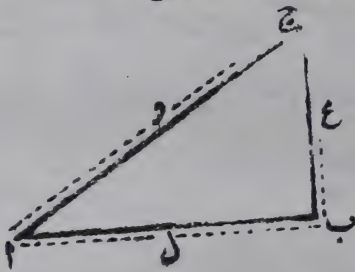
۱۵۔ قائم الزاویہ مثلث ایسی تین ضلعی مستقیم شکل کو کہتے ہیں جس کا ایک زاویہ قائمہ ہو۔  
قائم الزاویہ مثلث میں زاویہ قائمہ کے مقابل کے ضلع کو وتر کہتے ہیں۔  
قائم الزاویہ مثلث کے وہ اضلاع جن سے زاویہ قائمہ بنتا ہے بالترتیب قاعدہ اور عمود کہلاتے ہیں۔



پس قائم الزاویہ  $\triangle$  ا ب ج میں  
ا ج وتر ہے۔ ا ب قاعدہ اور ب ج عمود ہے۔  
قائم الزاویہ مثلث میں قاعدہ اور عمود عموماً  
زاویہ قائمہ بنانے والے ضلعے یا زاویہ قائمہ کے گرد کے ضلعے کہلاتے ہیں۔

## مسئلہ (۲)

۱۶۔ قائم الزاویہ مثلث کا دو معلوم کرنا جبکہ اس کا قاعدہ اور عمود دیے ہوئے ہوں



فرض کرو کہ ا ب ج ایک قائم الزاویہ  
مثلث ہے اور قاعدہ ا ب اور عمود ب ج  
کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب  
ل اور ع ہیں۔ مطلب یہ ہے کہ وتر ا ج،  
ل اور ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

اب چونکہ  $ا ج پر کا مربع = ا ب پر کا مربع + ب ج پر کا مربع$   
... اقلیدس مقالہ اول شکل ۴۷

لیکن اب پر کا مربع = ل مربع اکائیاں ..... ونعہ ۹



اور بساج پر کا مربع =  $ع^2$  مربع اکائیاں ..... دفعہ ۹

۵. اج پر کا مربع =  $(ل^2 + ع^2)$  مربع اکائیاں

۶. اج =  $\sqrt{ل^2 + ع^2}$  طولی اکائیاں ..... دفعہ ۹

پس قاعدہ - قائم الزاویہ مثلث کے زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع میں طولی اکائیوں کی تعداد کے مربعوں کا مجموعہ دریافت کرو۔ تب اس مجموعہ کا جذر المربع اُس کے وتر میں متناظر طولی اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کرے گا۔

یا مختصر - قائم الزاویہ مثلث کا وتر =  $\sqrt{ل^2 + ع^2}$  (قاعدہ) + (عمود)

یعنی  $و = \sqrt{ل^2 + ع^2}$  ..... (۱) پھر چونکہ

(وتر)  $^2 =$  (قاعدہ)  $^2 +$  (عمود)  $^2$

(قاعدہ)  $^2 =$  (وتر)  $^2 -$  (عمود)  $^2$

(عمود)  $^2 =$  (وتر)  $^2 -$  (قاعدہ)  $^2$

قاعدہ =  $\sqrt{(وتر)^2 - (عمود)^2}$

عمود =  $\sqrt{(وتر)^2 - (قاعدہ)^2}$

۱.  $ل = \sqrt{و^2 - ع^2}$  ..... (۲)

۳.  $ع = \sqrt{و^2 - ل^2}$  ..... (۳)

نوٹ - اکثر اوقات جملہ ۱، ۲، ۳ کے بجائے جملہ ۴ (د - ع) (ع + د) اور جملہ ۵، ۶، ۷ کے بجائے جملہ ۸ (د - ل) (ل + د) استعمال کرنے میں سہولت ہوتی ہے خصوصاً جبکہ بڑے اعداد شامل ہوں۔

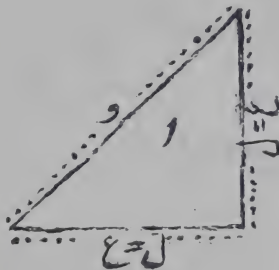
## خاص صورتیں

— ۱۷ —

(۱) مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث -

اس صورت میں قاعدہ = عمود

اب کسی قائم الزاویہ مثلث کا وتر



$و = \sqrt{ل^2 + ع^2}$  ..... دفعہ ۱۶

∴ مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث کا وتر =  $۲\sqrt{۲}$  (قاعدہ) یا  $۲\sqrt{۲}$  (عمود)

$$۲\sqrt{۲} \text{ یا } ۲\sqrt{۲} = ۲$$

$$= ۲\sqrt{۲} \text{ یا } ۲\sqrt{۲} = ۲ \quad (۱)$$

اس لئے مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث کا قاعدہ یا عمود =  $\frac{۲}{\sqrt{۲}}$

$$= \frac{۲}{\sqrt{۲}} = ۲ \quad (۲)$$

$$= \frac{۲}{\sqrt{۲}} = ۲ \quad (۳)$$

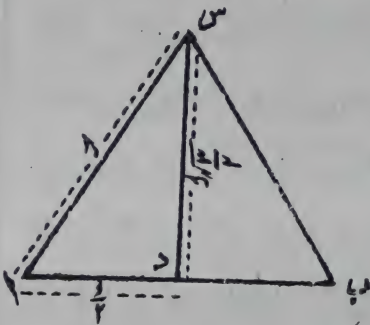
نوٹ — مربع کا وتر مساوی الساقین قائم الزاویہ مثلث کا وتر ہوتا ہے۔

## ۲۔ مثلث مساوی الاضلاع

اس صورت میں تینوں اضلاع آپس میں ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔  
فرض کرو کہ مثلث مساوی الاضلاع ۱ ب س کے ہر ایک ضلع کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ۱ ہے یعنی ۱ ب = ۱ س = ۱ س = ۱ طولی اکائیاں  
تب اگر س د، ۱ ب پر عمود ہو تو

$$۱ د = \frac{۱}{۲} \text{ طولی اکائیاں}$$

$$۱ ب س د = ۱ س ۱ د - ۱ د^۲ \quad \text{فقہ ۱۶}$$



$$\therefore ۱ س د = ۱ د - \left(\frac{۱}{۲}\right)^۲$$

$$= \left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ \text{ مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{۱^۲}{۲^۲} \text{ مربع اکائیاں}$$

$$\therefore ۱ س د = \frac{۱}{۲} \text{ طولی اکائیاں}$$

یہ اہم نتیجہ اس طرح بیان کیا جاسکتا ہے:



مثلث مساوی الاضلاع کا ارتفاع = ضلع  $\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

## توضیحی مثالیں

۱۸ —

مثال ۱ — ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ اور عمود بالترتیب ۳ فٹ اور ۲ فٹ ۳ اینچ ہیں۔ اس کا وتر دریافت کرو۔



$$\text{وتر} = \sqrt{3^2 + (2 \text{ فٹ } 3 \text{ اینچ})^2} \quad \text{..... دفعہ ۱۶}$$

$$\text{جہاں قاعدہ} = (12 \times 3) = 36 \text{ اینچ}$$

$$\text{عمود} = (3 + 12 \times 2) = 27 \text{ اینچ}$$

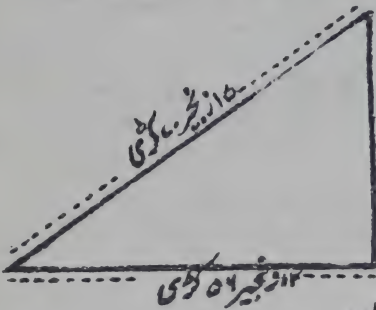
$$\therefore \text{وتر} = \sqrt{3^2 + (27)^2} \text{ اینچ}$$

$$= \sqrt{2025} \text{ اینچ}$$

$$= 45 \text{ اینچ}$$

$$= 3 \text{ فٹ } 9 \text{ اینچ}$$

مثال ۲ — قائم الزاویہ مثلث کی وضع کے ایک قطعہ زمین کے دو اطول ۱۵ زنجیر ۴۰ کڑی اور باقی سرحدوں میں سے ایک کا طول ۱۲ زنجیر ۵۶ کڑی ہے بقیہ سرحد کا طول دریافت کرو۔



$$\text{بقیہ سرحد} = \sqrt{(12 \text{ فٹ } 56 \text{ اینچ})^2 + (15 \text{ فٹ } 40 \text{ اینچ})^2} \quad \text{..... دفعہ ۱۶}$$

$$\text{جہاں وتر} = 15 \text{ زنجیر } 40 \text{ کڑی} = 1540 \text{ کڑی}$$

$$\text{قاعدہ} = 12 \text{ زنجیر } 56 \text{ کڑی} = 1256 \text{ کڑی}$$

$$\therefore \text{بقیہ سرحد} = \sqrt{(1256)^2 + (1540)^2} \text{ کڑی}$$

$$= \sqrt{(1256 + 1540)(1256 - 1540)} \text{ کڑی}$$

$$= \sqrt{884344} \text{ کڑی}$$

$$= 942 \text{ کڑی}$$

$$= 9 \text{ زنجیر } 42 \text{ کڑی}$$





$$\therefore \text{ارتفاع} = \sqrt{(38)^2 - (24)^2}$$

$$\therefore \sqrt{(38)^2 - (24)^2} = (34 - 24)$$

$$\therefore 38^2 - 24^2 = 2(34) + 24 - 24$$

$$\therefore 1444 + 2304 = 24$$

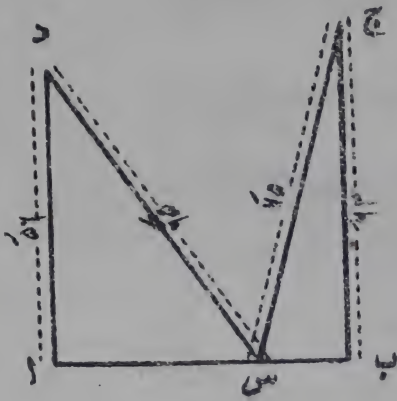
$$3400 =$$

$$\therefore 50 = \frac{3400}{68}$$

$$\therefore 12 = 34 - 50 = 34 - 50$$

۵۰ انچ ہے اور ارتفاع ۱۲ انچ ہے

مثال ۶۔ ایک سیڑھی کو سڑک کے ایک سونچ پر رکھا گیا تو وہ ۶۳ فٹ اونچے دیوار تک پہنچی۔ پھر اسے سڑک کے دوسرے سونچ پر لٹا دیا گیا تو وہ ۵۶ فٹ بلندی تک پہنچی ۱۴ سیڑھی کا طویل ۶۵ فٹ ہو تو سڑک کا عرض دریافت کرو۔



فرض کرو کہ خط AB سڑک کے عرض کو ظاہر کرتا ہے اور نقطہ S سیڑھی کے پائین کو ابھیں حسب ذیل پیمائشیں حاصل ہوتی ہیں:

$$\text{س ج} = \text{س د} = 63 \text{ فٹ}$$

$$\text{ب ج} = 63 \text{ فٹ}$$

$$\text{ا د} = 56 \text{ فٹ}$$

$$\text{پس اس} = \sqrt{(56)^2 - (45)^2} \text{ فٹ} \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= 33 \text{ فٹ}$$

$$\text{اور س ب} = \sqrt{(63)^2 - (45)^2} \text{ فٹ} \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$12 \text{ فٹ}$$

لیکن سڑک کا عرض = اس + س ب

$$\therefore \text{سڑک کا عرض} = (12 + 33) \text{ فٹ}$$

$$= 45 \text{ فٹ}$$

مثال ۷۔ ایک بھیت مساوی الاضلاع مثلث کی وضع کا ہے اس کی احاطہ بندی کی لاگت ۳ آنہ فی فٹ کے حساب سے ۵۶ روپیہ ۳ آنہ ہوتی ہے۔ اس کے کسی راس سے مقابل کے ضلع کے وسطی نقطہ کا فاصلہ دریافت کرو۔



$$\text{مثلث کا احاطہ} = \frac{۵۶ \text{ روپیہ } ۳ \text{ آنہ فٹ}}{۳} =$$

$$= \frac{۹۰۰}{۳} \text{ فٹ}$$

$$= ۳۰۰ \text{ فٹ}$$

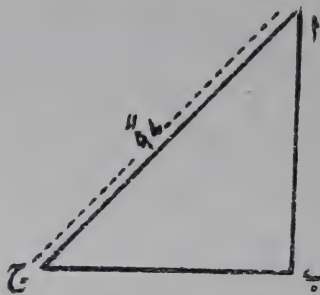
$$\therefore \text{مثلث کا ہر ایک ضلع} = \frac{۳۰۰}{۳} = ۱۰۰ \text{ فٹ}$$

لیکن اگر مساوی الاضلاع مثلث 'ا ب ج' کا ایک ضلع 'ا ب' کا ناپ ۱۰۰ فٹ ہو تو 'ا سے ب ج' پر کا عمود 'ا د' یعنی کسی راس سے اس کے مقابل کے ضلع کے وسطی نقطہ کا فاصلہ ذیل سے حاصل ہوگا۔

$$\frac{۱۰۰ \sqrt{۳}}{۲} \text{ فٹ} = ۵۰ \times ۸۶.۶۰۲۵ \text{ فٹ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۷}$$

$$= ۸۶۶۰.۲۵ \text{ فٹ}$$

مثال ۸۔ ایک قائم الزاویہ مثلث کا احاطہ ۲۳۴ اینچ اور اس کا وتر ۹۷ اینچ ہے۔ اس کے باقی دو ضلعوں کے طول دریافت کرو۔



فرض کرو کہ 'ا ب ج' ایک قائم الزاویہ مثلث ہے جس کا 'ب' پر کا زاویہ ایک قائمہ ہے تو 'ج' کا طول ۹۷ اینچ ہوگا۔

$$\text{فرض کرو کہ } 'ا ب' = \text{لا اینچ اور } 'ب ج' = \text{ما اینچ}$$

$$اب^2 = (لا + ما)^2 = (لا - ما)^2 + ۲(لا - ما) = ۲(۹۷)^2 \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$\text{لیکن } (لا + ما) = ۹۷ - ۲۳۴ = ۱۳۷$$

$$\therefore (لا - ما) = \frac{۲(۱۳۷)^2 - ۲(۹۷)^2}{۲}$$

$$= \frac{۱۸۷۶۹ - ۱۸۸۱۸}{۲} =$$

$$۲۹۷ =$$

$$۷ =$$





مثال ۱۔ ایک قائم الزاویہ مثلث کا ارتفاع اس کے قاعدہ کے  $\frac{11}{13}$  سے بقدر ۶ اینچ کم ہے۔ اور اس کا وتر قاعدہ کے  $\frac{5}{13}$  سے بقدر ۳ اینچ کم ہے۔ قاعدہ دریافت کرو۔  
فرض کرو کہ قاعدہ = لا اینچ

$$\text{تو ارتفاع} = \left( \frac{11}{13} \text{ لا} - 6 \right) \text{ اینچ}$$

$$\text{اور وتر} = \left( \frac{5}{13} \text{ لا} - 3 \right) \text{ اینچ}$$

لیکن (وتر)<sup>۲</sup> = (قاعدہ)<sup>۲</sup> + (ارتفاع)<sup>۲</sup> ..... فیصلہ ۱۹

$$\therefore \left( \frac{5}{13} \text{ لا} - 3 \right)^2 = \left( \frac{11}{13} \text{ لا} - 6 \right)^2 + \text{لا}^2$$

اس مساوات کو حل کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ

$$\text{لا} = ۳۶$$

∴ قاعدہ کا طول ۳۶ اینچ ہے۔

### امثلہ نمبری ۴ (۱)

ذیل کے ہر ایک قائم الزاویہ مثلث کا وتر دریافت کرو جن میں زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع بالترتیب حسب ذیل ہیں:-

۱۔ ۳۰ اینچ، ۴۲ اینچ

۲۔ ۵۵ گز، ۱۰۰ گز

۳۔ ۱۶ گز، ۵ گز ۱ فٹ

۴۔ ۹ گز ۲ فٹ ۲ اینچ، ۳ گز ۱ فٹ (جواب گز ۱ فٹ اور اینچ میں مطلوب ہے)

۵۔ ۵ فلانگ ۱۲ پول، ۳ فلانگ ۵ پول (جواب میل فلانگ اور پول میں بیان کرو)

۶۔ ۴ زنجیر ۱۳ کڑی، ۹ زنجیر ۵۲ کڑی (جواب زنجیر اور کڑی میں چاہئے)

۷۔ ۱۶ زنجیر ۵ کڑی، ۲۲ زنجیر ( " " )

۸۔ ۲۴ کڑی، ۲۸ کڑی (جواب زنجیر میں درکار ہے)

ذیل کے ہر ایک قائم الزاویہ مثلث کا بقیہ ضلع دریافت کرو جس میں وتر اور ایک ضلع بالترتیب حسب ذیل ہیں



۹ — ۱۶۲ کڑی، ۱۳۶ کڑی

۱۰ — ۶۵۵ انچ، ۵۵۶ انچ

۱۱ — ۲ فٹ ۱ انچ، ۲ فٹ

۱۲ — ۹ میل ۲ فرلانگ، ۸ میل ۶ فرلانگ

۱۳ — ۴ زرخیر ۸ کڑی، ۳ زرخیر ۹۶ کڑی

۱۴ — ۸ میل ۶ فرلانگ ۳۶ پول، ۳ میل ۱ فرلانگ ۳۶ پول

۱۵ — کسی قائم الزاویہ مثلث کا ایک ضلع ۱۲۶ گز اور اُس کے وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۲ گز ہے۔ وتر اور دوسرا ضلع دریافت کرو۔

۱۶ — ایک مربع کا ضلع ۱ فٹ ۶ انچ ہے مربع کے وسطی نقطہ کا راسوں سے فاصلہ دریافت کرو۔

۱۷ — ۱۵ فٹ لمبی سیڑھی ایک دیوار سے انتصاباً کھڑی ہوئی ہے۔ سیڑھی کے نچلے سرے کو کس قدر کھینچا جائے گا اُس کا بالائی سر ۳ فٹ نیچے اتر آئے؟

۱۸ — کسی قائم الزاویہ مثلث کے وتر اور ایک ضلع کا مجموعہ ۱۵۳ انچ اور اس کا دوسرا ضلع ۵۱ انچ ہے۔ وتر معلوم کرو۔

۱۹ — ایک مستطیل کے ابعاد بالترتیب ۲ فٹ اور ۳ فٹ ۹ انچ ہیں۔ اُس کا وتر دریافت کرو۔

۲۰ — ایک ایسے مربع کا وتر دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۱۳ انچ ہے۔

۲۱ — ایک مساوی الساقین مثلث کے مساوی اضلاع کا طول ۴ فٹ ۲ انچ ہے اور اس کا قاعدہ ۶ فٹ ۸ انچ ہے: اُس سے قاعدہ پر کھینچے ہوئے عمود کا طول دریافت کرو۔

۲۲ — ۹ فٹ ۲ انچ لمبی سیڑھی ایک مکان کی کھڑکی تک عین پہنچ سکتی ہے۔ اگر سیڑھی کا مکان کی دیوار سے ۵ فٹ ۶ انچ کے فاصلہ پر ہو تو زمین سے کھڑکی کی بلندی دریافت کرو۔

۲۳ — ایک قائم الزاویہ مثلث کا وتر ۵ زرخیر ہے اور ارتفاع قاعدہ کا دوچند ہے۔ اعتدالیہ کے دوسرے مقام تک اُس کا ارتفاع دریافت کرو۔

۲۴ — ایک کھیت قائم الزاویہ مثلث مساوی الساقین کی شکل کا ہے اور اس کے وتر کا ضول ۱۰۰ گز ہے۔ ۳۰ روپیہ فی گز کے حساب سے قریب ترین آدہ تک اس کی احاطہ بندی کی لاگت دریافت کرو۔

- ۲۵ — ۳ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے چلکر اگر کوئی شخص ۳ منٹ میں ایک مربع کے دور کو عبور کر سکے تو قریب ترین فٹ تک مربع کا احاطہ دریافت کرو۔
- ۲۶ — کسی سیرھی کو ایک گلی کے ایک رخ پر اس طرح رکھا گیا کہ وہ ۶۳ فٹ بلند دریچے تک پہنچے۔ پھر اسے گلی کے دوسرے رخ پر پلٹا دیا گیا تو وہ ۴۴ فٹ بلندی تک پہنچی۔ اگر سیرھی کا طول ۴۰ فٹ ہو تو مربع کا عرض دریافت کرو۔
- ۲۷ — ایک شہر دوسرے شہر سے شمال کو ۴۲ میل کے فاصلہ پر ہے اور ایک تیسرے شہر ج سے مغرب کو ۲۰ میل کے فاصلہ پر ہے۔ بتاؤ کب ج سے کتنی دور ہے؟
- ۲۸ — ۴۶ فٹ ۵ انچ طول کی ایک رسی کسی جھنڈے کی لکڑی کی چوٹی سے زمین کے ایک ایسے نقطہ تک پہنچتی ہے جس کا فاصلہ لکڑی کے پایہ سے ۳۱ فٹ ۹ انچ ہے۔ جھنڈے کی لکڑی کی بلندی دریافت کرو۔
- ۲۹ — سو فٹ بلند مینار کے سامنے ایک خندق واقع ہے۔ خندق کا عرض دریافت کرو اگر مینار کی چوٹی اور خندق کے مقابل کنارہ کو ملانے والے خط مستقیم کا طول ۱۱۸ فٹ ہو۔
- ۳۰ — ایک قائم الزاویہ مثلث کا وتر ۱۸ انچ ہے دو فلوں ضلعوں کے طول دریافت کرو اگر ایک ضلع دوسرے کا تین چوتھائی ہو۔

## امثلہ نمبری ۴ (ب)

- ذیل کے قائم الزاویہ مثلثوں کے وتر دریافت کرو جن میں زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع حسب ذیل ہیں۔
- |                          |                       |
|--------------------------|-----------------------|
| ۳۲ — ۱۳ لاقہ ، ۸۴ لاقہ   | ۳۱ — ۲۴ راسی ، ۷ راسی |
| ۳۳ — ۶۰ لاقہ ، ۲۲۱ لاقہ  | ۳۳ — ۸۵ گرہ ، ۱۳۲ گرہ |
| ۳۶ — ۱۴۵ راسی ، ۴۰۸ راسی | ۳۵ — ۷۶ گز ، ۳۵۷ گز   |
- ذیل کے قائم الزاویہ مثلثوں کا بقیہ ضلع دریافت کرو جن میں وتر اور ایک ضلع بالترتیب حسب ذیل ہیں:
- |                        |                          |
|------------------------|--------------------------|
| ۳۷ — ۴۱ لاقہ ، ۴۰ لاقہ | ۳۸ — ۵۳ راسی ، ۴۵ راسی   |
| ۳۹ — ۱۰۹ گرہ ، ۹۱ گرہ  | ۴۰ — ۱۳۷ لاقہ ، ۸۸ لاقہ  |
| ۴۱ — ۲۰۵ گز ، ۱۵۷ گز   | ۴۲ — ۴۰۹ راسی ، ۳۹۱ راسی |

## سوالات امتحانات — ۲

- ۱۔ ایک قائم الزاویہ مثلث کے ضلعوں کا فرق ۲۱ فٹ اور اس کا وتر ۳۹ فٹ ہے دونوں



ضلعوں کی لمبائی دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹری کیولیشن)

۲۔ ایک میٹری جس کا طول ۲۴ فٹ ہے ایک دیوار سے سیدھی انتصاباً لگی ہوئی ہے۔ بتاؤ کہ میٹری کے پائین کو کس قدر کھینچا جائے تاکہ اس کا بالائی حصہ ۳ فٹ اتر جائے۔

(جامعہ الہ آباد: میٹری کیولیشن)

۳۔ ایک برج افقی میدان میں کھڑا ہے میدان کے ایک نقطہ پر جو پائین برج سے ۱۶۰ فٹ کے فاصلہ پر ہے برج کوئی زاویہ بناتا ہے۔ اس مقام سے ۱۰۰ فٹ برج کی طرف بڑھنے سے معلوم ہوتا ہے کہ برج اب جو زاویہ بناتا ہے وہ پہلے زاویہ کا دو چندان ہے۔ برج کی بلندی دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹری کیولیشن)

۴۔ ایک مقام پر ملنے والی دو سڑکوں کا میلان  $120^\circ$  کا زاویہ ہے۔ دو شخص مختلف سڑکوں پر بالترتیب ۴ اور ۵ میل فی گھنٹہ کی رفتاروں سے اس مقام سے روانہ ہوتے ہیں بتاؤ کہ ۶ گھنٹہ تک اپنی اپنی سڑک پر چلنے کے بعد ان شخصوں کے درمیان راست فاصلہ کیا ہوگا؟

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۵۔ اگر کسی قائم الزاویہ مثلث مساوی الساقین کا احاطہ  $1 + \sqrt{2}$  ہو تو اس کا وتر دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۶۔ قائم الزاویہ مثلث کے وتر اور ایک ضلع کا مجموعہ یا فرق نیز دوسرا ضلع معلوم ہو تو اس کا وتر دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۷۔ ایک مثلث قائم الزاویہ  $ABC$  میں  $B$  پر کا زاویہ قائم ہے اور ضلع  $AB$  میں کوئی نقطہ  $D$  ہے۔ اگر  $B = 5$ ،  $BC = 3$  فٹ  $= \frac{1}{2}(1 + \sqrt{2})$  ج  $AD$  کا طول دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۸۔ ایک ایسے مربع کا وتر اعشاریہ کے پانچ مقامات تک دریافت کرو جس کا ضلع

ایک میل ہے۔ نیز مربع کا رقبہ ایک میں دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب : مڈل اسکول)

۹۔ ایک قائم الزاویہ مثلث کا وتر ۱۲۳ فٹ اور ایک ضلع ۹ گز ہے دوسرا ضلع دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب : مڈل اسکول)

۱۰۔ ایک مربع کا ضلع ۹ گز ہے : اُس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جو اس مربع کے گز بنایا

(جامعہ پنجاب : مڈل اسکول)

گیا ہو۔

۱۱۔ کسی نالہ کے ایک کنارہ پر ایک شخص معلوم کرتا ہے کہ وہ ۲۰ فٹ لمبی سیڑھی کو مقابل کے

کنارہ پر کے انتصابی درخت کی ٹہنی پر عین ٹکاسکتا ہے۔ درخت کی ٹہنی زمین سے ۱۲ فٹ

بلندی پر ہے۔ نالہ کی چوڑائی دریافت کرو۔

(جامعہ گلگت : میٹری کولیشن)

۱۲۔ ثابت کرو کہ کوئی مثلث جس کے اضلاع میں ۳ : ۴ : ۵ کی نسبت ہو قائم الزاویہ مثلث

(یورپین اسکول : فائینل صوبائی امتحان)

ہوگا۔

۱۳۔ ایک ایسا گڑھا کھدوانا مطلوب ہے جسکی تہ کا عرض ۱۶ فٹ گہرائی ۹ فٹ اور بالائی

حصہ سے مقابل کے رُخوں کا میلان بالترتیب ۳۰° اور ۵۰° ہو بتاؤ کہ بالائی حصہ پر گڑھے کا

عرض کیا ہونا چاہیے ؟

(یورپین اسکول : فائینل صوبائی امتحان)

۱۴۔ ایک چھت کا فضل ۲۱ فٹ اور ارتفاع ۷ فٹ ہے ہر مائل ضلع کا طول دریافت کرو۔

(مدراں ٹیکنیکل : ابتدائی)

۱۵۔ کسی دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فٹ ہے۔ اُس کے اندر جو بیسے سے بڑا مربع بن سکتا ہے

(مدراں ٹیکنیکل : انٹرمیڈیٹ)

اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۶۔ مربع وضع کے ایک کھیت کا رقبہ ۳۱ ایکڑ ۰ روڈ ۲۵ و ۱۰ مربع پول ہے۔ اُس کے

(رڈ کی انجینیر : داخلہ)

وتر کا طول معلوم کرو۔

۱۷۔ کسی متعلیل کے ایک اندرونی نقطہ سے مقابل کے زاویوں تک کھینچے ہوئے خطوط

کا طول ۱۶ انچ اور ۲۰ انچ ہے نیز بقیہ زاویوں میں سے ایک تک ۱۲ انچ ہے۔ اس نقطہ کا بقیہ

(رڈ کی انجینیر : داخلہ)

زاویہ سے حاصل دریافت کرو۔



۱۸۔ کسی قائم الزاویہ مثلث کا ایک ضلع ۵۸۸ فٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا مجموعہ ۸۸۲ فٹ ہے۔ وتر اور دوسرے ضلع کے طول دریافت کرو۔

(رڈ کی اپریسب آرڈینیٹ : داخلہ)

۱۹۔ ۱۰ فٹ ۱۰.۴ فٹ کے ایک حوض کے درمیان ایک پودا اگایا ہے۔ پودے کا بالائی حصہ پانی کی سطح سے ۱ فٹ بلند ہے۔ کنارہ پر ایک رُخ کے درمیان نقطہ پر کھڑا ہوا ایک شخص پودے کی جونی کو کھینچ کر ساحل کے کنارہ سے عین لگا سکا۔ پانی کی گہرائی کیا تھی؟

(رڈ کی اپریسب آرڈینیٹ : داخلہ)

۲۰۔ کسی قائم الزاویہ مثلث کا ایک ضلع ۴۲۵ فٹ اور وتر اور دوسرے ضلع کا فرق ۶۲۵ فٹ ہے۔ وتر اور دوسرے ضلع دریافت کرو۔

۲۱۔ ۲۵ فٹ لمبی ایک سیڑھی کسی دیوار سے اس طرح لگی ہوئی ہے کہ اُس کا پایہ دیوار سے ۷ فٹ کے فاصلہ پر ہے۔ بتاؤ کہ سیڑھی کا پایہ کس قدر کھینچا جائے کہ سیڑھی کا بالائی حصہ پایہ کو ہٹائے ہوئے فاصلہ سے نصف فاصلہ نیچے اتر آئے۔

(رڈ کی اپریسب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۲۲۔ مربع وضع کے ایک صحن کا وتر ۳۰۰ فٹ ہے۔ اُس کا رقبہ مربع گزوں میں دریافت کرو۔

(رڈ کی اپریسب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۲۳۔ اُس مربع کا رقبہ دریافت کرو جس کا احاطہ ۳۰۰ فٹ ہے (رڈ کی اپریسب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۲۴۔ اُس بڑے سے بڑے مربع کے وتر کا طول کیا ہوگا جو ایک ایسے قائم الزاویہ مثلث میں سے کاٹا جائے جس کا ہر ایک ضلع ۴۴ فٹ ہے؟

(رڈ کی اپریسب آرڈینیٹ : ماہانہ)

۲۵۔ دس روپیہ فی ۱۰۰ مربع فٹ کے حساب سے ایسی کولے دار چھت کی ڈھکوائی میں کیا صرفہ ہوگا جس کے ابعاد حسب ذیل ہیں اولیٰ کا طول اور عرض بالترتیب ۱۰۸ فٹ اور ۳۶ فٹ اور چھت کا ڈھال ۴۵° ہے۔

فرض کرو کہ  $10 \times 12 \times 21 = 252$

(رڈ کی اپریسب آرڈینیٹ : ماہانہ)

# باب پنجم

## کوئی سا مثلث

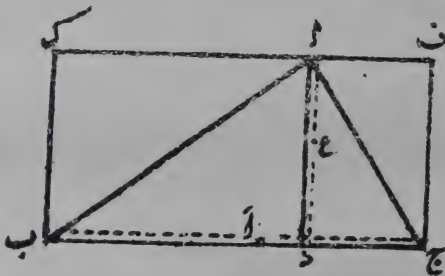
۱۹۔ مثلث اُس مستوی شکل کو کہتے ہیں جو تین مستقیم خطوط سے گھری ہوئی ہو۔  
 مثلث کے کسی ضلع کو اُس کا قاعدہ قرار دے سکتے ہیں اور مقابل کے زاویے سے  
 جو عمود اس قاعدہ پر ڈالا جاتا ہے اُس کو مثلث کا  
 ارتفاع کہتے ہیں۔



پس  $\triangle$  ا ب ج میں ب ج کو قاعدہ  
 اور ا د کو ارتفاع قرار دیا جاسکتا ہے۔

مسئلہ (۳۰)

۲۰۔ مثلث کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا قاعدہ اور ارتفاع دیئے گئے ہوں۔



مثلث ا ب ج میں فرض کر دو کہ اس کے قاعدہ ب ج  
 اور ارتفاع ا د کے ناپ ایک ہی طولی اکائی  
 کے لحاظ سے بالترتیب ۱ و ۲ اور ع میں مطلق  
 یہ ہے کہ مثلث کا رقبہ ۱ و ۲ اور ع کی رقوم میں دریافت  
 کیا جائے۔

اُس قاعدہ ب ج پر ک ج ایک ایسا مستطیل بناؤ جس کا ارتفاع ا د کے برابر ہو۔  
 اب چونکہ۔

$\triangle$  ا ب ج کا رقبہ =  $\frac{1}{2}$  مستطیل ک ج کا رقبہ ..... اقلیدس مقالہ اول شکل ۴۱  
 $\triangle$  ا ب ج کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times$  ب ج  $\times$  ج ف ..... دفعہ ۸



$$= \frac{1}{2} \times \text{ب ج} \times \text{ا د}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{ا د} \times \text{ع مربع اکائیوں}$$

پس قاعدہ: مثلث کے قاعدہ کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اس کے ارتفاع میں کی اُسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دیا جائے تو اس حاصل ضرب کا نصف مثلث کے رقبہ کو متناظر مربع اکائیوں میں تبدیل کرتا ہے۔  
یا اختصاراً -

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$$

$$\text{ق} = \frac{1}{2} \times \text{ق} \times \text{ع} \dots \dots \dots (۱)$$

$$\therefore \text{مثلث کا ارتفاع} = \frac{۲ \times \text{رقبہ}}{\text{قاعدہ}}$$

$$\text{ع} = \frac{۲ \times \text{ق}}{\text{ا}} \dots \dots \dots (۲)$$

$$\text{اور} \quad \text{مثلث کا قاعدہ} = \frac{۲ \times \text{رقبہ}}{\text{ارتفاع}}$$

$$\text{ا} = \frac{۲ \times \text{ق}}{\text{ع}} \dots \dots \dots (۳)$$

### خاص صورتیں

۲۱ -

(۱) قائم الزاویہ مثلث

فرض کرو کہ ا ب ج ایک قائم الزاویہ

مثلث ہے جس کا ج پر کا زاویہ ایک قائمہ ہے۔

اب اگر ا ج کو مثلث کا قاعدہ قرار دیا

جائے تو ظاہر ہے کہ ب ج اس کا ارتفاع ہوگا۔

اب چونکہ کسی مثلث کا رقبہ  $= \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$  ..... دفعہ ۲۰

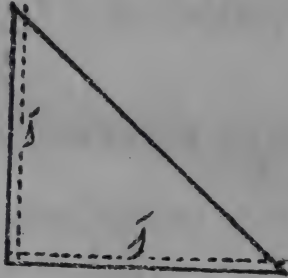
$$\therefore \text{مثلث ا ب ج کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{ا ج} \times \text{ب ج}$$

$$\therefore \text{کسی قائم الزاویہ مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times (\text{زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع کا حاصل ضرب})$$



$$\frac{1}{2} \times \text{ب} \times \text{ا} = \text{مربع اکائیاں}$$

(۲) مساوی الساقین مثلث قائمہ الزاویہ  
یہاں زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔



یعنی  $\text{ا} = \text{ب}$

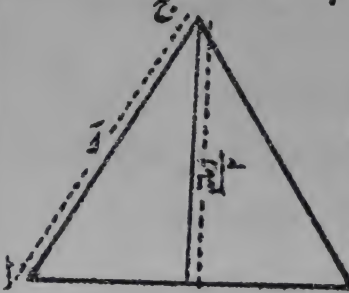
اس لئے کسی مساوی الساقین مثلث قائمہ الزاویہ کا رقبہ

$$= \frac{1}{2} \times (\text{زاویہ قائمہ کے گرد کے اضلاع میں سے ایک کا مربع})$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{ا}^2 \text{ مربع اکائیاں}$$

(۳) مساوی الاضلاع مثلث

فرض کرو کہ مساوی الاضلاع مثلث ا ب ج کے ہر ضلع کا ناپ کسی طوئی اکائی کے لحاظ سے  
ا ہے۔



تب بموجب دفعہ ۱، مثلث کے ارتفاع کا ناپ اُسی طوئی  
اکائی کی رقوم میں  $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{ا}$  ہوگا۔

$$\text{اب چونکہ کسی مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$$

..... دفعہ ۲۰ ب

$$\therefore \text{مثلث مساوی الاضلاع ا ب ج کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{ا} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{ا} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ا}^2 \text{ مربع اکائیاں}$$

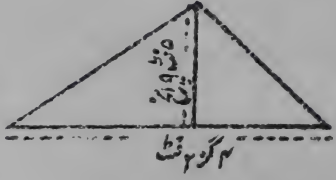
## پنجمی مثالیں

—۲۲

مثال ۱۔ کسی مثلث کا قاعدہ ۴ گز ۲ فٹ اور ارتفاع ۵ فٹ ۹ انچ ہے۔

مربع گز و غیر میں اس کا رقبہ دریافت کرو۔

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{اع} \times \text{مربع اکائیاں} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۰}$$



$$\text{یہاں } \text{ا} = (۲ + ۳ \times ۴) = ۱۴ \text{ فٹ}$$

$$\text{اور } \text{ع} = \frac{۳}{۴} \times ۵ \text{ فٹ}$$



$$\therefore \text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times ۱۳ \times \frac{۲۳}{۳} = \text{مربع فٹ}$$

$$= \frac{1}{2} \times ۳۰ = \text{مربع فٹ}$$

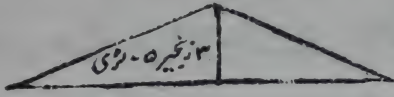
$$= ۳ \text{ مربع گز} \times ۲ \text{ مربع فٹ} = ۳۶ \text{ مربع انچ}$$

مثال ۲ :- ایک مثلث کا رقبہ ۳ ایکڑ اور اس کا ارتفاع ۳ زنجیر ۴۵ کدھی ہے۔ اس کا قاعدہ معلوم کرو۔

$$\text{مثلث کا قاعدہ} = \frac{۲ \times \text{ق}}{\text{ع}} \text{ طولی اکائی} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$\text{یہاں ق} = ۱۰ \times ۳ = ۳۰ \text{ مربع زنجیر اور ع} = ۳۶ \times ۴۵ = \text{زنجیر}$$

$$\therefore \text{مثلث کا قاعدہ} = \frac{۳۰ \times ۲}{۳۶ \times ۴۵}$$



$$= \frac{۶۰}{۳۶ \times ۴۵}$$

$$= ۱۶ \text{ زنجیر}$$

مثال ۳ :- ایک قائم الزاویہ مثلث کا رقبہ ۱ روڈ ۲۰ مربع پول اور زاویہ قائمہ کے گرو کے منسلک ہے۔ ایک ضلع ۶۶ گز ہے، دوسرا ضلع دریافت کرو۔

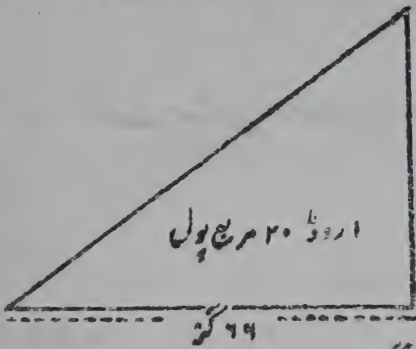
$$\text{قائم الزاویہ مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{ب} \times \text{ا} \text{ مربع اکائیاں} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۱}$$

$$\text{یہاں ب} = ۶۶$$

$$\therefore \text{ا} = \frac{۲ \times \text{رقبہ}}{\text{ب}} = \frac{۲ \times \text{ق}}{۶۶}$$

$$\text{جہاں ق} = (۲۰ + ۳۰ \times ۱) \times \frac{1}{۲} = ۳۰$$

$$= ۶۰ \times \frac{1}{۲} \times ۳۰ =$$

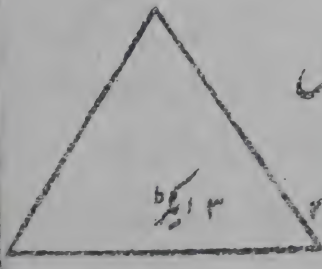


$$\therefore \text{دوسرا ضلع معلوم ہو} = \frac{۲ \times ۶۰ \times \frac{1}{۲} \times ۳۰}{۶۶}$$

$$= ۵۵ \text{ گز}$$

مثال ۴ :- ایک ایسے مساوی الاضلاع مثلث کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۳ ایکڑ ہے۔

$$\text{مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ا}^2 \text{ مربع اکائیاں} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۲۲}$$

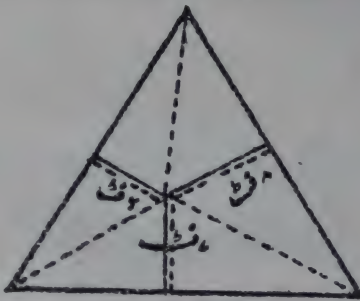


$$\frac{۳}{۳۲} = \frac{۳ \times ۳}{۳۲} = \frac{۹}{۳۲}$$

جہاں ق = ۱۰ × ۳ مربع زنجیر

$$\therefore \text{سادہ الاضلاع مثلث کا ضلع} = \left( \frac{۱۰ \times ۳ \times ۳}{۳۲} \right)^{\frac{۱}{۲}} \text{ زنجیر}$$

$$= ۸.۳۲ \dots \dots \text{ زنجیر}$$



مثال ۵ :- ایک سادہ الاضلاع مثلث کے کسی اندرونی نقطہ سے اُس کے تینوں اضلاع پر عمود نکالے گئے جن کے طول بالترتیب ۶، ۷ اور ۸ فٹ ہیں: مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

فرض کرو کہ مثلث کے ہر ایک ضلع کا ناپ ۱ فٹ ہے۔

$$\text{تب - مثلث کا رقبہ} = \left( \frac{۱}{۲} \times ۸ + \frac{۱}{۲} \times ۷ + \frac{۱}{۲} \times ۶ \right) \text{ مربع فٹ} \dots \dots \text{ وضع ۲}$$

$$= \frac{۲۱}{۲} \text{ مربع فٹ}$$

لیکن ۱ فٹ ضلع کے مثلث سادہ الاضلاع کا رقبہ ۱ =  $\frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۱$  مربع فٹ  $\dots \dots$  وضع ۱

$$\therefore \frac{۲۱}{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۳۲ = ۳۲$$

$$\therefore ۳۲ = \frac{۳۲}{۱} = ۳۲$$

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \frac{۳۲ \times ۳۲}{۲} \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۵۱۲ \dots \dots \text{ مربع فٹ}$$

مثال ۶ :- اُس بڑے سے بڑے مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو جو ایک ایسے قائم الزاؤ مثلث

میں سے کاٹا جاسکتا ہے جس کے اضلاع بالترتیب ۲۸، ۴۵، ۵۳ فٹ ہیں۔

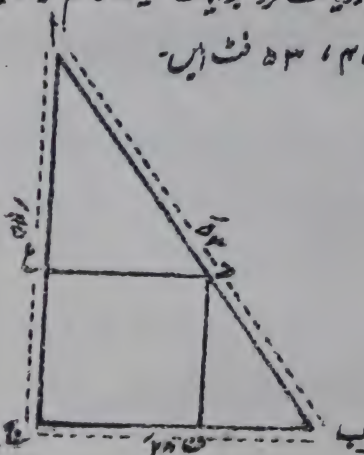
اس طرح کہ مربع کا ایک زاویہ نقطہ مثلث کے وتر پر واقع ہو۔

فرض کرو کہ مربع کے ہر ایک ضلع کا طول ۱ فٹ ہے

اب اگر ا ب ج مثلث ہو اور د ف ج ع مربع تو

$$۱ \text{ ع کا طول} = (۴۵ - ۱) \text{ فٹ}$$

$$۱ \text{ ب ف} = (۲۸ - ۱) \text{ فٹ}$$

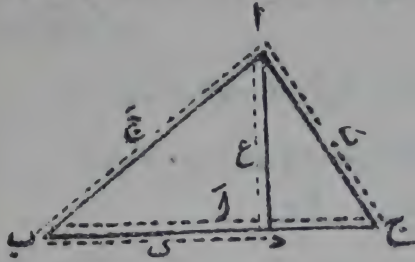




$\Delta ۱ ع ۱ = ۵۴ \times \frac{1}{4} = (۴۵ - ۱۱) \times \frac{1}{4}$  لا مربع فٹ ..... دفعہ ۲۰  
 اور  $\Delta ۱ ب ۱ = ۵۴ \times \frac{1}{4} = (۲۸ - ۱۱) \times \frac{1}{4}$  لا مربع فٹ ..... دفعہ ۲۰  
 پس  $\frac{1}{4} (۴۵ - ۱۱) + \frac{1}{4} (۲۸ - ۱۱) = ۱۱ + ۱۱ = ۲۲$   
 $۴۵ \times ۲۸ \times \frac{1}{4} = ۳۱۵$  .....  
 $۳۱۵ \times ۲۸ = ۸۸۲۰$  .....  
 $۱۱ \times \frac{۱۹}{۴} = ۱۱$   
 اس لئے مربع کے ضلع کا ناپ  $۱۱ \times \frac{۱۹}{۴}$  فٹ ہونا چاہیے۔

### مسئلہ (۴)

۲۳۔ مثلث کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کے تینوں اضلاع کے طول دئے ہوئے ہوں۔



فرض کرو دیے ہوئے مثلث ا ب ج میں  
 ب ج، ج ا، ا ب، ا د، اور ب د کے  
 ناپ ایک ہی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ک، ج،  
 ج، ع اور ک ہیں جہاں ا د ضلع ب ج پر  
 جو مقابل کے زاویہ ا سے عمود گرایا گیا ہے مطلوب  
 ہے کہ مثلث کا رقبہ ا ب ج کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔  
 اب چونکہ۔

کسی مثلث کا رقبہ  $= \frac{1}{2} \times \text{قاعدہ} \times \text{ارتفاع}$  ..... دفعہ ۲۰  
 $\Delta ۱ ب ج کا رقبہ = \frac{1}{2} \times ب ج \times ا د$

$= \frac{1}{2} \times ج \times ع$  مربع اکائیاں

اب ضرور ہے کہ ع کو ا ب اور ج کی رقوم میں بیان کیا جائے۔ اور اس کے  
 لئے پہلے ک کو دریافت کر نے میں سہولت ہوگی۔

اب ا د = ا ب - ب د ..... دفعہ ۱۹

یعنی ع = ج - ک

پھر ا د = ا ب - ج ..... دفعہ ۱۹

یعنی ع = ب - (ا - ک) (ج - ب) = ب - ج + ب ک

$$\text{ج} - \text{ک} = \text{ب} - \text{ا} \quad (\text{ا} - \text{ا} - \text{ک})$$

$$\text{ب} = \text{ا} + \text{ا} - \text{ک} - \text{ک}$$

$$\text{ا} - \text{ا} - \text{ک} = \text{ج} - \text{ا} - \text{ب}$$

$$\text{ک} = \frac{\text{ج} - \text{ا} - \text{ب}}{3}$$

$$\text{ب} = \text{ا} - \text{ک} - \text{ج}$$

$$\text{ع} = \text{ج} - \left( \frac{\text{ج} - \text{ا} - \text{ب}}{3} \right)$$

$$= \left( \text{ج} - \text{ج} + \text{ا} + \text{ب} \right) \left( \frac{\text{ج} - \text{ا} - \text{ب}}{3} \right)$$

$$= \text{ب} - \left( \text{ج} - \text{ا} - \text{ب} \right) \left( \frac{\text{ج} - \text{ا} - \text{ب}}{3} \right)$$

$$= \text{ب} - \left( \text{ج} - \text{ا} - \text{ب} \right) \left( \frac{\text{ج} - \text{ا} - \text{ب}}{3} \right)$$

$$= \left( \text{ب} - \text{ج} - \text{ا} - \text{ب} \right) \left( \frac{\text{ج} - \text{ا} - \text{ب}}{3} \right)$$

۴

$$\text{ص} = \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{4}$$

اب

$$\text{ص} - \text{ا} = \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{4} - \text{ا} = \frac{\text{ب} + \text{ج} - 3\text{ا}}{4}$$

$$\text{ص} - \text{ب} = \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{4} - \text{ب} = \frac{\text{ا} + \text{ج} - 3\text{ب}}{4}$$

$$\text{ص} - \text{ج} = \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{4} - \text{ج} = \frac{\text{ا} + \text{ب} - 3\text{ج}}{4}$$

$$\text{ع} = \frac{\text{ب} - \text{ج} - \text{ا} - \text{ب}}{4} \times \frac{\text{ج} - \text{ا} - \text{ب}}{4} \times \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{4} \times \frac{4}{3}$$

$$\text{ع} = \frac{(\text{ص} - \text{ا})(\text{ص} - \text{ب})(\text{ص} - \text{ج})}{3}$$

$$\text{ع} = \frac{(\text{ص} - \text{ا})(\text{ص} - \text{ب})(\text{ص} - \text{ج})}{3}$$



∴ مثلث کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times \text{ع د مربع اکائیوں}$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{ص} - \text{ا}) (\text{ص} - \text{ب}) (\text{ص} - \text{ج}) \text{ مربع اکائیوں}$$

پس قاعدہ —

مثلث کے ہر ضلع کو اُس کے نصف احاطہ میں سے علیحدہ علیحدہ تفریق کرو اور اس طرح حاصل شدہ تینوں باقیوں میں ایک ہی طولی اکائیوں کی تعداد اور نصف احاطہ کا حاصل ضرب دریافت کرو۔ تب اس حاصل ضرب کا جذر المربع متناظر مربع اکائیوں میں مثلث کے رقبہ کو تعبیر کریگا۔

یا مختصراً —

$$\text{مثلث کا رقبہ} = \sqrt{\frac{1}{4} (\text{اضلاع کا مجموعہ} - \text{ایک ضلع}) (\text{اضلاع کا مجموعہ} - \text{دوسرا ضلع}) (\text{اضلاع کا مجموعہ} - \text{تیسرا ضلع})}$$

$$\text{ق} = \frac{1}{2} \times (\text{ص} - \text{ا}) (\text{ص} - \text{ب}) (\text{ص} - \text{ج})$$

نوٹ — اگر جلد ص (ص - ا) (ص - ب) (ص - ج) کا ل مربع ہو تو اُس کو اجزائے ضربی میں تحلیل کر کے مضاد کرنے سے اس کا جذر المربع لکھا جاسکتا ہے۔ مثلاً

$$52 \times 24 \times 36 \times 44 = (52 - 44) (36 - 44) (24 - 44) (52 + 44)$$

$$= 9 \times 18 \times 26 \times 52$$

$$= 9 \times 2 \times 9 \times 3 \times 4 \times 2 \times 3 \times 4$$

$$= 288 = 2 \times 3 \times 4 \times 4$$

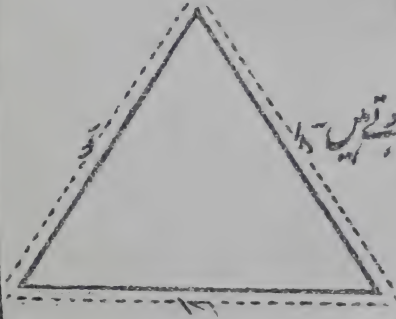
خاص صورتیں

۲۴۴

(۱) مثلث مساوی الاضلاع —

اس صورت میں تینوں ضلع ایک دوسرے کے برابر ہوتے ہیں۔

یعنی  $\text{ا} = \text{ب} = \text{ج}$   
 $\text{ص} = \frac{3\text{ا}}{2}$



اس لئے مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right)$   
مرجہ اکائیاں

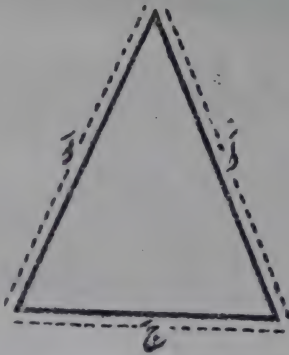
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

$$\frac{1}{64} \times 2 = \frac{1}{32}$$

اس سے قبل دفعہ ۲۱ میں بھی یہی نتیجہ حاصل کیا گیا تھا۔

(۲) مساوی الساقین مثلث -

یہاں دو ضلعے ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔



$$\text{یعنی } \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

اس لئے مساوی الساقین مثلث کا رقبہ

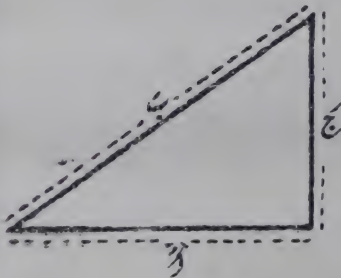
$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right)$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

$$\frac{1}{64} \times 2 = \frac{1}{32}$$

(۳) قائم الزاویہ مثلث

یہاں  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  اگر ج وتر کا طول ہو۔۔۔



$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right) \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right)$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

$$\frac{1}{64} \times 2 = \frac{1}{32}$$



∴ مثلث قائم الزاویہ کا رقبہ

$$\left\{ \frac{(ا + ب) + \sqrt{ا^2 + ب^2}}{2} \times \frac{(ا + ب) - \sqrt{ا^2 + ب^2}}{2} \right\} \sqrt{ا^2 + ب^2} =$$

$$\text{مریج اکائیاں} \left\{ \frac{(ا + ب) + \sqrt{ا^2 + ب^2}}{2} \times \frac{(ا + ب) - \sqrt{ا^2 + ب^2}}{2} \times \sqrt{ا^2 + ب^2} \right\}$$

$$\text{مریج اکائیاں} \left[ \frac{ا^2 + ب^2}{4} \times \frac{ا^2 + ب^2}{4} \right] \sqrt{ا^2 + ب^2} =$$

$$\frac{ا^2 + ب^2}{4} \text{ مریج اکائیاں} =$$

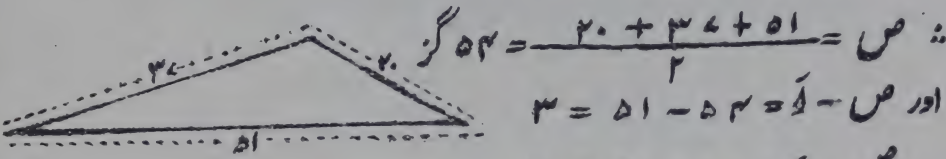
یہی نتیجہ اس سے قبل دفعہ ۲۱ میں بھی کیا گیا تھا۔

### توضیحی مثالیں

-۲۵

مثال ۱: اس مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع بالترتیب ۵۱، ۳۴، ۲۰ گز ہیں۔

مثلث کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times (ا - ص) \times (ب - ص) \times (ج - ص)$  مریج اکائیاں ... دفعہ ۲۳  
ایساں  $ا = ۵۱$  گز،  $ب = ۳۴$  گز،  $ج = ۲۰$  گز



$$\therefore ص = \frac{۲۰ + ۳۴ + ۵۱}{2} = ۵۲ \text{ گز}$$

$$\text{اور } ص - ا = ۵۲ - ۵۱ = ۱$$

$$ص - ب = ۵۲ - ۳۴ = ۱۸$$

$$ص - ج = ۵۲ - ۲۰ = ۳۲$$

$$\therefore \text{مثلث کا رقبہ} = \frac{۳۲ \times ۱۸ \times ۱}{2} = ۲۸۸ \text{ مریج گز}$$

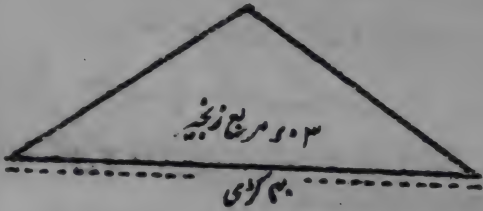
$$= \frac{۲^۲ \times ۳^۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲}{2} \text{ مریج گز}$$

$$= ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۲ \times ۲ \text{ مریج گز}$$

$$= ۳۰۶ \text{ مریج گز}$$

مثال ۲: ایک ایسے مساوی الساقین مثلث کے ہر ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۳۰۶ مریج گز ہے اور قاعدہ ۴۰ گز ہے۔

مثلاً مساوی الساقین کا رقبہ =  $\frac{ج}{۲} \sqrt{۴م^۲ - ج^۲}$  مربع اکائیوں ..... دفعہ ۲۳  
لیکن یہاں مثلث کا رقبہ = ۵۰۳ = مربع ذریعہ = ۳۰۰ مربع کڑی اور ج = ۳۰۰ کڑی



$$\frac{۳۰۰}{۲} \sqrt{۴(۳۰۰)^۲ - ۳۰۰^۲} = ۳۰۰$$

$$۳۰ = \sqrt{۱۶۰۰ - ۴۰۰}$$

$$۲۵۰۰ = ۱۶۰۰ + ۹۰۰ = ۴م^۲$$

$$۵۰ = ۲$$

$$۲۵ = ۲$$

اس لئے ہر ضلع کا ناپ ۲۵ کڑی ہے۔

مثال ۳ :- مساوی الساقین مثلث کی وضع کے ایک میدان پر ۶ آنہ فی مربع فٹ کے حساب گھاس لگانے میں ۹۰۰ روپے صرف ہوتے ہیں اگر قاعدہ کا طول ۷۲ فٹ ہو تو مساوی ضلعوں سے ہر ایک کا طول دریافت کرو۔

مساوی الساقین مثلث کا رقبہ =  $\frac{ج}{۲} \sqrt{۴م^۲ - ج^۲}$  مربع اکائیوں ..... دفعہ ۲۴  
جہاں ج = مساوی ضلع میں طولی اکائیوں کی تعداد  
اور ج = ۷۲ فٹ

$$۷۲ = \frac{ج}{۲} \sqrt{۴م^۲ - ۷۲^۲}$$

اب میدان کا رقبہ =  $\left( \frac{\text{گھاس لگانے کی مجموعی لاگت}}{\text{۱ مربع فٹ پر گھاس لگانے کی لاگت}} \right)$  مربع فٹ

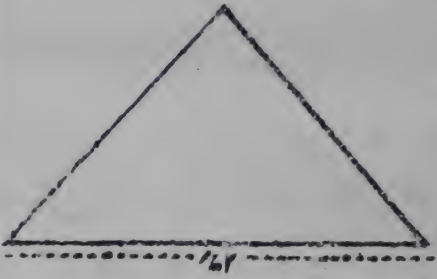
$$\frac{۱۶ \times ۹۰۰}{۶} = \frac{۱۶۰۰}{۱۶}$$

$$۱۶۰۰ = \frac{۴۲}{۲} \sqrt{۴م^۲ - ۷۲^۲}$$

$$\frac{۸۰۰}{۹} = \frac{۱۶۰۰}{۱۸} = ۵۱۸۳ = ۴م^۲$$

$$\frac{۶۳۰۰۰}{۸۱} = ۵۱۸۳ = ۴م^۲$$

$$\frac{۱۰۵۹۹ - ۳}{۸۱} = ۵۱۸۳ + \frac{۶۳۰۰۰}{۸۱} = ۴م^۲$$





$$\frac{10599 \cdot 21}{81} = 12$$

$$\frac{1029 \cdot 51}{9} = 12$$

$$54 \div 19 = 1$$

اس لئے میدان کی ہر ساق کا طول ۱۹ + ۵۴ فٹ ہے۔

مثال ۴ :- ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۳۶۶، ۱۲۵۵، ۹۶۹ اینچ ہیں: نسب سے بڑے ضلع کا مقابل کی راس سے فاصلہ دریافت کرو۔

مثلث کا رقبہ =  $\frac{1}{2}$  (ص - آ) (ص - ب) (ص - ج) مربع اکائیاں

$$\text{اب یہاں } آ = 1366, \text{ ب} = 1255, \text{ ج} = 969$$

$$\therefore \text{ص} = \frac{969 + 1255 + 1366}{3}$$

$$18 =$$

$$\text{اور ص - آ} = 1366 - 18 = 1348$$

$$\text{ص - ب} = 1255 - 18 = 1237$$

$$\text{ص - ج} = 969 - 18 = 951$$

$$\therefore \text{مثلث کا رقبہ} = \frac{1}{2} \sqrt{1348 \times 1237 \times 951 \times 18} = 35285362 \text{ مربع اینچ}$$

$$= 5913 \text{ مربع اینچ}$$

$$\text{اب } \frac{1}{4} \times \text{مطلوبہ فاصلہ} \times \text{بڑا ضلع} = \text{مثلث کا رقبہ} \dots \dots \dots \text{وفہ ۲۰}$$

$$\therefore \frac{1}{4} \times \text{مطلوبہ فاصلہ} = \frac{\text{مثلث کا رقبہ}}{\text{بڑا ضلع}}$$

$$= \frac{5913}{1366} \text{ اینچ}$$

$$\therefore \text{مطلوبہ فاصلہ} = \frac{5913}{683} \text{ اینچ}$$

$$= \frac{25}{32} \text{ اینچ}$$

مثال ۵ :- ایک مثلث کے تین اضلاع بالترتیب  $\frac{1}{4}$ ،  $\frac{1}{4}$  اور  $\frac{3}{4}$  اینچ ہیں۔ اگر غلطی پہلا ضلع  $\frac{1}{4}$  اینچ کے بجائے  $\frac{3}{4}$  اینچ دیا جاتا ہو تو بتاؤ کہ مثلث کے رقبہ کی تخمین میں کس قدر غلطی ہوگی؟

$$\text{صحیح رقبہ} = \frac{1}{2} \text{ (ص - آ) (ص - ب) (ص - ج) مربع اینچ} \dots \dots \dots \text{وفہ ۲۳}$$

$$ا = ۳۲۵ \text{ انچ}$$

$$ب = ۴۵۰ \text{ انچ}$$

$$ج = ۴۷۵ \text{ انچ}$$

$$ص = \frac{۳۲۵ + ۴۵۰ + ۴۷۵}{۲} = \frac{۱۲۵۰}{۲} = ۶۲۵ \text{ انچ}$$

$$اور ص - ا = ۳۲۵ - ۶۲۵ = ۳۰۰$$

$$ص - ب = ۴۵۰ - ۶۲۵ = ۱۷۵$$

$$ص - ج = ۴۷۵ - ۶۲۵ = ۱۵۰$$

$$\therefore \text{صحیح رقبہ} = \sqrt{۲ \times ۳۰۰ \times ۱۷۵ \times ۱۵۰} \text{ مربع انچ}$$

$$= \sqrt{۱۵۷۵۰۰} \text{ مربع انچ}$$

$$= ۳۹۶.۸۷ \text{ مربع انچ}$$

$$\text{تخمینی رقبہ} = \text{ماس (ص - ا)} (\text{ص - ب}) (\text{ص - ج}) \text{ مربع انچ}$$

$$\text{جہاں } ا = ۳۲۵ \text{ " ب } = ۴۵۰ \text{ " ج } = ۴۷۵ \text{ "$$

$$\therefore ص = \frac{۳۲۵ + ۴۵۰ + ۴۷۵}{۲} = \frac{۱۲۵۰}{۲} = ۶۲۵$$

$$اور ص - ا = ۳۲۵ - ۶۲۵ = ۳۰۰$$

$$ص - ب = ۴۵۰ - ۶۲۵ = ۱۷۵$$

$$ص - ج = ۴۷۵ - ۶۲۵ = ۱۵۰$$

$$\therefore \text{تخمینی رقبہ} = \sqrt{۱۵۰ \times ۱۷۵ \times ۳۰۰ \times ۶۲۵} \text{ مربع انچ}$$

$$= \sqrt{۲۹۶۲۵۰۰} \text{ مربع انچ}$$

$$= ۵۴۰.۱۵ \text{ مربع انچ}$$

$$\therefore \text{غلطی} = \text{صحیح رقبہ} - \text{تخمینی رقبہ}$$

$$= (۳۹۶.۸۷) - (۵۴۰.۱۵) = -۱۴۳.۲۸ \text{ مربع انچ}$$

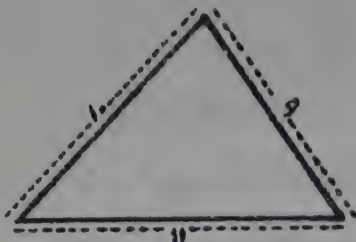
$$= -۱۴۳.۲۸ \text{ مربع انچ}$$

مثال ۶ :- ایک مثلث کے اضلاع ۱۰، ۱۱، ۱۲ کے تناسب میں ہیں اور اس کا احاطہ ۳۰۰ مربع انچ ہے۔

ہر تقریباً ترین مربع انچ تک اس کا رقبہ صحت کے ساتھ دریافت کرو۔

مثلث کا رقبہ = ماس (ص - ا) (ص - ب) (ص - ج) مربع انچیاں ..... وقفہ ۲۴





$$\text{یہاں } 300 \times \frac{9}{11+10+9} =$$

$$90 = 300 \times \frac{9}{30} = \text{زنجیر}$$

$$100 = 300 \times \frac{10}{30} = \text{ب}$$

$$110 = 300 \times \frac{11}{30} = \text{ج}$$

$$150 = 300 \times \frac{15}{30} = \text{ص}$$

$$\therefore \text{ مثلث کا رقبہ } = \sqrt{40 \times 50 \times 60 \times 150} = \text{مرج زنجیر}$$

$$= \sqrt{2 \times 22 \times 3 \times 5 \times 100} = \text{مرج زنجیر}$$

$$= \sqrt{222 \times 3 \times 5 \times 100} = \text{مرج زنجیر}$$

$$= \sqrt{33000} = \text{مرج زنجیر}$$

$$= 181.4 \times 3 \dots = \text{مرج زنجیر تقریباً}$$

$$= 544.2 = \text{مرج زنجیر تقریباً}$$

مثال ۷:- بتاؤ کہ اُس سادی الاغلا مثلث کے ضلع کا طول کیا ہوگا جس کے رقبہ پر ۱۰ آنہ فی مربع فٹ کے حساب سے پتھر بچھوانے میں اتنا ہی صرفہ ہوتا ہے جتنا کہ ۱۲ روپیہ فی گز کے حساب سے اُس کے تینوں اضلاع کی احاطہ بندی میں ہوتا ہے؟

فرض کرو کہ ہر ایک ضلع ۳ لافٹ ہے۔

تب مثلث کا رقبہ  $\frac{3 \times 3 \times 3}{2}$  مربع فٹ ہوگا ..... دفعہ ۲۱

$\therefore$  ۱۰ آنہ فی مربع فٹ کے حساب سے پتھر بچھوانے کی لاگت =  $\frac{10 \times 3 \times 3 \times 3}{2}$  آنے

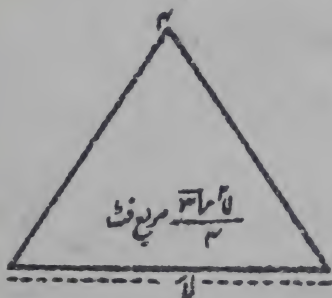
پھر چونکہ مثلث کا احاطہ = ۳ لافٹ

$\therefore$  ۱۲ روپیہ فی گز یا ۴ روپیہ فی فٹ کے حساب سے احاطہ بندی کی اجرت =  $3 \times 3 \times 4$  لا روپے

$$= 36 \times 4 = 144 \text{ آنے}$$

لیکن پتھر بچھوانے کی اجرت = احاطہ بندی کی اجرت

$$\therefore 10 \times \frac{3 \times 3 \times 3}{2} = 144 \times 4 = 36 \times 3 \text{ لا}$$

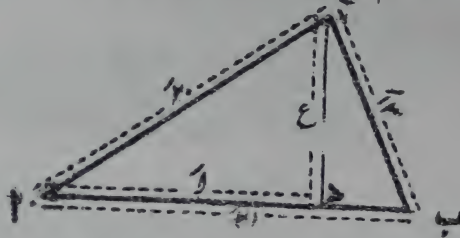


$$\sqrt{128} = 11 \quad \text{یا}$$

$$33 + 33 = \frac{1563205 + \times 128}{5} =$$

اس لئے ضلع کا ناپ  $33 + 33 = 66$  فٹ ہے۔

مثال ۸۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۲۱ فٹ، ۲۰ فٹ اور ۳۳ فٹ ہیں؛ سب سے بڑے ضلع پر مقابل کی راس سے عمود کھینچنے سے تین مثلثات میں تقسیم ہو جاتا ہے ان کے رقبے دریافت کرو۔



فرض کرو کہ مثلث ا ب ج میں

ا ب = ۲۱ فٹ، ا ج = ۲۰ فٹ

اور ب ج = ۳۳ فٹ

تب —

مثلث کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times 21 \times 12 = 126$  مربع فٹ

۱۲۶ = مربع فٹ

پھر اگر ج د کا طول ع سے تقسیم کیا جائے تو۔

مثلث کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times 21 \times 12 = 126$  مربع فٹ۔

$\therefore \frac{1}{2} \times 21 \times 12 = 126$

$\therefore 12 = 12$  فٹ

پھر فرض کرو کہ

تب د =  $\sqrt{2(12) - 2(20)} = 14$  فٹ

۱۴ = فٹ

اس لئے  $\Delta$  ا ج د کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times 14 \times 12 = 84$  مربع فٹ

۸۴ = مربع فٹ

اور  $\Delta$  ب ج د کا رقبہ =  $\Delta$  ب ج د -  $\Delta$  ا ج د

=  $(126 - 84)$  مربع فٹ

= ۴۲ = مربع فٹ

امثلہ نمبر می ۵ (۱)

ذیل کے معطیات پر مثلثوں کے رقبے دریافت کرو۔



۱۔ قاعدہ ۳۳ فٹ اور ارتفاع ۱۶ فٹ (جواب۔ مربع فٹ میں نکالو)۔

۲۔ قاعدہ ۳ گز ۲ فٹ اور ارتفاع ۴ گز ۴ فٹ (جواب۔ مربع گز اور مربع فٹ میں ہونا چاہیے)۔

۳۔ قاعدہ ۴ گز ۴ فٹ ۹ اینچ، ارتفاع ۳ گز ۲ فٹ ۷ اینچ (جواب۔ مربع گز، مربع فٹ اور مربع اینچ میں درکار ہے)۔

۴۔ قاعدہ ۱۳ زنجیر ۵ کڑی، ارتفاع ۹ زنجیر ۳ کڑی (جواب۔ ایکروں میں نکالو)۔

ذیل کے مثلثات کے ارتفاع معلوم کرو۔

۵۔ رقبہ ۷۲ مربع فٹ قاعدہ ۱۶ فٹ (جواب۔ فٹ میں ہونا چاہیے)۔

۶۔ رقبہ ۵۲ مربع گز، ۱۸ مربع اینچ، قاعدہ ۸ گز ۲ فٹ ۳ اینچ (جواب۔ گز، فٹ اور اینچ میں درکار ہے)۔

۷۔ رقبہ ۳۴ ایکڑ، قاعدہ ۸ زنجیر ۳ کڑی (جواب۔ زنجیر میں نکالو)۔

۸۔ رقبہ ۲۷۵ ایکڑ، قاعدہ ۹۳۶ کڑی (جواب۔ زنجیر میں ہونا چاہیے)۔

ذیل کے قائم الزاویہ مثلثوں کے رقبہ دریافت کرو۔

۹۔ وتر ۸۵ اینچ، ضلع ۶۸ اینچ (جواب۔ مربع فٹ اور مربع اینچ میں درکار ہے)۔

۱۰۔ وتر ۲ گز ۴ فٹ ۶ اینچ، ضلع ۲ گز ۴ فٹ ۲ اینچ (جواب۔ مربع گزوں میں نکالو)۔

۱۱۔ وتر ۲ زنجیر ۵ کڑی، ضلع ۶ زنجیر ۴ کڑی (جواب۔ ایکروں میں ہونا چاہیے)۔

۱۲۔ وتر ۲ گز ۴ فٹ ۱ اینچ، ضلع ۲ گز ۴ فٹ ۱ اینچ (جواب۔ مربع گز، مربع فٹ اور مربع اینچ میں درکار ہے)۔

ذیل کے مساوی الاضلاع مثلثوں کے رقبہ دریافت کرو۔

۱۳۔ ضلع ۷ فٹ (جواب۔ مربع فٹ میں بتاؤ)۔

۱۴۔ ضلع ۳ گز ۲ فٹ ۹ اینچ (جواب۔ مربع گز، مربع فٹ اور مربع اینچ میں نکالو)۔

۱۵۔ ضلع ۶ زنجیر ۴ کڑی (جواب۔ مربع زنجیر میں ہونا چاہیے)۔

ان مثلثوں کے رقبہ دریافت کرو جن کے اضلاع حسب ذیل ہیں:-

۱۶۔ ۱۲، ۱۴، ۲۵ فٹ

۱۷۔ ۱۳۲، ۱۲۵، ۳۷ کڑی

۱۸۔ ۱۹۵، ۳۶۴، ۵۳۳ اینچ

۱۹۔ ۲۲۵، ۸۶۴، ۱۲۵۸ فٹ

۲۰۔ ۱۰۰۱، ۱۵۴۰، ۱۶۱۷ کڑی

۲۱۔ ۴، ۴، ۷، ۱۰ زنجیر

۲۲۔۔۔۔۔ اس مساوی الساقین مثلث کی مساوی ساقیں دریافت کرو جس کا قاعدہ ۲۸ فٹ اور جس کا رقبہ ۶۷۲ مربع انچ ہے۔

۲۳۔۔۔۔۔ اگر کسی مثلث کے اضلاع ۳۵، ۴۴، ۴۵ زنجیر ہوں تو پڑے سے پڑے ضلع کا مقابلہ کی راس سے مولیٰ فاصلہ دریافت کرو۔

۲۴۔۔۔۔۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا احاطہ ۹ اکر ۱۵۰ کڑی ہے اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۵۔۔۔۔۔ مثلثی وضع کا ایک میدان ۴۰ روپے ۱۱۸۰ کرایہ سے دیا جاتا ہے اگر اس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۵۵، ۸۱، ۲۲۵، ۲۴۵ زنجیر ہوں تو اس کا کرایہ فی اکر دریافت کرو۔

۲۶۔۔۔۔۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ ۲۴ مربع فٹ ہے، قریب ترین ایچ تک اس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

۲۷۔۔۔۔۔ مثلثی ٹاپ ایک قطبہ زمین کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۵۵، ۴۵، ۴۴، ۴۸ گز ہیں زمین

کی تعداد دریافت کرو جو اس میں لگائے جانے والے اگر ہر درخت کے لئے ۴ مربع گز کی ضرورت ہو ۹۰۰

۲۸۔۔۔۔۔ ایک مثلث کے اضلاع ہیں ۴۵، ۴۴، ۴۵ کی نسبت ہے اور اس کا احاطہ ۱۹۵ فٹ ہے۔ مربع فٹ کے ہوں جس تک صحیح اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۹۔۔۔۔۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا احاطہ آٹھ گز ہے جتنے مربع گز کہ اس کا رقبہ ہے اس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

۳۰۔۔۔۔۔ مساوی الساقین مثلث کی وضع کا ایک قطعہ زمین ہے۔ اگر ۲ روپے ۸ آنے فی مربع گز کے حساب سے اس کی قیمت ۱۰۰۰ روپیہ ہو اور اگر مساوی ساقوں میں سے ہر ایک کا ناپ ۴۰ گز ہو تو اس کے قاعدہ کا طول معلوم کرو۔

۳۱۔۔۔۔۔ ایک کا در کسی مساوی الاضلاع مثلث کے ضلع کا تین گنا ہے مربع اور مثلث کے رقبوں کا تناسب دریافت کرو۔

## امثالہ نمبر ۵ (ب)

ذیل کے معطیات کی بنا پر مثلثوں کے رقبہ دریافت کرو۔

۳۲۔۔۔۔۔ قاعدہ ۵۰ راسی، ارتفاع ۳۰ راسی (جواب بیگم میں ہونا چاہیے)۔

۳۳۔۔۔۔۔ قاعدہ ۵ راسی، ارتفاع ۸ لاقہ، ارتفاع ۳۰ راسی، لاقہ (جواب بیگم بسواس میں نکالو)۔



- ۳۳ — قاعدہ ۴ راسی ۱۲ لائقہ ، ارتفاع ۵ راسی ۱۶ لائقہ (جواب۔ بیگم بسواس دیوانی میں درکار ہے)۔
- ۳۵ — ایک ایسے قائم الزاویہ مثلث کا قاعدہ دریافت کرو جس کا رقبہ ۲ بیگمہ اور ارتفاع ۲۵ لائقہ ہے۔
- ۳۶ — ایک ایسے مثلث کا ارتفاع معلوم کرو جس کا رقبہ ۱ بسوا اور قاعدہ ۵ لائقہ ہے۔
- ۳۷ — ایک ایسے مثلث کا قاعدہ معلوم کرو جس کا ارتفاع ۲ راسی ۴ لائقہ اور رقبہ ۵ بیگمہ بسواس ہے (جواب لائقہ میں ہونا چاہیے)
- ۳۸ — اُس مساوی اضلاع مثلث کا رقبہ بیگمہ میں دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۳ راسی ہے۔
- ۳۹ — ایک مثلث کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۱۲ ، ۱۸ ، ۵۰ لائقہ ہیں اُس کا رقبہ بسواس اور بسوانسی میں دریافت کرو۔

## سوالات امتحانات — ۵

### (۱) جامعہ الہ آباد میٹری کیولیشن

- ۱ — ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۲۵ ، ۳۹ ، ۵۶ فٹ ہیں : ۵۶ فٹ والے ضلع پر مقابل کے راس سے جو عمود گرتا ہے اُس کا طول دریافت کرو۔
- ۲ — (۱) ”رقبہ“ سے کیا مراد ہوتی ہے۔
- (ب) ایک مثلث حادہ الزاویہ کا رقبہ ۳۳۶ مربع فٹ ہے اور اضلاع ۲۶ فٹ اور ۳۰ فٹ ہیں : قاعدہ دریافت کرو۔
- ۳ — کسی مثلث ا ب ج کے اضلاع ا ب ، ب ج ، ج ا بالترتیب ۵۸ ، ۶۸ ، ۷۵ فٹ ہیں : اسے ا ب ج پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔
- ۴ — ایک مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ ۲۵ مربع انچ ہے اُس کا احاطہ دریافت کرو۔
- ۵ — دس مربع فٹ رقبہ والے مثلث میں کم سے کم احاطہ والے مثلث کا احاطہ دریافت کرو۔
- ۶ — ایک شخص مشاہدہ کرتا ہے کہ ایک برج کی چوٹی اُنق کے ساتھ ۶۰° کا زاویہ بناتی ہے پھر وہ ۳۰۰ فٹ کا فاصلہ چل کر ایک زاویہ قائمہ میں مڑتا ہے اور ۴۰۰ فٹ کا مزید فاصلہ طے کرنے کے بعد معلوم کرتا ہے کہ وہ برج کی دوسری طرف یعنی اپنی ابتدائی وضع کے متضاد سمت میں پہنچ گیا ہے۔ اب برج کی چوٹی اُنق کے ساتھ ۳۰° کا زاویہ بناتی ہوئی معلوم ہوئی

برج کی بلندی دریافت کرو۔

۷۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ فٹ ہیں: مقابل کے زاویہ سے ۱۴ فٹ ضلع پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔  
(جامعہ پنجاب: میٹریکولیشن)

۸۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۲۴، ۲۵ اور ۲۶ فٹ ہیں رقبہ دریافت کرو۔ (ایضاً)  
۹۔ اضلاع کی رقوم میں مثلث کا رقبہ دریافت کرنے کا قاعدہ لکھو۔ ایک مثلث کے اضلاع  $\frac{1}{2}$ ، ۳، ۴ فٹ ہیں۔ مثلث کا رقبہ مربع انچ میں دریافت کرو۔ (ایضاً)

(ج) جامعہ پنجاب: امتحان مثلث

۱۰۔ ایک مثلث کے دو ضلع بالترتیب ۸۵ اور ۱۵ فٹ اور اس کا احاطہ ۳۲ فٹ ہے۔ مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۱۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع ۷ فٹ ہے۔ رقبہ دریافت کرو۔

(د) جامعہ کلکتہ: میٹریکولیشن

۱۲۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۸، ۲۰، ۲۲ ہیں۔ اعتباریہ کے تین مقامات تک اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۳۔ مثلث ا ب ج کے اضلاع ب ج، ج ا و ا ب بالترتیب ۱۳، ۱۲ اور ۵ ہیں اور د ضلع ب ج کا نقطہ وسطی ہے، مثلث ا ب ج کا رقبہ اور خط ا د کا طول دریافت کرو۔  
۱۴۔ ایک مثلث نامیدان کا رقبہ ۲ ایکڑ ۳۰ بجنیر ہے اور اس سے قاعدہ پر کے عمود کا طول ۱۳ پول ہے: قاعدہ کا طول ز بجنیر اور کڑی میں معلوم کرو۔

صوبجات متحدہ کے یورپین اسکولز کا آخری امتحان

۱۵۔ ایک مکان کا عرض ۲۴ فٹ ہے اس کی چیت کے ڈھال غیر مساوی ہیں اور ان کے طول ۲۶ اور ۳۰ فٹ ہیں ادا لتی (Eave) سے گہری (Ridge) کی بلندی دریافت کرو۔

۱۶۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ فٹ ہیں: پونڈ ۳ شنگ فی ایکڑ کے حساب سے میدان کا کرایہ دریافت کرو۔

۱۷۔ ایک ایسے مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع بالترتیب ۲۰، ۳۹ اور ۵۰ گز ہیں۔



(مدرس ٹیکنیکل: ابتدائی)

- ۱۸۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع ۱۰ فٹ ہے اس کا رقبہ مربع فٹ میں درج کرو۔  
 ۱۹۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کے رقبہ کا ناپ ۳۶۲ مربع فٹ ہے: ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

(مدرس ٹیکنیکل: انٹرمیڈیٹ)

- ۲۰۔ اس مثلث ناقطوع زمین کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع ۸ فٹ، ۱۰ فٹ، ۱۲ فٹ ہیں۔  
 ۲۱۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا ناپ ۱ ایکڑ ہے: اس کے ایک ضلع کا طول فٹ میں دریافت کرو۔

(رُڑکی ۱ نمبرزنگ: داخلہ)

- ۲۲۔ اس مثلث نامیدان کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع ۱۲۰۰، ۱۸۰۰ اور ۲۴۰۰ کڑی ہیں۔  
 (جواب ایکڑ روڈ اور پرج میں مطلوب ہے)  
 ۲۳۔ قائم الزاویہ مثلث کی وضع کا ڈیڑھ ایکڑ قطع زمین ایک ایسے خط کے ذریعہ دو حصوں میں تقسیم کیا گیا جو دائیہ قائمہ کی تنصیف کرتا ہے اور جس کا طول ۸۲ ۱/۲ گز ہے: دو حصوں کے رقبے دریافت کرو۔  
 ۲۴۔ ایکڑ راڈ اور پرج میں ایک ایسے میدان کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع ۸، ۸، ۹۰۰ اور ۹۸۸ کڑی ہیں۔

- ۲۵۔ اس مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع کیا ہوگا جس کے رقبہ پر ۸ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے پتھر بچھوانے میں اتنے ہی اخراجات ہوتے ہوں جتنے اخراجات کہ ایک گئی فی گز کے حساب اس کی احاطہ بندی میں ہوتے ہیں۔

- ۲۶۔ مثلث منفرجہ الزاویہ کے دو اضلاع ۲۰ اور ۴۰ پول دیے ہوئے ہوں تو اس کا قیصر ضلع دریافت کرو۔ مثلث ایسا ہو کہ وہ ٹھیک ۱ ایکڑ زمین کا احاطہ کر سکے۔

- ۲۷۔ ایک مثلث کے اضلاع ۵۱، ۵۲، ۵۳ فٹ ہیں: مقابل کے زاویہ سے ۵۲ فٹ کے ضلع پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔ نیز ان دو مثلثات کے رقبے حاصل کرو جن میں ابتدائی مثلث منقسم ہوتا ہے۔

۲۸ — ایک مستطیلی میدان کا طول ۱۲۰۰ گز اور عرض ۱۱۵ گز ہے: ایک ایسے خط کا طول دریافت کرو جو مستطیل کے ایک کونے سے مقابل کے خط تک کھینچا گیا ہو اس طرح کہ وہ ۳۰ ایکڑ زمین قطع کرے۔

۲۹ — ایک مثلث کے اضلاع ۱۳، ۱۴، ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور اس کا احاطہ ۸۴ گز ہے مقابل کی راسوں سے اضلاع پر کے عمودوں کے طول دریافت کرو۔

۳۰ — ایک مثلث نامیدان کے اضلاع ۱۹۱، ۲۴۵، اور ۳۱۰ فٹ ہیں: اس کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔

(رڈ کی اپوسب آرڈینیٹ: د اخلہ)

۳۱ — ایک مثلث کے تین اضلاع ۸۰۰، ۵۰۰ اور ۲۳۷ گز ہیں غلطی سے قیصر ضلع بجائے ۱۲۳۷ کے ۵۰ لکھ دیا گیا تھا کہ اس غلطی سے مثلث کا رقبہ شمار کرنے میں کیا خطا ہوگی؟

۳۲ — ایک رڈ اور پیرچ میں اُس مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ ۴۰۵، ۳۷۸، اور ۳۵۱ فٹ ہیں۔

۳۳ — اُس مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع کیا ہو گا جس کا رقبہ اتنے ہی مربع گز ہے جتنے گز کہ اُس کا گھیرا ہے؟

۳۴ — ایک مثلث کے اضلاع ۴۷۸۹، ۴۲۷۳، اور ۲۹۸۷ فٹ ہیں اس کا رقبہ مربع گزوں میں دریافت کرو۔

۳۵ — ایک مساوی الاضلاع مثلث کے کسی اندرونی نقطہ سے تینوں اضلاع پر عمود کھینچے گئے ہیں اور اُن کے طول بالترتیب ۱۰، ۸ اور ۱۲ فٹ ہیں۔ مثلث کے اضلاع کا طول اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۶ — ایک رقبہ کا ایک باغ مساوی الساقین مثلث قائم الزاویہ کی وضع کا ہے: سرحدی دیوار سے ۶ فٹ کے فاصلہ پر اُس کے گرد کے راستہ کا رقبہ باغ کے رقبہ کے چوتھائی ہے: راستہ کا عرض دریافت کرو۔

(رڈ کی اپوسب آرڈینیٹ: د اخلہ)

۳۷ — ایک مثلث نامکھیت کا قاعدہ ۱۲۱۰ گز اور ارتفاع ۴۹۶ گز ہے مکھیت ۲۴۸



پونڈ سالانہ کرایہ چودیا گیا۔ بتاؤ کہ فی ایکڑ اُس کا کرایہ کیا ہے؟  
۳۸۔ ایک مثلث کے اضلاع اعداد ۱۳، ۱۴، ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور اس کا احاطہ ۵۰ گز ہے؛ رقبہ دریافت کرو۔

۳۹۔ ایک مربع کا ضلع ۱۰۰ فٹ ہے اس کے اندر ایک ایسا نقطہ لیا گیا ہے جو اس کے ایک ضلع کے انتہائی نقاط سے بالترتیب ۶۰ فٹ اور ۸۰ فٹ کے فاصلوں پر ہے؛ نقطہ کو مربع کے چاروں کونوں سے ملانے سے جو چار مثلث بنتے ہیں ان کے رقبے دریافت کرو۔  
۴۰۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۱، ۱۲، ۱۳ اور ۱۴ فٹ ہیں؛ رقبہ، ایکڑ، روڈ اور پرتج میں دریافت کرو۔

۴۱۔ اُس مثلث کا رقبہ کیا ہوگا جس کے ضلع ۱۶۵، ۲۲۰ اور ۲۷۵ فٹ ہیں؟  
(جواب ایکڑ، روڈ اور پرتج میں دریافت کرو)

(رُڈ کی انجینیر - آخری امتحان)

۴۲۔ ایک ایسے مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع معلوم کرو جس کا رقبہ ۵ ایکڑ ہے۔ (جواب ٹوں میں دیا جائے)  
۴۳۔ ایک مساوی الساقین مثلث کا احاطہ ۳۰۶ فٹ اور مساوی ساقوں میں سے ہر ایک قاعدہ کا ۱۵ ہے؛ رقبہ دریافت کرو۔

۴۴۔ ایک مثلث نما میدان جس کے اضلاع کے ناپ ۳۷۵، ۳۰۰ اور ۲۲۵ گز ہیں ۸۵۰ پونڈ میں فروخت کیا جاتا ہے؛ اس کی قیمت فی ایکڑ دریافت کرو۔

۴۵۔ ایک مساوی الاضلاع مثلث کا رقبہ ۳۷۷، ۳۳۳ اور ۱۹۴ فٹ ہے؛ اس کا ضلع دریافت کرو۔

۴۶۔ ایک مثلث کا احاطہ ۶۲ فٹ ہے اور اُس کے اضلاع ۶، ۷ اور ۸ کے تناسب میں ہیں؛ اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۷۔ ۱۲ پونڈ فی ایکڑ کی شرح سے ایک مثلث نما میدان ۵ پونڈ ۱۱ شلنگ ۶ پنس کرایہ پر دیا گیا؛ اس کا ایک ضلع ۳۸، ۷ کڑی ہے؛ مقابل کے زاویہ سے اس ضلع پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

۴۸۔ ۱ شلنگ ۹ پنس فی مربع گز کے حساب سے ایک مکان کی مستطیلی مثلث نما دیوار کو زنگوٹانے کی لاگت دریافت کرو۔

مکان کا عرض ۲۷ فٹ۔ زمین سے اونچی کا فاصلہ ۳۳ فٹ اور چھت کی عمودی بلندی ۱۴ فٹ ہے۔

روڈ کی اپر سب آرڈینیٹ: امتحان ماہواری

۴۹۔ ایک مثلث نما کھیت کے اضلاع ۳۵۰، ۴۴۰ اور ۷۵۰ گز ہیں یہ کھیت ۲۶ پونڈ  
۵ شلنگ سالانہ کرایہ پر دیا گیا۔ بتاؤ کہ کس قیمت فی ایکڑ پر وہ کھیت کرایہ پر دیا گیا؟  
۵۰۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۳۵، ۳۹ اور ۵۶ فٹ ہیں: مقابل کے زاویہ  
سے بڑے ضلع پر عمود کھینچا جائے تو وہ جن دو مثلثوں میں منقسم ہوگا ان کے رقبے دریافت کرو۔  
۵۱۔ ۱ شلنگ ۳ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے ایک مثلث نما صحن کو فرش  
کروانے کی اجرت ۱۰ پونڈ ہوتی ہے۔ اگر اضلاع میں سے ایک کا طول ۲۴ گز ہو تو بقیہ  
دو مساوی ضلعوں کا طول دریافت کرو۔

۵۲۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۵، ۱۴ اور ۱۳ فٹ ہیں: مربع کڑیوں میں رقبہ  
دریافت کرو۔

۵۳۔ مثلث نما صحن کا ایک ضلع ۹۸ فٹ اور مقابل کے زاویہ سے اُس پر کے عمود کا  
طول ۴۳ فٹ ہے، ۱ روپیہ ۳ آنہ فی مربع گز کے حساب اُس کو فرش کروانے کی اجرت معلوم کرو۔  
۵۴۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۲۰۰، ۱۳۵۰ اور ۱۶۵۰ فٹ ہیں، مربع گزوں میں  
رقبہ دریافت کرو۔

۵۵۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۱۱۵، ۱۷۵۰ اور ۱۷۶۵ فٹ ہیں، ایکڑ نوڈ اور  
پرچ میں رقبہ دریافت کرو۔

۵۶۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور اس کا  
احاطہ ۷۰ گز ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۵۷۔ اُس مساوی الاضلاع مثلث کا ضلع کیا ہوگا جس کا رقبہ ۱۲۰ فٹ و تروالے مربع کے  
رقبہ کے برابر ہے؟

۵۸۔ ۳۶۳ گز طول اور ۲۴۰ گز ارتفاع کے ایک مثلث نما کھیت سے ۳۶ پونڈ  
سالانہ کرایہ پر دیا گیا ہے، بتاؤ کہ وہ فی ایکڑ کس کرایہ پر دیا گیا۔

۵۹۔ ۵ آنہ فی ۱۰۰ مربع فٹ کے حساب سے ایک میدان میں جس کے تینوں اضلاع



مساوی ہیں گھاس لگانے کی اجرت ۵۵ روپے ۶ آنے ۹ پائی ہوتی ہے اس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

ڈرٹ کی اپریل آرڈیننس: آخری امتحان

۶۰۔ ایک مقام پر زمین ۳۰ پونڈ فی ایکڑ کے حساب سے بکتی ہے یہاں ایک ایسا مثلث بنا میدان ۳۰۰ پونڈ میں خرید گیا جس کے ایک ضلع کا ناپ ۳۰۲ گز ۸ فٹ ۶ انچ ہے: اس مثلث کا ارتفاع گزوں میں دریافت کرو۔

سینڈ مرہٹ

۶۱۔ ایک ایسے مساوی الساقین مثلث کا رقبہ دریافت کرو جس کے قاعدہ کا طول ۱۶ فٹ ۸ انچ ہے ہر ایک ضلع کا طول ۱۷ فٹ ہے۔

۶۲۔ ایک کے ہزارویں حصہ تک صحت کے ساتھ ایک ایسے مثلث مساوی الساقین کی مساوی ساقوں کا طول دریافت کرو جس کا قاعدہ ۱۴ انچ اور رقبہ ۴۹۲۵ مربع انچ ہے۔

ملیشیا لٹری

۶۳۔ اگر ایک مساوی الاضلاع مثلث کے ہر ضلع کے طول میں ۱ فٹ زیادہ کر دیا جائے تو اس کے رقبہ میں اضافہ کتنا ہو جائیگا؟ ہر ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

## زائد امتحانی سوالات

۶۴۔ ایک برج کی جنوبی سمت میں کسی نقطہ پر کھڑا ہو کر ایک شخص مشاہدہ کرتا ہے کہ برج کی چوٹی افق کے ساتھ ۶۰ کا زاویہ بناتی ہے۔ پھر نقطہ ب سے ایک چوڑے سے مغرب کی طرف ہٹ جاتا ہے اور یہاں ۵۰ کا زاویہ مشاہدہ کرتا ہے اور پھر ب سے ایک نقطہ ج پر ۳۰ کا زاویہ مشاہدہ کرتا ہے۔ بتاؤ کہ ب، نقاط A اور C کے وسط میں واقع ہے۔

(جامعہ کلکتہ امتحان ایف۔ اے)

۶۵۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۲، ۱۳، ۱۴ ہیں متقابل کے زاویہ سے بڑے ضلع پر عمود نکالا جائے تو ان حصوں کے طول معلوم کرو جن میں کہ وہ ضلع منقسم ہو جائے گا۔

(یورپین اسکولز: فائنل یو۔ سی)

۶۶۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۵، ۱۶، ۱۷ انچ ہیں اس خط مستقیم کا طول

دریافت کرو جو ۱۷ فٹ طول کے ضلع کے نقطہ وسطیٰ کو مقابل کے زاویہ سے ملتا ہے۔  
(آلہ آباد یونیورسٹی: میٹری کیولیشن)  
۶۷۔ ایک ایسے مثلث کا رقبہ ایگر میں دریافت کرو جس کے اضلاع بالترتیب

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5} \text{ م } ۱۰۱, ۲۳, ۷۲۵ \text{ م } \frac{2}{3} \text{ م } ۱۰۱$$

(پنجاب یونیورسٹی: میٹری کیولیشن)  
۶۸۔ ایک مثلث کے خطوط وسطیٰ بالترتیب ۱۰۵، ۱۵۶، ۲۱۹ فٹ ہیں مثلث کا  
رقبہ دریافت کرو۔

(یورپین اسکول: فائنل۔ یو۔ بی)

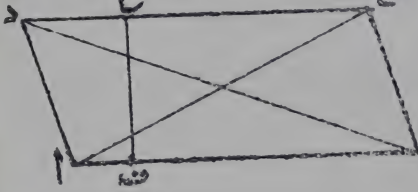


# باب ششم

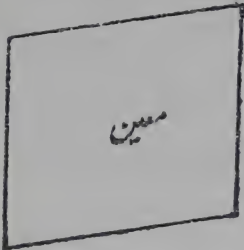
## متوازی الاضلاع

۲۳۔ متوازی الاضلاع چار ضلعوں کی ایک ایسی مستقیم الاضلاع شکل ہے جس کے مقابل کے اضلاع متوازی ہوتے ہیں۔  
متوازی الاضلاع کے وتر (یا قطر) وہ خطوط مستقیم ہیں جو مقابل کے نقاط زاویہ کو ملاتے ہیں۔

متوازی الاضلاع کا وہ ضلع جس پر اس کا قیام سمجھا جاتا ہے قاعدہ کہلاتا ہے۔  
متوازی الاضلاع کے اس ارتفاع سے  
وہ عمودی فاصلہ معلوم ہوتا ہے جو قاعدہ اور اس کے مقابل کے ضلع کے درمیان ہوتا ہے۔



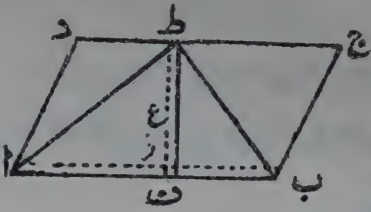
پس متوازی الاضلاع  $AB$   $CD$  میں  
ارتفاع اور  $AB$   $CD$  وہ وتر ہیں۔ نیز  $AB$  کو قاعدہ اور  $CD$  کو  
ارتفاع قرار دیا جاسکتا ہے۔



جب متوازی الاضلاع کے ضلع برابر ہوتے ہیں تو  
اس کو مربع کہتے ہیں۔ (دیکھو شکل)

## مسئلہ ۵

۲۴۔ متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا قاعدہ اور ارتفاع دیے ہوئے ہوں  
فرض کرو کہ  $AB$   $CD$  ایک متوازی الاضلاع ہے اور ایک ہی طولی اکائی کے  
لحاظ سے قاعدہ  $AB$  اور ارتفاع  $EF$  کے ناپ بالترتیب  $4$  اور  $3$  ہیں۔



مطلوبہ ہے کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ  
ڈاؤر ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔  
ب ط اور ا ط کو طاء  
اب چونکہ۔

متوازی الاضلاع ا ب ج د کا رقبہ =  $۲ \times \triangle ا ب ط$  کا رقبہ... اقلیہ متوال اول شکل  
 $۲ = ۲ \times \frac{۱}{۲} \times ا ب \times ط$  ..... دفعہ ۲۰

= روع مربع اکائیاں

قاعدہ۔ متوازی الاضلاع کے قاعدہ میں طولی اکائیوں کی تعداد کو اس کے ارتفاع  
میں اُسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب اس کے رقبہ میں  
متناظر مربع اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کرے گا۔  
یا مختصراً۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ  $\times$  ارتفاع

$$ق = روع \dots\dots\dots (۱)$$

متوازی الاضلاع کا قاعدہ =  $\frac{رقبہ}{ارتفاع}$

$$ق = روع \dots\dots\dots (۲)$$

اور متوازی الاضلاع کا ارتفاع =  $\frac{رقبہ}{قاعدہ}$

$$ع = \frac{ق}{ر} \dots\dots\dots (۳)$$

خاص صورت



۲۸۔ مستطیل  
فرض کرو کہ ا ب ج د ایک مستطیل ہے۔



تب اگر  $\Delta$  ب کو اس کا قاعدہ قرار دیا جائے تو ظاہر ہے کہ  $\Delta$  ب ج ارتفاع ہوگا۔

اب کسی متوازی الاضلاع کا رقبہ = قاعدہ  $\times$  ارتفاع ..... دفعہ ۲۷

یہ مستطیل  $\Delta$  ب ج کا رقبہ =  $\Delta$  ب  $\times$  ب ج

= طول  $\times$  عرض

ق = ل  $\times$  ع

نتیجہ اس سے قبل دفعہ ۸ میں حاصل کیا جا چکا ہے۔

توضیحی مثالیں

۲۹-

مثال ۱- ایک متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۵ فٹ اور ارتفاع ۲ فٹ ۵ انچ ہے: اس کا رقبہ مربع فٹ میں دریافت کرو۔



متوازی الاضلاع کا رقبہ =  $\Delta$   $\times$  مربع اکائیاں ..... دفعہ ۲۷

یہاں  $\Delta$  =  $12 \times 5 = 60$  انچ، ع =  $2 \times 12 + 5 = 29$  انچ

$\therefore$  متوازی الاضلاع کا رقبہ =  $29 \times 60$  مربع انچ

= 1740 مربع انچ

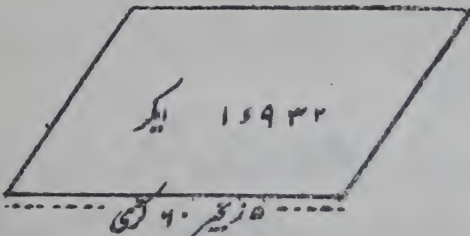
مثال ۲- ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ ۱۹۳۲ ایکڑ ہے۔ اگر اس کا قاعدہ ۵ زنجیر ۶ کڑی ہو۔ اس کا ارتفاع کیا ہونا چاہیے؟

متوازی الاضلاع کا ارتفاع =  $\frac{\text{رقبہ}}{\text{زنجیر}}$  ..... دفعہ ۲۷

یہاں ق =  $1932 \div 10 = 193.2$  مربع زنجیر

اور  $\Delta$  = ۵۳۶ زنجیر

$\therefore$  متوازی الاضلاع کا ارتفاع =  $\frac{193.2}{536}$  زنجیر



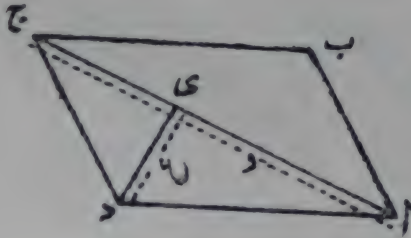
= ۳۵.۳۵ زنجیر

= ۳ زنجیر ۵ کڑی

## مسئلہ ۶

۳۰۔ متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا ایک وتر اور بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اس وتر پر عمود کا طول دیا ہوا ہو۔

نوٹ۔ - علم ہندسہ سے ثابت کیا جاسکتا ہے کہ متوازی الاضلاع کے ایک وتر پر متقابل کی راسوں سے گرائے ہوئے عمودوں کا طول مساوی ہوتا ہے۔  
فرض کرو کہ ا ب ج د ایک متوازی الاضلاع ہے اور اس کے وتر ا ج میں د طولی اکائیاں شامل ہیں۔



نیز فرض کرو کہ د سے ا ج پر کے عمود دی کا ناپ اسی طولی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔

مطلوبہ یہ ہے کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ د اور ع کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔  
اب چونکہ۔

$$\text{متوازی الاضلاع ا ب ج د کا رقبہ} = 2 \times \triangle \text{ ا د ج کا رقبہ}$$

(اقلیدس مقالہ اول شکل ۴۳)

$$2 \times \triangle \text{ ا د ج کا رقبہ} = 2 \times \frac{1}{2} \times \text{ا ج} \times \text{دی} = \text{ا ج} \times \text{دی}$$

$$= 2 \times \text{ع} \times \text{مرجع اکائیاں}$$

پس قاعدہ۔ متوازی الاضلاع کے وتر میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اس وتر کے عمودی فاصلہ میں اسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب اس کے رقبہ میں متناظر مرجع اکائیوں کی تعداد کو تعبیر کرتا ہے۔  
یا اختصاراً۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ = وتر  $\times$  کسی بقیہ راس سے اس وتر کا عمودی فاصلہ



$$(۱) \dots\dots\dots ق = د \times ع$$

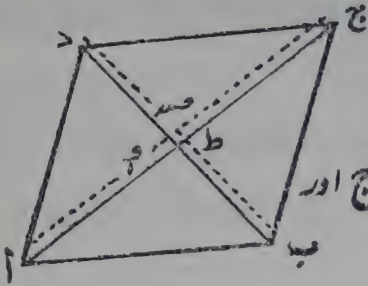
$$\therefore \frac{ق}{ع} = \frac{د}{ع} = \frac{رقبہ}{عمودی فاصلہ}$$

$$(۲) \dots\dots\dots \frac{ق}{ع} = د$$

$$\frac{ق}{د} = \frac{رقبہ}{وتر}$$

$$(۳) \dots\dots\dots ع = \frac{ق}{د}$$

## خاص صورت



۳۱ — معین

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک معین ہے۔

علم ہند سے یہ ثابت کیا جاسکتا ہے کہ اس کے وتر ا ج اور

ب د ایک دوسرے کی زاویہ قائمہ پر تقصیف کرتے ہیں۔

$$\text{یعنی } د ط = \frac{۱}{۲} د ب = ع$$

اور اگر ا ج اور د ب کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب د، م ہوں تو

$$ع = \frac{۱}{۲} د ب = \frac{د^2}{۲}$$

$$\text{اور معین کا رقبہ} = د ج \times د ط \dots\dots\dots \text{دفعہ ۳۰}$$

$$= د \times \frac{د^2}{۲} \text{ مربع اکائیاں}$$

پس قاعدہ —

$$\text{معین کا رقبہ} = \frac{۱}{۲} \times دتروں کا حاصل ضرب$$

$$ق = \frac{۱}{۲} د م$$

## توضیح مثالیں

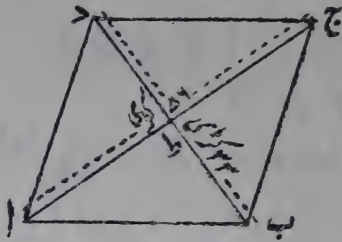
۳۲۔ مثال ۱۔ متوازی الاضلاع کی وضع کے ایک شہر کا رقبہ ۲۰۰ ایکڑ ہے اور اس کے ایک وتر کا طول ۱۰ میل ہے بقیہ راسوں سے اس وتر کے عمودی فاصلے دریافت کرو۔



مطلوبہ فاصلہ =  $\frac{ق}{و}$  گز ..... دفعہ ۳۰

یہاں  $ق = ۳۸۳۰ \times ۲۰۰$  مربع گز  
اور  $و = ۸۸۰$  گز

$$\therefore \text{مطلوبہ فاصلہ} = \frac{۳۸۳۰ \times ۲۰۰}{۸۸۰} = ۱۱۰۰ \text{ گز}$$



مثال ۲۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۵۶ کڑی اور ۳۳ کڑی ہیں : اس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

معین ا ب ج د میں فرض کرو کہ ا ج اور ب د کے ناپ بالترتیب ۵۶ کڑی اور ۳۳ کڑی ہیں۔

اب چونکہ معین کے دو سرے کی زاویہ قائمہ پرنقصیت کرتے ہیں ..... دفعہ ۳۱

$\therefore \triangle ا ب ج$  میں۔

$\triangle ا ب ج$  ایک قائمہ ہے

$$ا ط = \frac{۱}{۲} ا ج = ۲۸ \text{ کڑی}$$

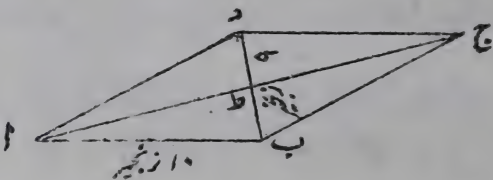
$$ب ط = \frac{۱}{۲} ب د = ۱۶.۵ \text{ کڑی}$$

اس لئے۔

$$ا ب = \sqrt{۲(۱۶.۵)^2 + ۲(۲۸)^2} \text{ کڑی} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= ۳۲.۵ \text{ کڑی}$$

مثال ۳۔ ۱۔ ایک معین ا ب ج د کا ضلع ۱۸ زنجیر اور ایک وتر ب د کا طول ۹ زنجیر ہے۔ دوسرے وتر کا طول اور معین کا رقبہ دریافت کرو۔



$\therefore \triangle ا ب ج$  ایک مثلث قائم الزاویہ ہے۔ دفعہ ۳۱

$$\therefore ا ط = \frac{۱}{۲} ا ب = ۲ \text{ کڑی} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۶}$$



$$= \sqrt{2(18) - 2\left(\frac{9}{4}\right)} \text{ زنجیر}$$

$$= \sqrt{18 - \frac{9}{2}} \text{ زنجیر}$$

$$= \sqrt{13 \frac{15}{2}} \text{ زنجیر}$$

$$= \sqrt{33 \frac{856}{2}} \text{ زنجیر}$$

$$= 183 \frac{856}{2} \text{ زنجیر}$$

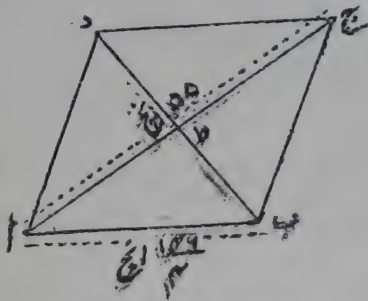
پھر

مربع کا قصبہ =  $\frac{1}{2} \times 183 \frac{856}{2}$  مربع اکٹیاں ..... دفعہ ۳۱

$$= 183 \frac{856}{2} \text{ زنجیر}$$

$$= 183 \frac{856}{2} \text{ مربع زنجیر}$$

مثال ۴ :- ایک مربع کا احاطہ ۱۲۶ انچ اور اس کا ایک وتر ۵۵ انچ ہے دوسرا وتر دریافت کرو۔  
مربع ا ب ج د میں فرض کرو کہ ج ک کا پ ۵۵ انچ اور  
مربع کا احاطہ ۱۲۶ انچ ہے۔



$$\text{تب } 1 \text{ ب کا طول} = 5 \text{ ر } 36 \text{ انچ}$$

$$1 \text{ ب کا طول} = 5 \text{ ر } 36 \text{ انچ}$$

$$1 \text{ ب کا طول} = 5 \text{ ر } 36 \text{ انچ} = 1 \text{ ب کا طول} = 5 \text{ ر } 36 \text{ انچ}$$

$$= \sqrt{2(36 \times 5) - 2(36 \times 5)} \text{ انچ}$$

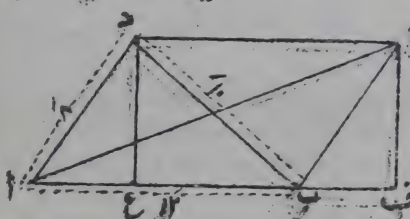
$$= 22 \text{ انچ}$$

اس لئے دوسرا وتر = ۲۸ انچ

مثال ۵ :- ایک متوازی الاضلاع کے متصل ضلع ۱۲ فٹ اور ۸ فٹ ہیں اور اس کے ایک وتر کا طول ۱۰ فٹ ہے دوسرے وتر کا طول دریافت کرو۔

متوازی الاضلاع ا ب ج د میں فرض کرو کہ

$$1 \text{ ب} = 12 \text{ فٹ } 1 \text{ د} = 8 \text{ فٹ}$$



اور  $b = 10$  فٹضلع  $abc$  اور اس کے محدودہ پر نقاط  $d$  اور  $e$  سے  $d$  اور  $e$  ج ف عمود گزار۔اب  $d^2 = a^2 + b^2 - 2 \times b \times c \times \cos \angle c$  ..... آپٹیس مقالہ دوم شکل ۱۳اور  $e^2 = b^2 + c^2 - 2 \times b \times c \times \cos \angle b$  ..... آپٹیس مقالہ دوم شکل ۱۳

اس لئے جمع کرنے سے

 $d^2 + e^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \times b \times c \times \cos \angle c + 2 \times b \times c \times \cos \angle b$  (کیونکہ  $\angle c = \angle b$ )اس لئے اگر  $a$  ج کا طول لافٹ ہو تو

$$a^2 = 2^2 + 2^2 + 2^2 + 2 \times 2 \times 2 \times \cos 120^\circ - 2 \times 2 \times 2 \times \cos 120^\circ$$

$$100 = 288 + 128 =$$

$$316 =$$

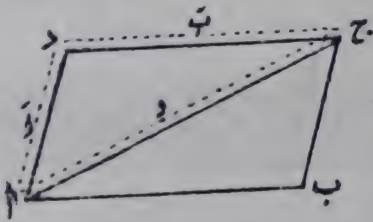
$$\sqrt{316} = a$$

$$= 17.77 \text{ تقریباً}$$

اس لئے دوسرے وتر کا طول تقریباً  $17.77$  فٹ ہے۔

## مسئلہ

۳۳۔ متوازی الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ ایک وتر اور دو متصل ضلعے دیئے ہوئیں۔

متوازی الاضلاع  $abcd$  میںفرض کرو کہ وتر  $ac$  کا طول کسی طولی کا فی

کے لحاظ سے وہ ہے اور اس کے متصل اضلاع

 $ad$ ،  $dc$  کے ناپ اسی طولی کا فی کےلحاظ سے بالترتیب  $a$  اور  $b$  ہیں۔تب  $b$  ج اور  $a$  ب کے ناپ بھی  $a$  اور  $b$  سے بتدیر ہوں گے۔

(آپٹیس مقالہ اول شکل ۳۳)

مطلوب یہ ہے کہ متوازی الاضلاع کا رقبہ  $a$  اور  $b$  کی توہم میں دریافت کیا جائے۔

اب چونکہ



متوازی الاضلاع ا ب ج د کا رقبہ  $= ۲ \times \triangle ا د ج$  کا رقبہ (اقلیدس مقالہ اول شکل ۳۳)

$$۲ = ۲ \text{ ما ص (ص - ز) (ز - ص - ب) (ص - و) مربع اکائیاں دفعہ ۲۳}$$

پس قاعدہ۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ ایک ایسے مثلث کے رقبہ کا دو چند ہوتا ہے جس کے اضلاع متوازی الاضلاع کا ایک وتر اور کوئی سے دو متصل ضلع ہوتے ہیں۔

### توضیحی مثال

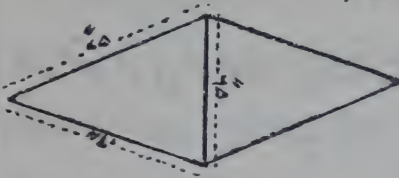
۳۳۔

مثال :- ایک ایسے متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے ایک وتر کا ناپ ۶۵ اینچ اور دو متصل اضلاع کے ناپ بالترتیب ۷۰ اینچ اور ۷۵ اینچ ہیں۔

متوازی الاضلاع کا رقبہ  $= ۲ \text{ ما ص (ص - ز) (ز - ص - ب) (ص - و) مربع اکائیاں دفعہ ۳۳}$

$$\text{یہاں } ز = ۷۰, ب = ۷۵, و = ۶۵$$

$$\therefore ص = \frac{۶۵ + ۷۵ + ۷۰}{۲} = ۱۰۵$$



$$\text{اور } ص - ز = ۱۰۵ - ۷۰ = ۳۵$$

$$ص - ب = ۱۰۵ - ۷۵ = ۳۰$$

$$ص - و = ۱۰۵ - ۶۵ = ۴۰$$

متوازی الاضلاع کا رقبہ  $= ۲ \times \sqrt{۴۰ \times ۳۰ \times ۳۵ \times ۱۰۵}$  مربع اینچ

$$= ۲ \times \sqrt{۲۵ \times ۲۰ \times ۲۳ \times ۲۰} \text{ مربع اینچ}$$

$$= ۲ \times ۲۱۰۰ \text{ مربع اینچ}$$

$$= ۴۲۰۰ \text{ مربع اینچ}$$

امثلہ نمبری ۶ (۱)

ذیل کے متوازی الاضلاع کے رقبے دریافت کرو :-

- ۱ - قاعدہ ۲۴ فٹ، ارتفاع ۱۳ فٹ
  - ۲ - قاعدہ ۵ گز ۲ فٹ، ارتفاع ۹ گز ۱ فٹ
  - ۳ - قاعدہ ۴۶ س ۱۵ زنجیر، ارتفاع ۲۷ س ۱۲ زنجیر
- ذیل کے متوازی الاضلاع کے قاعدے دریافت کرو :

- ۴ - رقبہ ۲۵۶ مربع فٹ، ارتفاع ۳۲ فٹ
- ۵ - رقبہ ۲۳ مربع گز ۸ مربع فٹ، ارتفاع ۱۳ گز ۱ فٹ
- ۶ - رقبہ ایکڑ، ارتفاع ۳۵ س ۸ زنجیر

ذیل کے متوازی الاضلاع کے رقبے دریافت کرو :

- ۷ - ایک وتر ۵ فٹ ۸ انچ، بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اس وتر کا عمودی فاصلہ ۲ فٹ ۳ انچ ہے -

- ۸ - ایک وتر ۱۵ زنجیر ۳ کڑی اور بقیہ راسوں میں سے کسی ایک سے اس وتر کا عمودی فاصلہ ۷ زنجیر ۴ کڑی ہے - (جواب ایکڑ میں نکالا جائے)

- ۹ - ایک متوازی الاضلاع کے رقبہ کا ناپ ۱۵ مربع گز اور اس کے ایک وتر کا طول ۷ گز ۱ فٹ ۶ انچ ہے - کسی ایک بقیہ راس سے اس وتر کا عمودی فاصلہ دریافت کرو -

- ۱۰ - کسی معین کے وتروں کے ناپ بالترتیب ۳ فٹ ۶ انچ اور ۲ فٹ ۹ انچ ہیں - اس کا احاطہ معلوم کرو -

- ۱۱ - متوازی الاضلاع کی وضع کے ایک قطعہ زمین پر ۴ آنہ ۶ پائی فی مربع گز کے حساب سے گھاس لگوانے کی اجرت دریافت کرو متوازی الاضلاع کا قاعدہ ۶۲ فٹ اور ارتفاع ۴۶ فٹ ہے -

- ۱۲ - ایک معین کا احاطہ ۲۴۸ انچ اور ایک وتر ۱۰۴ انچ ہے اس کا رقبہ دریافت کرو -

- ۱۳ - ایک معین کا ضلع ۶۵ زنجیر اور اس کے ایک وتر کا ناپ ۱۱۲ زنجیر ہے ; دوسرے وتر کا طول دریافت کرو -

امثلہ نمبری ۶ (ب)

ذیل کے متوازی الاضلاع کے رقبے دریافت کرو :-



۱۳ — قاعدہ ۲۰ راسی، ارتفاع ۱۶ راسی

۱۵ — قاعدہ ۱۰ راسی ۶ لاکھ، ارتفاع ۳۲ لاکھ

۱۶ — قاعدہ ۳ و ۸ راسی، ارتفاع ۶ و ۸ راسی

۱۷ — اُس متوازی الاضلاع کا قاعدہ معلوم کرو جس کا رقبہ دو بیگمہ اور جس کے ارتفاع کا ناپ ۳ راسی ۶ لاکھ ہے۔

۱۸ — اُس متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے ایک وتر کا ناپ ۲ راسی ۸ لاکھ اور رقبہ رسول میں سے ایک سے اس وتر کا عمودی فاصلہ ۱۰ لاکھ ہے۔

۱۹ — اُس شکل معین کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتروں کا ناپ بالترتیب ۱۵ لاکھ اور ۱۳ لاکھ ہے۔

## سوالات امتحانات

۱ — ایک معین کے وتر ۶ فٹ اور ۸ فٹ ہیں؛ ایک ضلع کا طول اور اُس کا ارتفاع دریافت کرو۔

(جامعہ اللہ آباد: میٹری کیولیشن)

۲ — ایک معین کے وتر ۲ و ۹ ہیں؛ اُس کا رقبہ اور اضلاع کے طول دریافت کرو۔

(جامعہ کلکتہ: میٹری کیولیشن)

۳ — ایک معین کا ہر ایک ضلع ۳۲۰ فٹ اور ایک وتر ۵۰۰ فٹ ہے اس کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔

(مدرا س ٹکنیکل: ۱ ابتدائی)

۴ — معین کا رقبہ مربع فٹ میں دریافت کرو۔ اُس کے وتر ۱۶۰ فٹ اور ۱۰۰ فٹ ہیں۔

(مدرا س ٹکنیکل: ۲ ابتدائی)

۵ — شکل معین کی وضع کی ایک چٹائی کا رقبہ ۸ مربع گز اور اُس کا احاطہ ۳۶ فٹ ہے اس کا عمودی عرض دریافت کرو۔

(مدرا س ٹکنیکل: ۱ ابتدائی)

۶ — ایک معین کے نصف وتر بالترتیب ۸ اور ۱۶ اینچ ہیں۔ معین کا رقبہ اور اُس کے ضلع کا طول دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائینل صوبجات متحدہ)

۷ — ایک معین کا رقبہ ۱۲۰۰۰ مربع فٹ اور ضلع ۴۰۰ فٹ ہے اس کے وتر معلوم کرو۔

(رڈ کی انجینیر: ۱۰ حصہ)

۸ — ایک معین کے وتر بالترتیب ۴۰ اور ۶۰ گز ہیں؛ اُس کا رقبہ، احاطہ اور ارتفاع

(دُرّ کی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ ) دریافت کرو۔

۹۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۸۸ اور ۴۳ فٹ ہیں : رقبہ دریافت کرو۔ نیز معین کے ضلع کا طول اور اس کا ارتفاع معلوم کرو۔

(دُرّ کی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ )

۱۰۔ ایک معین کا ضلع ۳۶ فٹ اور اس کا ایک وتر ۱۸ فٹ ہے : دوسرا وتر اور شکل کا رقبہ دریافت کرو۔ (دُرّ کی انجینیر : فائنل )

۱۱۔ ایک معین کا ضلع ۲۰ اور اس کا بڑا وتر ۶۴ و ۳۳ ہے : رقبہ اور دوسرا وتر دریافت کرو۔ (دُرّ کی انجینیر : فائنل )

۱۲۔ ایک معین کا رقبہ ۴۴ ۳۵ مربع فٹ اور ایک وتر ۶۵۲ فٹ ہے : دوسرا وتر دریافت کرو۔ معین کے ایک ضلع کا طول اور اس کا ارتفاع بھی معلوم کرو۔

(دُرّ کی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ )

۱۳۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۶۰ فٹ اور ۵۴ فٹ ہیں : اس کا رقبہ دریافت کرو۔ معین کے ایک ضلع کا طول اور اس کا ارتفاع بھی معلوم کرو۔

(دُرّ کی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ )

۱۴۔ ایک معین کا ضلع ۲۰ فٹ اور اس کا چھوٹا وتر ۱۲ و ۱۰ فٹ ہیں : اس کا رقبہ دریافت کرو۔ (دُرّ کی اپر سب آرڈینیٹ : ماہانہ )

۱۵۔ ایک معین کے وتر ۴ فٹ اور ۱ فٹ ۲ انچ ہیں : ضلع اور رقبہ دریافت کرو۔ (جامعہ الہ آباد : میٹریکیولیشن )

۱۶۔ شکل معین کی وضع کے ایک میدان کے وتر ۲۸۰ کڑی اور ۸۵ کڑی ہیں : ۴ پونڈ ۱۰ شلنگ ۶ پنس فی ایکڑ کے حساب سے قریب ترین پستی تک اس کا کرایہ دریافت کرو۔

(جامعہ کلکتہ : امتحان ایف۔ ای )

۱۷۔ ایک معین کے وتر بالترتیب ۸۰ اور ۶۰ فٹ ہیں : معین کا رقبہ۔ ضلع کا طول اور ارتفاع دریافت کرو۔

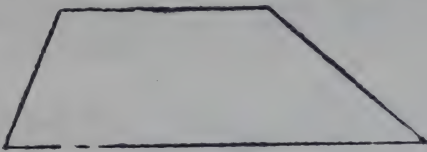
(دُرّ کی اپر سب آرڈینیٹ : داخلہ )



# اجزائے م

## ذو اربعۃ الاضلاع یا چار ضلعی شکل

۳۵ — ذو اربعۃ الاضلاع یا چار ضلعی شکل اس شکل کو کہتے ہیں جو چار مستقیم خطوں سے گھری ہوئی ہو۔



اگر چار ضلعی کے کوئی سے دو متقابل کے اضلاع متوازی ہوں تو ایسی شکل کو منحنی ف کہتے ہیں (شکل ملاحظہ ہو)۔

چار ضلعی کا کوئی ایک وتر کھینچا جائے اور بقیہ راسوں سے اس پر عمود لگائے جائیں تو ان عمودوں کو بیرونی عمود کہتے ہیں۔

پس چار ضلعی

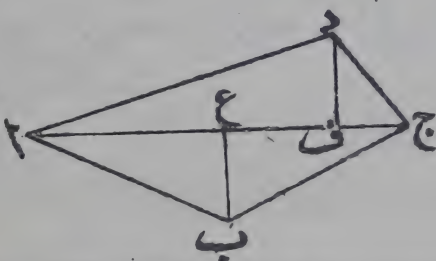
۱ ب ج د میں عمود

د ف ا در ب ع وتر

۲ ج سے راس د اور

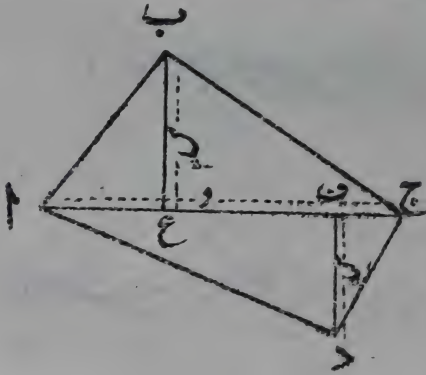
ب تک کے بیرونی

عمود ہیں۔



## مسئلہ ۸

۳۶۔ چار ضلعی کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا ایک وتر اور  
بقیہ راسوں تک اس کے بیرونی عمود کے طول دیے ہوئے ہوں۔



چار ضلعی

ا ب ج د میں فرض

کرو کہ وتر ا ج کا ناپ

کسی طولی اکائی کے رقوم

میں و ہے۔ اور اس وتر

سے د اور ب پر کے

بیرونی عمود د ف اور

ب ع کے طول اسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب س اور پ ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ چار ضلعی کا رقبہ و، س اور پ کی رقوم میں دریافت

کیا جائے۔

اب چونکہ

چار ضلعی ا ب ج د کا رقبہ = ۵ ا ب ج کا رقبہ +

۱۵ ا د ج کا رقبہ

∴ چار ضلعی ا ب ج د کا رقبہ =  $\frac{۱}{۲} \times ا ج \times د ف + \frac{۱}{۲} \times ا ج \times ب ع + \dots$  دفعہ (۲۰)

$= \left( \frac{۱}{۲} و س + \frac{۱}{۲} د س \right) \text{ مربع اکائیاں}$

$= \frac{۱}{۲} و (س + د) \text{ مربع اکائیاں}$

پس قاعدہ:۔

چار ضلعی شکل کے وتر میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو مقابل کے زاویہ نقطہ

پر اس کے بیرونی عمود میں اسی طولی اکائیوں کی تعداد کے مجموعہ سے ضرب دو۔



تب اس حاصل ضرب کا نصف متناظر مربع اکائیوں میں چار ضلعی کے رقبہ کو تعبیر کرے گا۔

یا اختصاراً

چار ضلعی شکل کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times$  وتر  $\times$  بیرونی عمودوں کا مجموعہ

ق =  $\frac{1}{2} \times (س + س) \dots (۱)$

∴ ذواریجۃ الاضلاع کا وتر =  $\frac{۲ \times \text{رقبہ}}{\text{بیرونی عمودوں کا مجموعہ}}$

و =  $\frac{۲ق}{س + س} \dots (۲)$

نوٹ :- اگر وتر شکل کے باہر واقع ہوتا ہو تو جیسا کہ ظاہر ہے قاعدہ بالا حسب ذیل ہو جاتا ہے۔

چار ضلعی شکل کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times$  وتر  $\times$  (اس کے بیرونی عمودوں کا فرق)

ذواریجۃ الاضلاع ا ب ج د سے اس کی توضیح ہو سکتی ہے۔

## خاص صورتیں

۳۷ —

۱۔ متوازی الاضلاع۔

اس صورت میں کسی وتر سے بقیہ زاویئی نقاط پر کے بیرونی عمود ایک دوسرے کے مساوی ہوتے ہیں۔ ..... دفعہ ۳۰



یعنی  $س = س = س$   
اب کسی چار ضلعی کا رقبہ =

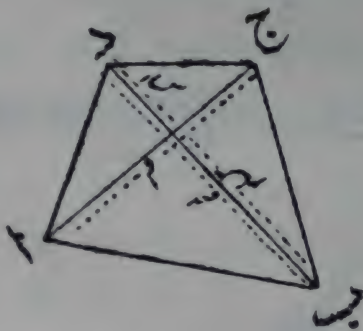
$\frac{1}{2} \times (س + س) \times$  مربع اکائیاں ..... دفعہ ۳۱

∴ متوازی الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times (س + س) \times$  مربع اکائیاں

= وس مربع اکائیاں

یہی نتیجہ اس سے قبل دفعہ ۳۰ میں بھی حاصل کیا گیا تھا۔

۲۔ چار ضلعی جس کے وتر ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر کاٹتے ہیں۔



فرض کرو کہ اب ج د ایک  
ایسا چار ضلعی ہے جس کے وتر ا ج ا د  
ب د ایک دوسرے کو زاویہ قائمہ پر  
کاٹتے ہیں۔

فرض کرو کہ وتروں ا ج اور ب د  
کے ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب  
م، م ہیں۔ ظاہر ہے کہ وتر ا ج سے  
کھینچے ہوئے بیرونی عمودوں کا مجموعہ دوسرے  
د وتر ب د کے مساوی ہے۔

یعنی  $س + س = م$

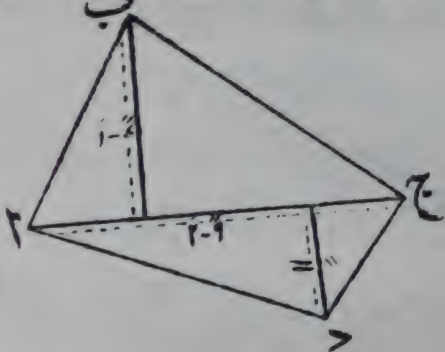
اب کسی چار ضلعی کا رقبہ =  $\frac{1}{2} د (س + س)$  مربع اکائیاں ..... دفعہ ۳۶

∴ چار ضلعی ۲ ب ج د کا رقبہ =  $\frac{1}{2} د م$  مربع اکائیاں

توضیحی مثالیں

۳۸

مثال ۱۔ ∴ ایک چار ضلعی ۱ ب ج د میں وتر ا ج کا طول ۲ فٹ ۹ انچ



اور اس وتر سے ب اور د پر کے بیرونی عمود  
کے طول بالترتیب ۱ فٹ ۷ انچ اور ۱۱ انچ ہیں۔  
چار ضلعی کا رقبہ دریافت کرو۔ ذواریقۃ الاضلاع  
کا رقبہ =  $\frac{1}{2} د (س + س)$  مربع انچ دفعہ ۳۶

یہاں د =  $۹ + ۱۲ \times ۲ = ۳۳$  انچ

س =  $۴ + ۱۲ \times ۱ = ۱۶$  انچ



اور س = ۱۱ انچ

∴ چار ضلعی کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times 33 \times (11 + 19)$  مربع انچ

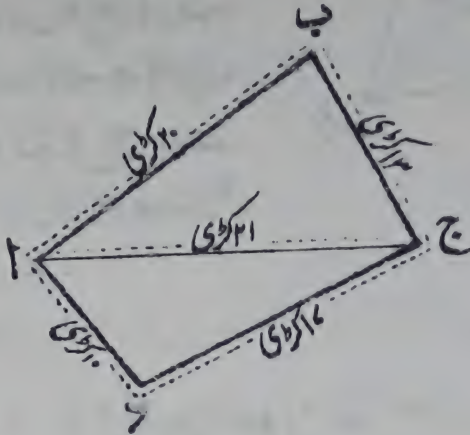
$$= \frac{1}{2} \times 33 \times 30 \text{ مربع انچ}$$

$$= 495 \text{ مربع انچ}$$

$$= 3 \text{ مربع فٹ } 43 \text{ مربع انچ}$$

مثال ۷:۔ ایک چار ضلعی ا ب ج د میں اضلاع ا ب، ب ج،

ج د، د ا کے ناپ بالترتیب ۲۰، ۱۳، ۱۰، ۱۷ کڑی اور وتر ا ج کا طول ۲۱ کڑی ہے: چار ضلعی شکل کا رقبہ دریافت کرو۔



چار ضلعی کا رقبہ =  $\Delta$  ا ب ج کا رقبہ +  $\Delta$  ا ج د کا رقبہ

$$= \left[ \frac{1}{2} \times 20 \times 13 \times \sin \theta \right] + \left[ \frac{1}{2} \times 10 \times 17 \times \sin \theta \right] \dots \text{دفعہ ۲۱}$$

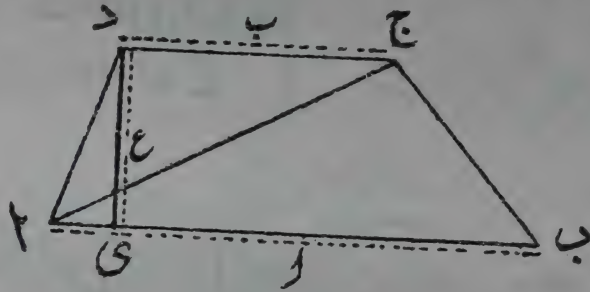
$$= 124 \text{ مربع کڑی} + 82 \text{ مربع کڑی}$$

$$= 210 \text{ مربع کڑی}$$

مسئلہ ۹

۳۹۔ شکل منحرف کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اُس کے متوازی اضلاع

اور ان کا درمیانی عمودی فاصلہ کے طول دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ ا ب ج د ایک شکل منخرف ہے۔ اور اس کے متوازی اضلاع ا ب اور ج د کے طول کسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ۱ اور ب ہیں نیز ان کے درمیانی عمودی فاصلہ د ی کا طول اسی اکائی کے لحاظ سے ع ہے۔ مطلوب یہ ہے کہ شکل منخرف کا رقبہ ۱، ب اور ع کی رقوم میں معلوم کیا جائے۔

۱ ج کو ملاؤ۔

اب چونکہ شکل منخرف کا رقبہ = ۱ ج د کا رقبہ + ۱ ب ج کا رقبہ

∴ شکل منخرف کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times ج د + \frac{1}{2} \times ا ب \times د ی$  ..... دفعہ ۲

$$= \left( \frac{1}{2} \times ب ع + \frac{1}{2} \times ا ع \right) \text{ مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{1}{2} \times ع (ا + ب) \text{ مربع اکائیاں}$$

پس قاعدہ —

شکل منخرف کے متوازی اضلاع میں طولی اکائیوں کی تعداد کے مجموعہ کو ان کے درمیانی عمودی فاصلہ میں اسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ تب حاصل ضرب کا نصف مناسطہ مربع اکائیوں میں اس کے رقبہ کو تعبیر کریگا۔  
یا اختصاراً

$$\text{شکل منخرف کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{متوازی اضلاع کا مجموعہ} \times \text{ارتفاع}$$

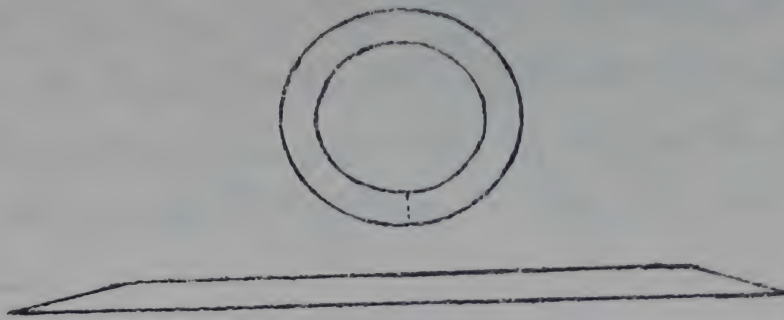


$$ق = \frac{1}{2} (ب + ا) ع \dots \dots \dots (۱)$$

∴ شکل منحرف کے متوازی اضلاع کا { درمیانی فاصلہ یا اس کا ارتفاع  
 $\frac{۲ \times رقبہ}{متوازی اضلاع کا مجموعہ} =$

$$ع = \frac{۲ ق}{ب + ا} \dots \dots \dots (۲)$$

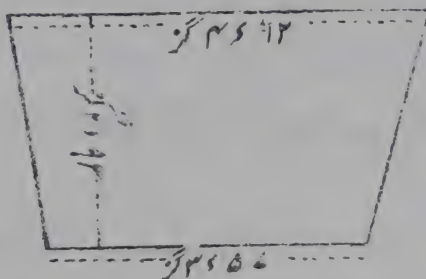
اگر کسی حلقہ کو اس کے بیرونی محیط کے کسی نقطہ پر سے کاٹا جائے



اور پھر اُسے سیدھا کیا جائے تو اُس کی سطح ایک ایسی شکل منحرف کی سطح اختیار کر لے گی جس کے متوازی اضلاع بالترتیب حلقہ کے اندرونی اور بیرونی محیط ہوں گے اور جس کے متوازی اضلاع کا درمیانی فاصلہ حلقہ کے عرض کے برابر ہوگا۔

## توضیحی مثالیں

۴۰۔ مثال ۱۔ ایک شکل منحرف کے متوازی اضلاع بالترتیب ۵۷ گز اور ۶۲ گز ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ ۴۳ گز ہے۔ شکل منحرف کا رقبہ دریافت کرو۔



شکل منخوف کا رقبہ =  $\frac{1}{2} (ا + ب) ع$  مربع گز ..... دفعہ (۳۹)

جہاں  $ا = ۳۵۷$  گز

$ب = ۴۶۲$  گز

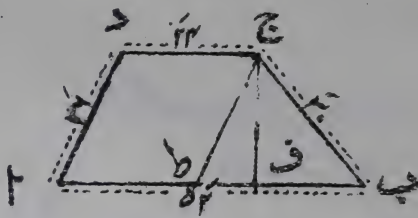
$ع = ۲۵۹۳$  گز

∴ شکل منخوف کا رقبہ =  $\frac{1}{2} (۳۵۷ + ۴۶۲) \times ۲۵۹۳$  مربع گز

= ۱۱۵۹۹۸۳۵ مربع گز

مثال ۲۔ ایک شکل منخوف کے متوازی اضلاع ۲۴ اور ۵۲ فٹ اور دیگر

اضلاع ۲۶ اور ۳۰ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔



شکل منخوف اب ج د میں فرض کرو کہ

د ج = ۲۴ فٹ، ا ب = ۵۲ فٹ

د ا = ۲۶ فٹ، ج ب = ۳۰ فٹ

ج سے ج ط، د ا کے متوازی

اور ج ف، ا ب پر عمود نکالو۔

تب ط ب = ا ب - ا ط = ۲۴ - ۵۲ = ۲۸ فٹ

اب،  $\Delta ط ب ج$  کا رقبہ =  $\frac{1}{2} (ص - ا) (ص - ب) (ص - ج)$  مربع فٹ ..... دفعہ ۲۳

جہاں  $ا = ۲۶$ ،  $ب = ۲۸$ ،  $ج = ۳۰$

∴  $ص = ۴۲$  فٹ

∴  $\Delta ط ب ج$  کا رقبہ =  $\frac{1}{2} [۱۲ \times ۱۴ \times ۱۶ \times ۲۲]$  مربع فٹ

= ۳۳۶ مربع فٹ

لیکن ج ف =  $\frac{\Delta ط ب ج کا رقبہ}{ب}$  فٹ ..... دفعہ ۲۰

=  $\frac{۳۳۶}{۲۸}$  فٹ



$$= ۲۴ \text{ فٹ}$$

$$\therefore \text{شکل منحرف کا رقبہ} = \frac{1}{2} (ا + ب) ع \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{اس میں } ا = ۲۴، ب = ۵۲، ع = ۲۴$$

$$\therefore \text{شکل منحرف کا رقبہ} = \frac{1}{2} (۵۲ + ۲۴) \times ۲۴ \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۹۱۲ \text{ مربع فٹ}$$

مثال ۳ :- ایک ایسے سطح مستدیر حلقہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے

بیرونی اور اندرونی محیط بالترتیب ۴۴۵۶۵.۵۰ انچ اور ۳۳۶۹۸۲۲۶ انچ ہیں اور حلقہ کا عرض ایک انچ ہے۔

$$۳۳۶۹۸۲۲۶$$

$$۵۰.۵۲۶۵۴۴$$

حلقہ کا رقبہ = شکل منحرف کا رقبہ ..... دہ ۳۹

$$= \frac{1}{2} (ا + ب) ع \text{ مربع اکائیوں} \dots\dots\dots \text{دہ ۳۹}$$

$$\text{یہاں } ا = ۴۴۵۶۵.۵۰ \text{ انچ}$$

$$ب = ۳۳۶۹۸۲۲۶ \text{ انچ}$$

$$\text{اور } ع = ۱ \text{ انچ}$$

$$\therefore \text{حلقہ کا رقبہ} = \frac{1}{2} (۳۳۶۹۸۲۲۶ + ۴۴۵۶۵.۵۰) \text{ مربع انچ}$$

$$= \frac{1}{2} \times ۹۴۲۶۴۷۷.۵۰ \text{ مربع انچ}$$

$$= ۴۷۱۳۲۳۸.۷۵ \text{ مربع انچ}$$

۴۱ — دائرہ کے اندرونی ذو اربعۃ الاضلاع کا رقبہ اُس کے چار اضلاع کی رقوم میں اس طرح بیان کیا جاسکتا ہے۔

$$\text{ذو اربعۃ الاضلاع کا رقبہ} = \frac{1}{2} (ص - ا) (ص - ب) (ص - ج) (ص - د) \text{ مربع اکائیاں}$$

جہاں ا، ب، ج، د، ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے ذو اربعۃ الاضلاع کے

ضلعوں کے لمبوں کو ظاہر کرتے ہیں۔ اور

$$\frac{ا + ب + ج + د}{۲} = ص$$

اس ضابطہ کے ثبوت کا انحصار اس مسئلہ پر ہے کہ دائرے کے اندر کوئی  
ذواریجۃ الاضلاع بنایا جائے تو اُس کے متقابل زاویوں کا مجموعہ دو قائموں کے برابر ہوتا  
ہے ..... اقلیدس مقالہ سوم شکل ۲۲

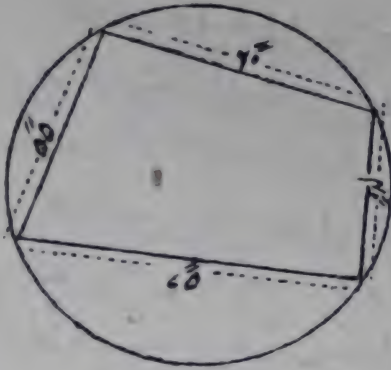
## توضیحی مثال

۴۲۔ مثال :- دائرے کے اندر بنی ہوئی ایک شکل ذواریجۃ الاضلاع کے ضلعوں  
کے طول ۵، ۵۵، ۶۰ اور ۴۰ انچ ہیں۔ اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

ذواریجۃ الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times (ص - ب) (ص - ج) (ص - د) (ص - ا)$  ..... دعوہ ۴۱

یہاں  $ا = ۵$ ،  $ب = ۵۵$ ،  $ج = ۶۰$  اور  $د = ۴۰$

$$\therefore ص = \frac{۵ + ۵۵ + ۶۰ + ۴۰}{۲} = ۱۱۵$$



$\therefore$  ذواریجۃ الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times ۵ \times ۵۵ \times ۶۰ \times ۴۰$  ..... دعوہ ۴۱

$$= ۱۱۰۷۳۰۰ \text{ مربع انچ}$$

$$= ۲۱۴۲ \text{ مربع انچ تقریباً}$$

$$= ۲۱۴۸۵ \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

## امثلہ نمبر ۱ (۱)

ذیل کے ذواریجۃ الاضلاع کے رقبے دریافت کرو:-

۱۔ وتر ۲۱۳ فٹ، بیرونی عمود ۹ اور ۱۰۳ فٹ

۲۔ وتر ۵ گز ۲ فٹ، بیرونی عمود اگر ۲ فٹ اور ۲ گز ۱ فٹ

۳۔ وتر ۹ زنجیر ۱۲ کڑی، بیرونی عمود ۴ زنجیر ۳ کڑی اور ۵ زنجیر ۵ کڑی۔

۴۔ وتر ۱۲ زنجیر ۲۲ کڑی، بیرونی عمود ۸ زنجیر ۱۳ کڑی اور ۸ زنجیر ۳ کڑی۔

ذیل کے اشکال منحنی کے رقبے دریافت کرو:-



- ۵ — متوازی اضلاع، ۵ اور ۸۳ فٹ، عمودی فاصلہ ۶ فٹ
- ۶ — متوازی اضلاع ۴ گز ۴ فٹ اور ۳ گز ۲ فٹ۔ عمودی فاصلہ ۲ فٹ
- ۷ — متوازی اضلاع ۴ زنجیر ۸ کڑی اور ۷ زنجیر۔ عمودی فاصلہ ۸ کڑی۔
- ۸ — متوازی اضلاع ۹ زنجیر ۳ کڑی اور ۵ کڑی، کڑی۔ عمودی فاصلہ ۲ زنجیر۔  
ذیل کے اشکال منخرف کے متوازی اضلاع کے درمیانی فاصلے دریافت کرو:-
- ۹ — رقبہ ۳۴ مربع گز۔ متوازی اضلاع ۳ فٹ اور ۸ فٹ۔
- ۱۰ — رقبہ ۶۲ ایکڑ ۳ روڈ، متوازی اضلاع ۳۰ زنجیر اور ۲۰ زنجیر۔
- ۱۱ — ایک میدان شکل منخرف کی وضع کا ہے اس کے متوازی اضلاع کے  
طول ۹ زنجیر ۵۰ کڑی اور ۸ زنجیر ۵۰ کڑی ہیں اور ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۱ زنجیر  
۲۵ کڑی ہے۔ ۲۳ روپے فی ایکڑ کے حساب سے اس کا کرایہ دریافت کرو۔
- ۱۲ — آنے فی مربع فٹ کے حساب سے شکل منخرف کی وضع کے ایک  
میدان پر پتھر لگوانے کی اجرت معلوم کرو۔ اگر اس کے متوازی اضلاع کے ناپ بالترتیب  
۲۰ گز ۲ فٹ اور ۷ گز ۴ فٹ اور ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۰ گز ہو۔
- ۱۳ — ۳۰۰ روپے فی ایکڑ کے حساب سے ایسے چار ضلعی قطعہ زمین کی  
قیمت دریافت کرو جس کے ایک دہر کا طول ۷ زنجیر ۳ کڑی اور اس دہر سے مقابل  
کے زاویے نفاط پر کے بیرونی عمودوں کے طول ۴ زنجیر ۳ کڑی اور ۶ زنجیر ۹ کڑی ہیں۔
- ۱۴ — ۴۰ روپے فی ایکڑ کے حساب سے ایک ایسے چار ضلعی میدان کا  
کرایہ دریافت کرو جس کا دہر ۱۶ زنجیر ۵ کڑی اور جس کے بیرونی عمود ۵ زنجیر ۲ کڑی اور ۷ زنجیر ہیں۔
- ۱۵ — ایک چار ضلعی میدان کا کرایہ ۶۹ روپے ہے۔ اس میدان کے ایک  
دہر کا ناپ ۶ زنجیر ۶ کڑی اور مقابل زاویوں پر اس کے بیرونی عمود کے طول بالترتیب  
۵ زنجیر ۱۰ کڑی اور ۳ زنجیر ۳ کڑی ہیں۔ کرایہ فی ایکڑ دریافت کرو۔
- ۱۶ — ایک مکہ شکل منخرف کی وضع کا ہے اور اس کے متوازی رُخوں کے  
ناپ بالترتیب ۲۵ فٹ، پانچ اور ۲۴ فٹ ۵ اینچ ہیں۔ ان رُخوں کا درمیانی عمودی فاصلہ  
۸ فٹ ہے۔ ۳۳ گز عرض والی چٹائی سے اس مکہ کا فرش کرنے کے لیے کتنے طول کی  
چٹائی کی ضرورت ہوگی؟

۱۷۔ ایک ایسے ذو اربعۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر بالترتیب ۵ گز ۹ انچ اور ۶ گز ۲ فٹ ۶ انچ ہیں اور یہ وتر ایک دوسرے پر علی القوائم بھی ہیں۔  
۱۸۔ ایک مثل منخرف کے متوازی اضلاع کا فرق ۸ فٹ، اُن کا درمیانی عمودی فاصلہ ۲۴ فٹ اور مثل منخرف کا رقبہ ۳۱۲ مربع فٹ ہے۔ دونوں متوازی اضلاع کے طول دریافت کرو۔

۱۹۔ دائرہ کے اندر بنی ہوئی ایک ایسی ذو اربعۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳۶، ۴۴، ۴۵ اور ۴۰ کڑی ہیں۔

## مشکل نمبری ۷ (ب)

ذیل کی چار ضلعی شکلوں کے رقبے دریافت کرو:-

۲۰۔ وتر ۸ راسی، بیرونی عمود ۵ راسی اور ۲ راسی۔

۲۱۔ وتر ۳ راسی ۸ لاقحہ، بیرونی عمود ۲ راسی اور ۵ راسی ۶ لاقحہ۔

ذیل کے اشکال منخرف کے رقبے دریافت کرو:-

۲۲۔ متوازی اضلاع ۲۳ راسی اور ۳۴ راسی، عمودی فاصلہ

۳۶ راسی۔

۲۳۔ متوازی اضلاع ۶ راسی ۴ لاقحہ، ۴ راسی ۱۲ لاقحہ اور عمودی

فاصلہ ۳ راسی ۴ لاقحہ۔

ذیل کے ابعاد کے منخرف کے متوازی اضلاع کا درمیانی عمودی فاصلہ

دریافت کرو:-

۲۴۔ رقبہ ۳ بگیہ ۱۰ ابواس۔ متوازی اضلاع ۱ راسی ۵ لاقحہ اور ۱ راسی

۵ لاقحہ۔

۲۵۔ رقبہ ۵ بگیہ ۱۵ ابواس، متوازی اضلاع ۲ راسی ۱۰ لاقحہ اور ۱ راسی

۱۵ لاقحہ۔

## سوالات امتحانات ۷

۱۔ دائرے کے اندر بنی ہوئی ایک ذو اربعۃ الاضلاع کے ضلع بالترتیب



۲۵، ۳۹، ۴۰ اور ۵۲ فٹ ہیں: ذواریجۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹرک یونیورسٹی)

۲۔ ایک ذواریجۃ الاضلاع کے مقابل کے ضلعے متوازی ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ ۷ زنجیر ۵۰ کڑی ہے: اگر رقبہ ۷۵۷۷ ایکڑ اور متوازی اضلاع میں سے ایک کا طول ۱۰ زنجیر ۳۰ کڑی ہو تو دوسرے متوازی ضلع کا طول دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹرک یونیورسٹی)

۳۔ شکل منحرف کا رقبہ دریافت کرنے کے قاعدے کو ثابت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹرک یونیورسٹی)

۴۔ ا ب ج د ایک ذواریجۃ الاضلاع ہے۔ زاویوں ا ب ج اور ج د ا میں سے ہر ایک ایک قائمہ ہے۔ اور ذیل کے طول فٹ میں ہیں۔ ا ب = ۱۱۲، ج د = ۱۷۵، د ا = ۱۰۵۔ رقبہ دریافت کرو۔ (جامعہ پنجاب: ڈل اسکول)

۵۔ ایک ذواریجۃ الاضلاع کے ضلعے بالترتیب ۱۲، ۱۲، ۵ اور ۱۵ فٹ ہیں اور پہلے دراضلاع کا درمیانی دایہ ایک قائمہ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: ڈل اسکول)

۶۔ ذواریجۃ الاضلاع ا ب ج د میں ا ج = ۳ فٹ، ج د = ۱۲ فٹ اور ا ج ب د کو دایہ قائمہ پر قطع کرتا ہے: رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: ڈل اسکول)

۷۔ ایک ذواریجۃ الاضلاع کے ضلعے بالترتیب ۵، ۵، ۷، ۷، ۱۰، ۱۰ فٹ ہیں اور یہ ایک دائرے کے اندر بنایا جاسکتا ہے: اس کا رقبہ دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائینل۔ صوبہات متحدہ)

۸۔ ایک شکل منحرف میں متوازی اضلاع بالترتیب ۱۲ اور ۲۰ گز اور ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ۲ گز ہے: شکل منحرف کا رقبہ دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائینل۔ صوبہات متحدہ)

۹۔ ایک ایسی شکل منحرف کا رقبہ دریافت کرو جس کے متوازی اضلاع ۱۰۰ فٹ اور ۵۰ فٹ اور ان کا درمیانی فاصلہ ۱۰۰ فٹ ہے۔ (دراس ٹکنیکل: ابتدائی)

۱۰۔ ایک میدان شکل منحنی کی وضع کا ہے۔ اس کے متوازی اضلاع ۶ زنجیر ۵، کڑی اور ۹ زنجیر ۵ کڑی ہیں۔ اگر اس کا رقبہ ۲ ایکڑ ۳ روڈ ۸ پچ ہو تو میدان کو عبور کرنے کا قریب ترین راستہ گزروں میں معلوم کرو۔

(رٹ کی انجینیر: داخلہ)

۱۱۔ ایک میدان ایسے ذواریبۃ الاضلاع ا ب ج د کی وضع کا ہے جس کے اضلاع بالترتیب ۱۹۲، ۵۷۶، ۲۸۸، اور ۴۸۰ فٹ اور وتر ا ج ۶۷۲ فٹ ہے: ایکڑ، روڈ، پول وغیرہ میں دریافت کرو۔

(رٹ کی انجینیر: داخلہ)

۱۲۔ کسی ذواریبۃ الاضلاع کا ایک وتر جو شکل کے باہر واقع ہوتا ہے ۳ گز ہے اور ذواریبۃ الاضلاع کے بقیہ زاویوں سے اس پر کے عمودوں کا فرق ۴ گز ہے اس کا رقبہ دریافت کرو۔

(رٹ کی انجینیر: داخلہ)

۱۳۔ ایک ایسے ذواریبۃ الاضلاع کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو جس کا وتر ۱۹۵۳ زنجیر اور متقابل زاویوں سے اس پر کے عمودوں کے طول بالترتیب ۱۳۵۵ زنجیر اور ۸۵۷۵ زنجیر ہیں۔ ۱ زنجیر = ۶۶ فٹ

(رٹ کی اپرسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۴۔ میدان ا ب ج د کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔ ا = ۲۲۰ گز، ب ج = ۲۶۵ گز، ا ج = ۳۷۸ گز اور د اور ب پر کے عمود وتر سے نقاط ط اور ف پر ملتے ہیں اس طرح کہ ا ط = ۱۰۰ اور ج ف = ۷۰ گز

(رٹ کی اپرسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۵۔ ا ج ایک دائرے کا قطر اور اس کی اندرونی ذواریبۃ الاضلاع ا ب ج د کا وتر ہے۔ ا ب = ۳۰، ب ج = ۳۰، ج د = ۱۰ دیے ہوئے ہیں۔ د کا طول اور ذواریبۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔

(رٹ کی اپرسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۶۔ اس شکل منحنی میں کتنے مربع گز ہونگے جس کے متوازی اضلاع ۱۵۷۶ میٹر اور ۹۴ میٹر اور ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ۷۲ میٹر ہے۔ ۱ میٹر = ۳۹۳۷ پچ

(رٹ کی اپرسب آرڈینیٹ: داخلہ)



۱۷ — ایک شکل منحرف کا رقبہ ۵، ۴ مربع فٹ اور متوازی اضلاع کا درمیانی عمودی فاصلہ ۱۹ فٹ ہے: دونوں متوازی اضلاع معلوم کرو اگر ان کا فرق ۴ فٹ ہو۔  
(رڈ کی اپریسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۸ — ایک شکل منحرف کا رقبہ دریافت کرو اگر اس کے اضلاع بالترتیب ۱۳، ۱۱، ۱۵، ۲۵ ہوں اور دوسرا ضلع چوتھے ضلع کے متوازی ہو۔

(رڈ کی اپریسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۱۹ — ذواریقہ الاضلاع کی وضع کے اس صحن کا رقبہ کتنے مربع گز ہوگا جس کا وتر ۵ فٹ اور مقابل کے کونوں سے اس پر کے عمود بالترتیب ۲۵ اور ۳۰ فٹ ہیں۔  
(رڈ کی انجینیر: ماہانہ)

۲۰ —  $2 \times 12$  کے مستطیل میں سے ایک ایسی شکل منحرف کاٹی گئی جس کے متوازی اضلاع کے طولوں کی نسبت ۲:۴ اور جس کا رقبہ مستطیل کے رقبہ کا ایک تہائی ہے: متوازی اضلاع کے طول دریافت کرو۔  
(رڈ کی انجینیر: ماہانہ)

۲۱ — ایک شکل منحرف کے متوازی اضلاع ۵۵ اور ۷۷ فٹ اور دوسرے اضلاع ۲۵ اور ۳۱ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔  
(رڈ کی انجینیر: فائیل)

۲۲ — ایک میدان کی چار سرحدی جھاڑیوں میں سے دو جھاڑیاں ایک دوسرے کے متوازی ہیں اور ان کے طول بالترتیب ۱۰۰ گز اور ۹۳۶ گز ہیں۔ ان متوازی جھاڑیوں کے درمیان بیچوں بیچ کھڑا ہو کر ۲۵ گز لمبی رسی کے ذریعہ ایک گھوڑے کو دائرے میں پھراتے وقت ایک شخص معلوم کرتا ہے کہ اپنے مقام سے دونوں متوازی جھاڑیوں تک کے چھوٹے سے چھوٹے خط مستقیم پر سے گزرتے وقت گھوڑا اس کی تنصیف کرتا ہے: میدان کا رقبہ ایکڑ میں مطلوب ہے۔

۲۳ — ا ب ج د ایک ذواریقہ الاضلاع ہے۔ رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو جبکہ ا ب = ۳۰۰ گز، ب ج = ۳۵۰ گز، ج د = ۷۰۰ گز، د ا = ۶۵۰ گز۔  
(رڈ کی انجینیر: فائیل)

مدرسہ کی اپریسب آرڈینیٹ: ماہانہ

۲۴ — ایک ذواریقہ الاضلاع کے ضلع بالترتیب ۸، ۸، ۵، ۵ فٹ ہیں

اور پہلے دو اضلاع کا درمیانی زاویہ ۹۰ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۲۵ — ایک شکل منحرف کے متوازی اضلاع بالترتیب ۱۴ اور ۳۰ فٹ اور

دوسرے دو ضلعے ۱۲ اور ۱۹ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔

۲۶ — ذواربۃ الاضلاع کا ایک وتر جو شکل کے باہر واقع ہوتا ہے، ۵۰ فٹ

اور اس پر کے عمودوں کا فرق ۱۶ فٹ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۲۷ — ایک ریلوے پلیٹ فارم کے دو متقابل کے رخ متوازی ہیں اور باقی دو رخ مساوی ہیں متوازی

رخ بالترتیب ۱۰۰ اور ۱۲۰ فٹ ہیں اور مساوی رُخوں میں سے ہر ایک ۵ فٹ ہے: رقبہ دریافت کرو۔

۲۸ — ایک شکل منحرف ا ب ج د میں ا ب = ۳۴۵، ب ج = ۱۵۶،

ج د = ۳۲۳، د ا = ۱۹۲، وتر ا ج = ۴۳۸: رقبہ دریافت کرو۔

۲۹ — ایک ایسی خندق کی گہرائی مطلوب ہے جس کی عرضی تراش شکل منحرف ہے

اور اس کا رقبہ = ۱۴۶۵۲۵، بالائی حصہ پر عرض = ۲۰ اور بازوؤں کے آثار ۳ میں ۱ اور

۲ میں ۱ ہیں۔

۳۰ — ایک شکل منحرف کا رقبہ  $\frac{1}{2} \times ۳$  ایکڑ اور دو متوازی اضلاع کا مجموعہ

۲۹۶ گز ہے: ان کے درمیان عمودی فاصلہ دریافت کرو۔

۳۱ — دائرہ کے اندر بنی ہوئی ایک ذواربۃ الاضلاع کے چار ضلعے ۶۰، ۸۰،

۵۰ اور ۸۶ فٹ ہیں: رقبہ دریافت کرو۔

۳۲ — کسی شکل منحرف کے متوازی اضلاع میں سے ایک کا طول دوسرے

کے طول سے ۱ فٹ زیادہ ہے اس کا عرض ۱ فٹ اور رقبہ ۲۱۶ مربع انچ ہے: متوازی

اضلاع میں سے ہر ایک کا طول دریافت کرو۔

۳۳ — ایک ذواربۃ الاضلاع کا وتر ۶ گز اور اس پر کے عمودوں کے طول

۱۲۵۶ انچ اور ۳۱۱ انچ ہیں۔ بتاؤ کہ ذواربۃ الاضلاع میں کتنے مربع گز ہوں گے؟

رُک کی اپر سب آرڈینیٹ: فائینل

۳۴ — ایک ایسی شکل منحرف کا رقبہ دریافت کرو جس کے متوازی اضلاع

۷۲ اور  $\frac{1}{2}$  فٹ اور رقبہ ضلعے ۲۰ اور  $\frac{1}{2}$  فٹ ہیں۔



۳۵ — ایک خندق کا عرض بالائی حصہ پر ۳۰ فٹ اور تہ پر ۸ فٹ ہے اس کو کھودنے سے جو مٹی نکلی تھی اس کا ایک ایسا ڈھیر بنایا گیا جس کا عرض بالائی حصہ پر ۲۸ فٹ اور تہ پر ۳۸ فٹ اور بلندی ۱۰ فٹ ہے۔ خندق کی گہرائی معلوم کرو۔

۳۶ — ایک منفرج نما میدان کا رقبہ  $\frac{1}{2} \times ۴۰$  ایجر، متوازی اضلاع کا درمیانی عمودی فاصلہ ۲۰ گز اور متوازی اضلاع میں سے ایک کا طول ۱۰ زنجیر ہے: دوسرا متوازی ضلع دریافت کرو۔ (سینڈھرسٹ)

۳۷ — ۱۔ ب ج > ایک ذواریبۃ الاضلاع ہے جس کے ب اور د پر کے زاویے قائمے ہیں۔ نیز ۱۔ ب = ۳۶ زنجیر، ب ج = ۷۷، زنجیر، ج د = ۶۸ زنجیر۔ رقبہ دریافت کرو۔ (یورپین اسکولز: فائینل - یو۔ پی)

۳۸ — شکل منفرج کے رقبہ کے لیے ایک جملہ دریافت کرو اگر اس کے متوازی اضلاع کے طول ۱ اور ب اور د اور د اور ب کے ضلع ج اور د ہوں۔

(مڑکی انجینیر دا خلد)

۳۹ — ذواریبۃ الاضلاع ۱۔ ب ج د کا رقبہ دریافت کرو اگر ۱۔ ب = ۲۰، ب ج = ۱۰، پانچ، ج د = ۲۵، پانچ، ۱۔ د = ۲۸، پانچ، ب د = ۲۶، پانچ۔

(جامعہ الہ آباد: میٹرک یوٹیشن)

۴۰ — کسی ذواریبۃ الاضلاع کا ایک وتر جو شکل کے باہر واقع ہوتا ہے ۳۰ گز ہے اور ذواریبۃ الاضلاع کے بقیہ زاویوں سے اس پر کے عمودوں کا فرق ۳۰ گز ہے: رقبہ دریافت کرو۔ (مڑکی اپرسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۴۱ — ایک ذواریبۃ الاضلاع کے ضلع ۲۰، ۳۶۹، ۳۲۵، ۱۱۶ گز ہیں

اور دوسرا اور چوتھا ضلع باہم متوازی ہیں: ثابت کرو کہ پہلے دو اضلاع کا درمیانی زاویہ ایک قائمہ ہے۔ نیز ذواریبۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائینل - یو۔ پی)

منتظم کثیر الاضلاع

۳۳۴۔ کثیر الاضلاع ایک ایسی شکل مستوی ہے جو چار یا زیادہ مستقیم خطوط سے گھری ہوئی ہو۔  
کثیر الاضلاع، منتظم کہلاتی ہے اگر اس کے تمام ضلعے اور زاویے مساوی ہوں۔

مساوی ہوں۔ چار ضلعوں کی کثیر الاضلاع کو ذوالاربعة الاضلاع یا چار ضلعی کہتے ہیں۔

یا پنج = خمس یا پانچ ضلعی کہتے ہیں۔

چھ " " مسدس یا چھ ضلعی کہتے ہیں۔

سات ۛ ۛ ۛ مسجّ یاسات ضلعی کہتے ہیں۔

آٹھ " " " مٹن یا آٹھ ضلعی کتے ہیں۔

نو " " " نوضلعی کہتے ہیں۔

دیں " " معاشرہ یا دس ضلعی کہتے ہیں۔





فرض کرو کہ اب ج د ع ف

اک منتظم کثیر الاضلاع ہے۔

پس کے درمیان نقطہ سے

وگ، اب پر عمود نکالو۔

تب و گ اندرونی دائرے کا نصف

قطر ہوگا ..... دفعہ ۴۳

فرض کرو کہ وہ گناہ کسی

فرض کرو کہ وہ کھانسی  
 طوئی اکائی کے لحاظ سے رہے اور اب کا طول اسی طوئی اکائی کے لحاظ سے

-41

مطلوب یہ ہے کہ کثیر الاضلاع کا رقبہ ن، اور ر کی رقوم میں دریا

کیا جائے۔

وا، وب، وج، ود، وع ادن کو ملائے۔

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲، ۳۳، ۳۴، ۳۵، ۳۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳، ۵۴، ۵۵، ۵۶، ۵۷، ۵۸، ۵۹، ۶۰، ۶۱، ۶۲، ۶۳، ۶۴، ۶۵، ۶۶، ۶۷، ۶۸، ۶۹، ۷۰، ۷۱، ۷۲، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۶، ۷۷، ۷۸، ۷۹، ۸۰، ۸۱، ۸۲، ۸۳، ۸۴، ۸۵، ۸۶، ۸۷، ۸۸، ۸۹، ۹۰، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۵، ۹۶، ۹۷، ۹۸، ۹۹، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۰۳، ۱۰۴، ۱۰۵، ۱۰۶، ۱۰۷، ۱۰۸، ۱۰۹، ۱۱۰، ۱۱۱، ۱۱۲، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۶، ۱۱۷، ۱۱۸، ۱۱۹، ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۳، ۱۲۴، ۱۲۵، ۱۲۶، ۱۲۷، ۱۲۸، ۱۲۹، ۱۳۰، ۱۳۱، ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴، ۱۳۵، ۱۳۶، ۱۳۷، ۱۳۸، ۱۳۹، ۱۴۰، ۱۴۱، ۱۴۲، ۱۴۳، ۱۴۴، ۱۴۵، ۱۴۶، ۱۴۷، ۱۴۸، ۱۴۹، ۱۵۰، ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۵۳، ۱۵۴، ۱۵۵، ۱۵۶، ۱۵۷، ۱۵۸، ۱۵۹، ۱۶۰، ۱۶۱، ۱۶۲، ۱۶۳، ۱۶۴، ۱۶۵، ۱۶۶، ۱۶۷، ۱۶۸، ۱۶۹، ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲، ۱۷۳، ۱۷۴، ۱۷۵، ۱۷۶، ۱۷۷، ۱۷۸، ۱۷۹، ۱۸۰، ۱۸۱، ۱۸۲، ۱۸۳، ۱۸۴، ۱۸۵، ۱۸۶، ۱۸۷، ۱۸۸، ۱۸۹، ۱۹۰، ۱۹۱، ۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۴، ۱۹۵، ۱۹۶، ۱۹۷، ۱۹۸، ۱۹۹، ۲۰۰، ۲۰۱، ۲۰۲، ۲۰۳، ۲۰۴، ۲۰۵، ۲۰۶، ۲۰۷، ۲۰۸، ۲۰۹، ۲۱۰، ۲۱۱، ۲۱۲، ۲۱۳، ۲۱۴، ۲۱۵، ۲۱۶، ۲۱۷، ۲۱۸، ۲۱۹، ۲۲۰، ۲۲۱، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۴، ۲۲۵، ۲۲۶، ۲۲۷، ۲۲۸، ۲۲۹، ۲۳۰، ۲۳۱، ۲۳۲، ۲۳۳، ۲۳۴، ۲۳۵، ۲۳۶، ۲۳۷، ۲۳۸، ۲۳۹، ۲۴۰، ۲۴۱، ۲۴۲، ۲۴۳، ۲۴۴، ۲۴۵، ۲۴۶، ۲۴۷، ۲۴۸، ۲۴۹، ۲۵۰، ۲۵۱، ۲۵۲، ۲۵۳، ۲۵۴، ۲۵۵، ۲۵۶، ۲۵۷، ۲۵۸، ۲۵۹، ۲۶۰، ۲۶۱، ۲۶۲، ۲۶۳، ۲۶۴، ۲۶۵، ۲۶۶، ۲۶۷، ۲۶۸، ۲۶۹، ۲۷۰، ۲۷۱، ۲۷۲، ۲۷۳، ۲۷۴، ۲۷۵، ۲۷۶، ۲۷۷، ۲۷۸، ۲۷۹، ۲۸۰، ۲۸۱، ۲۸۲، ۲۸۳، ۲۸۴، ۲۸۵، ۲۸۶، ۲۸۷، ۲۸۸، ۲۸۹، ۲۹۰، ۲۹۱، ۲۹۲، ۲۹۳، ۲۹۴، ۲۹۵، ۲۹۶، ۲۹۷، ۲۹۸، ۲۹۹، ۳۰۰، ۳۰۱، ۳۰۲، ۳۰۳، ۳۰۴، ۳۰۵، ۳۰۶، ۳۰۷، ۳۰۸، ۳۰۹، ۳۱۰، ۳۱۱، ۳۱۲، ۳۱۳، ۳۱۴، ۳۱۵، ۳۱۶، ۳۱۷، ۳۱۸، ۳۱۹، ۳۲۰، ۳۲۱، ۳۲۲، ۳۲۳، ۳۲۴، ۳۲۵، ۳۲۶، ۳۲۷، ۳۲۸، ۳۲۹، ۳۳۰، ۳۳۱، ۳۳۲، ۳۳۳، ۳۳۴، ۳۳۵، ۳۳۶، ۳۳۷، ۳۳۸، ۳۳۹، ۳۴۰، ۳۴۱، ۳۴۲، ۳۴۳، ۳۴۴، ۳۴۵، ۳۴۶، ۳۴۷، ۳۴۸، ۳۴۹، ۳۵۰، ۳۵۱، ۳۵۲، ۳۵۳، ۳۵۴، ۳۵۵، ۳۵۶، ۳۵۷، ۳۵۸، ۳۵۹، ۳۶۰، ۳۶۱، ۳۶۲، ۳۶۳، ۳۶۴، ۳۶۵، ۳۶۶، ۳۶۷، ۳۶۸، ۳۶۹، ۳۷۰، ۳۷۱، ۳۷۲، ۳۷۳، ۳۷۴، ۳۷۵، ۳۷۶، ۳۷۷، ۳۷۸، ۳۷۹، ۳۸۰، ۳۸۱، ۳۸۲، ۳۸۳، ۳۸۴، ۳۸۵، ۳۸۶، ۳۸۷، ۳۸۸، ۳۸۹، ۳۹۰، ۳۹۱، ۳۹۲، ۳۹۳، ۳۹۴، ۳۹۵، ۳۹۶، ۳۹۷، ۳۹۸، ۳۹۹، ۴۰۰، ۴۰۱، ۴۰۲، ۴۰۳، ۴۰۴، ۴۰۵، ۴۰۶، ۴۰۷، ۴۰۸، ۴۰۹، ۴۱۰، ۴۱۱، ۴۱۲، ۴۱۳، ۴۱۴، ۴۱۵، ۴۱۶، ۴۱۷، ۴۱۸، ۴۱۹، ۴۲۰، ۴۲۱، ۴۲۲، ۴۲۳، ۴۲۴، ۴۲۵، ۴۲۶، ۴۲۷، ۴۲۸، ۴۲۹، ۴۳۰، ۴۳۱، ۴۳۲، ۴۳۳، ۴۳۴، ۴۳۵، ۴۳۶، ۴۳۷، ۴۳۸، ۴۳۹، ۴۴۰، ۴۴۱، ۴۴۲، ۴۴۳، ۴۴۴، ۴۴۵، ۴۴۶، ۴۴۷، ۴۴۸، ۴۴۹، ۴۵۰، ۴۵۱، ۴۵۲، ۴۵۳، ۴۵۴، ۴۵۵، ۴۵۶، ۴۵۷، ۴۵۸، ۴۵۹، ۴۶۰، ۴۶۱، ۴۶۲، ۴۶۳، ۴۶۴، ۴۶۵، ۴۶۶، ۴۶۷، ۴۶۸، ۴۶۹، ۴۷۰، ۴۷۱، ۴۷۲، ۴۷۳، ۴۷۴، ۴۷۵، ۴۷۶، ۴۷۷، ۴۷۸، ۴۷۹، ۴۸۰، ۴۸۱، ۴۸۲، ۴۸۳، ۴۸۴، ۴۸۵، ۴۸۶، ۴۸۷، ۴۸۸، ۴۸۹، ۴۹۰، ۴۹۱، ۴۹۲، ۴۹۳، ۴۹۴، ۴۹۵، ۴۹۶، ۴۹۷، ۴۹۸، ۴۹۹، ۵۰۰، ۵۰۱، ۵۰۲، ۵۰۳، ۵۰۴، ۵۰۵، ۵۰۶، ۵۰۷، ۵۰۸، ۵۰۹، ۵۱۰، ۵۱۱، ۵۱۲، ۵۱۳، ۵۱۴، ۵۱۵، ۵۱۶، ۵۱۷، ۵۱۸، ۵۱۹، ۵۲۰، ۵۲۱، ۵۲۲، ۵۲۳، ۵۲۴، ۵۲۵، ۵۲۶، ۵۲۷، ۵۲۸، ۵۲۹، ۵۳۰، ۵۳۱، ۵۳۲، ۵۳۳، ۵۳۴، ۵۳۵، ۵۳۶، ۵۳۷، ۵۳۸، ۵۳۹

ضلعوں کی تعداد ہے۔  
 کثیر الاضلاع کا رقبہ = ۵ اوب کا رقبہ  $\times$  کثیر الاضلاع کے ضلعوں کی تعداد  
 $\frac{1}{4} \times$  وگ  $\times$  اب  $\times$  ..... وغیرہ

$$= \frac{n}{2} \times 1 \text{ مربع اکائیاں}$$

پس قاعدہ — منتظم کثیر الاضلاع کے ایک ضلع میں کی طولی اکائیوں

کی تعداد اور اس کے اندرونی دائرے کے نصف قطر میں کی اُسی طولی اکائیوں کی  
تعداد کے حاصل ضرب کو اضلاع کی تعداد کے نصف سے ضرب دیا جائے تو متساوی

مرج اکائیوں میں کثیر الاضلاع کا رقبہ حاصل ہوتا ہے۔

يا مختصراً —



منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{\text{اضلاع کی تعداد} \times \text{ضلع} \times \text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر}}{۲}$

$$ق = \frac{ن}{۲} \times ۱ \times ر \dots\dots\dots (۱)$$

اس لیے

منتظم کثیر الاضلاع کا ضلع =  $\frac{۲ \times \text{رقبہ}}{\text{اضلاع کی تعداد} \times \text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر}}$

$$۱ = \frac{ق^۲}{ن \times ر} \dots\dots\dots (۲)$$

اور کثیر الاضلاع کا احاطہ =  $ن \times ۱ = \frac{۲ ق}{ر}$

$$ط = \frac{۲ ق}{ر} \dots\dots\dots (۳)$$

## خاص صورتیں

۴۵ — (۱) مسدس یا چھ ضلعی  
اس صورت میں ۱ و ۲ مساوی الاضلاع مثلث ہوگا۔

$$\therefore \text{وگ} = \frac{۱ \times ۲ \times ۳}{۲} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۴}$$

$$\frac{۳ \times ۱}{۲} = ر$$

اب کسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{ن}{۲} \times ۱ \times ر$  مربع اکائیاں ..... دفعہ ۴

$$\therefore \text{منتظم مسدس کا رقبہ} = \frac{۶}{۲} \times ۱ \times \frac{۳ \times ۱}{۲} \text{ مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{۳ \times ۱^۲}{۲} \text{ مربع اکائیاں}$$

(۲) مشن یا آٹھ ضلعی

اس صورت میں



$$\text{وگ} = ۸ + ۸ \text{ گ}$$

$$= \frac{1}{p} + l \text{ ب}$$

لیکن ل ب ایک ایسے مربع کا ضلع ہے جس کا وتر ب ج = ۱

$$\therefore \text{ل ب} = \frac{1}{\sqrt{2}} \dots \dots \text{دفعہ ۱۷}$$

$$\therefore \text{وگ} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}$$

$$1 = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \right)$$

$$1 = \left( \frac{\sqrt{2} + 1}{2} \right)$$

اب کسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{n}{2} \times 1$  ر مربع اکائیاں ..... دفعہ ۲۲

$$\therefore \text{منتظم مشن کا رقبہ} = \frac{4}{2} \times 1 \times 1 = \left( \frac{\sqrt{2} + 1}{2} \right) \text{ مربع اکائیاں}$$

$$= 2 \left( \frac{\sqrt{2} + 1}{2} \right) \text{ مربع اکائیاں}$$

توضیحی مثالیں

— ۴۶

مثال ۱: ایک ایسے منتظم مستطیس کا رقبہ دریافت کرو جس کے

ضلع کا ناپ ۹ اینچ ہے۔

$$\text{منتظم مستطیس کا رقبہ} = \frac{3\sqrt{2} + 3}{2} \text{ مربع اینچ} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۲۵}$$

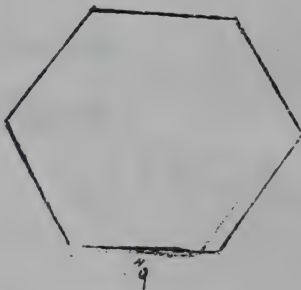
جہاں ۱ = ۹

$$\therefore \text{منتظم مستطیس کا رقبہ} = \frac{3\sqrt{2} + 3}{2} \text{ مربع اینچ}$$

$$= \frac{15\sqrt{2} + 15}{2}$$

$$= 21.05 \text{ مربع اینچ}$$

مثال ۲: ایک ایسی منتظم آٹھ ضلعی کا

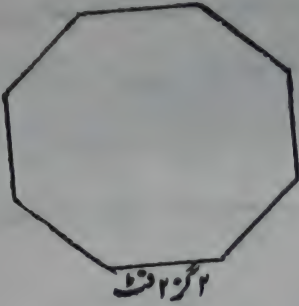




رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۲ گز ۲ فٹ ہے۔

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{منتظم آٹھ ضلعی} \\ \text{کا رقبہ} \end{array} \right. = \frac{1}{2} (2L+1) \text{ مربع اکائیاں} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۲۵}$$

یہاں ۱ =  $(2+3 \times 2)$  فٹ  
= ۸ فٹ



∴ آٹھ ضلعی کا رقبہ =  $2 \times 8 \times \frac{1}{2} (2L+1)$  مربع فٹ

=  $128 \times \frac{1}{2} (2L+1)$  مربع فٹ

=  $128 \times \frac{1}{2} \times 1321$  مربع فٹ

=  $84504$  مربع فٹ

=  $33$  مربع گز -  $1$  مربع فٹ

مثال ۳: مربع وضع کا ایک

کمرہ ہے اور ایک رُخ پر نصف مسدس یعنی سر پہلو پیش بنا کر اس کی توسیع کرنا مطلوب ہے۔  
توسیع شدہ فرش کا رقبہ کیا ہونا چاہیے اگر مربع کا ضلع ۲۴ فٹ ہو؟

شکل میں (جو فرش کے نقشہ کو تعبیر کرتی ہے) مربع ا ب ج د کے ضلع  
ج د کے وسطی نقطہ ط کو ف سے ملاؤ۔

تب یہ ظاہر ہے کہ ف ط ج

ایک مثلث مساوی الاضلاع ہے۔

∴ ف ج = ط ج =  $\frac{1}{2}$  ج د = ۱۲ فٹ

اس لیے توسیع شدہ فرش کا رقبہ

۱۲ فٹ ضلع کی منتظم مسدس کے رقبہ کا نصف ہوگا۔

=  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (2L+1) \times 12$  مربع اکائیاں  $\dots \dots \dots$  دفعہ ۲۶

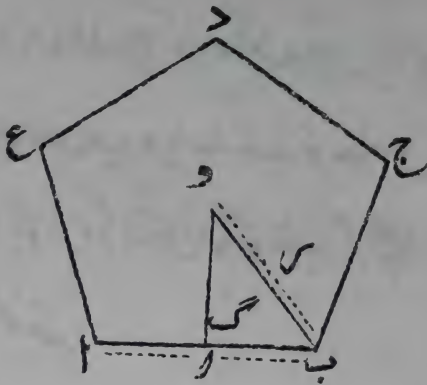
یہاں ۱ = ۱۲ فٹ  
اس لیے

توسیع شدہ فرش کا رقبہ =  $\frac{33 \times 1321 \times 12}{2}$  مربع فٹ

=  $262668$  مربع فٹ۔

## مسئلہ ۱۱

۴۴۔ — ن اضلاع کی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کے ایک ضلع کا طول اور بیرونی دائرے کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔  
فرض کرو کہ ا ب ج د ع ایک منتظم کثیر الاضلاع ہے۔



اس کے درمیانی نقطہ و کو ب سے ملاؤ۔  
تب و ب اس کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر ہوگا۔

فرض کرو کہ و ب کا تاپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے سہا ہے۔ اور ا ب کا طول اسی طولی اکائی کے لحاظ سے ۱ ہے۔  
کثیر الاضلاع کا رقبہ ن، ۱ اور سہا کی رقوم میں معلوم کرنا مطلوب ہے۔  
ا ب پر عمود و گ نکالو۔

ا ب : و گ اندرونی دائرے کا نصف قطر ہے ..... دفعہ ۴۳  
: کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{ن}{۲} \times ۱ \times و گ$  ..... دفعہ ۴۴

لیکن و گ = [ و ب - گ ب ] ..... دفعہ ۱۶

$$= [ سہا - ( \frac{۱}{۲} ) ]$$

: کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{ن}{۲} [ سہا - ( \frac{۱}{۲} ) ]$  مربع اکائیاں

اور : ن = کثیر الاضلاع کا احاطہ  
: کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{ن}{۲} [ سہا - ( \frac{۱}{۲} ) ]$



$$یا \quad \frac{1}{2} [اس - \left(\frac{1}{4}\right)^2] \text{ مربع اکائیوں}$$

پس قاعدہ —

بیرونی دائرہ کے نصف قطر میں کسی طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع میں سے کثیر الاضلاع کے ایک ضلع میں کی اسی طولی اکائیوں کی تعداد کے نصف کے مربع کو تفریق کرو۔ تب بقیہ کے جذر المربع کو احاطہ میں اسی طولی اکائیوں کی تعداد کے نصف سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب سرب میں متن ظہر مربع اکائیوں کی تعداد کو تعبیر کریگا۔

یا مختصراً

منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times \text{احاطہ}$  (بیرونی دائرہ کا نصف قطر) -  $\left(\frac{1}{4}\right)^2$  (ضلع)  $\frac{1}{2}$

$$ق = \frac{1}{2} [اس - \left(\frac{1}{4}\right)^2]$$

خاص صورتیں

۳۸ ————— (۱) مسدس

یہاں و ب = س = ا = ب = ۱



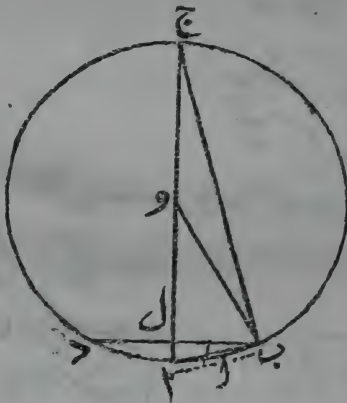
اور کسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} [اس - \left(\frac{1}{4}\right)^2] \text{ مربع اکائیوں}$  دفعہ ۴۴

منتظم مسدس کا رقبہ =  $\frac{1}{2} [اس - \left(\frac{1}{4}\right)^2] \text{ مربع اکائیوں}$

$$= \frac{3 \times 2 \times 3}{2} \text{ مع اکائیاں}$$

اس سے قبل دفعہ ۴۴ میں بھی یہی نتیجہ حاصل کیا جا چکا ہے۔

(۲) بارہ ضلعی —



فرض کرو کہ اب بارہ ضلعوں کی  
منتظم کثیر الاضلاع کا ایک ضلع ہے اور  
ب ا د منتظم سدس کا ایک ضلع ہے جو  
دائرہ اب ج د میں بنایا گیا ہے۔  
دائرے کے مرکز و سے ج د

پر عمودج ول نکالو۔

تب ج ول بڑھانے پر ۲ میں سے گزر گیا۔

وہب اور جہب کو ملاؤ۔

تب وب بیرونی دائرے کا نصف قطر ہوگا..... دفعہ ۲۳

یعنی وب = س = ۲ × ل ب

اب چونکہ مثلثات اباج اور اب ل متشابه ہیں

ج ۱:  $اب = اب$ ، ۲:  $ال$  ..... (اقلیدس مقالہ چہارم - شکل ۴)

یعنی ۲ سر : ۱ = ۱ : ۱ ال

لیکن  $ال = ابا - ب ل$  ..... (اقلیدس مقالہ اول - شکل ۴)

$$f\left(\frac{y}{x}\right) - f(y) =$$

$$\overline{\left(\frac{1}{r}\right) - 1} : 1 = 1 : r^2 \therefore$$

$$y = \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right) - 1} \quad \therefore$$

$$(\sqrt{r}+1)^2 y = 2r \therefore$$

ابکسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ  $\{ = \frac{1}{2} [ (2 - \frac{1}{p}) \times \text{مربع اکائیوں} \dots \dots \dots ]$  وضعہ ہے



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{بارہ ضلعوں کی کسی منتظم} \\ \text{کثیر الاضلاع کا رقبہ} \end{array} \right. = \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1}{2} (31 + 2) - \frac{1}{2} \right] \times \text{مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1}{2} \times 33 - \frac{1}{2} \right] \times \text{مربع اکائیاں}$$

## توضیحی مثالیں

مثال ۱: بارہ ضلعوں کی ایک ایسی منتظم کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ۱۰ انچ ہے۔

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{بارہ ضلعوں کی منتظم} \\ \text{کثیر الاضلاع کا رقبہ} \end{array} \right. = \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1}{2} (31 + 2) - \frac{1}{2} \right] \times \text{مربع اکائیاں} \dots \text{دفعہ ۴۸}$$

یہاں ۱ = ۱۰ انچ



$$\therefore \text{رقبہ} = \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1}{2} (31 + 2) - \frac{1}{2} \right] \times \text{مربع انچ}$$

$$= \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1}{2} \times 33 - \frac{1}{2} \right] \times 100 =$$

$$= \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1}{2} \times 3300 - \frac{1}{2} \times 100 \right] =$$

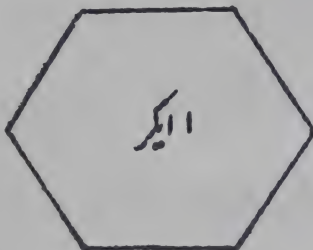
$$= \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1}{2} \times 3200 - \frac{1}{2} \times 100 \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1}{2} \times 3100 - \frac{1}{2} \times 100 \right] =$$

مثال ۲: ایک ایسے منتظم سدس نما احاطہ کے ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ایک ایکڑ ہے۔

$$\text{منتظم سدس کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1}{2} (31 + 2) - \frac{1}{2} \right] \times \text{مربع اکائیاں} \dots \text{دفعہ ۴۵}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \left[ \frac{1}{2} (31 + 2) - \frac{1}{2} \right] \times \text{مربع گز} = ۱ \text{ ایکڑ} = ۴۸۴۰ \text{ مربع گز}$$



$$\therefore \frac{4840 \times 2}{31 + 2} = 1$$

$$\therefore \frac{4840 \times 2}{31 + 2} = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{منتظم سدس کا ضلع} &= \sqrt{\frac{36 \times 38 \times 40 \times 42}{36 \times 36 \times 3}} \text{ گز} \\ &= \sqrt{\frac{36 \times 9680}{9}} \text{ گز} \\ &= \sqrt{\frac{14632.5 \times 9680}{9}} \text{ گز تقریباً} \\ &= \sqrt{\frac{14244}{9}} \text{ گز تقریباً} \\ &= \frac{119}{3} \text{ گز تقریباً} \\ &= \frac{39}{3} \text{ گز تقریباً} \end{aligned}$$

مثال ۳: منتظم آٹھ ضلعی اور بارہ ضلعی شکلوں کے رقبوں کا مقابلہ کرو اگر دونوں کے احاطے مساوی ہوں۔

فرض کرو کہ ہر ایک کا احاطہ لا انچ ہے۔  
تب آٹھ ضلعی کا ہر ایک ضلع  $\frac{11}{12}$  لا انچ اور بارہ ضلعوں کی کثیر الاضلاع کا ہر ضلع  $\frac{11}{12}$  لا انچ ہوگا۔  
لیکن مشن کا رقبہ =  $2 \times (11 + 1) = 22$  مربع انچ ..... دفعہ ۴۵  
جہاں  $1 = \frac{11}{12}$  انچ

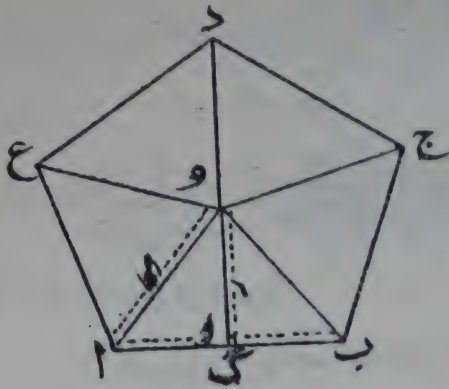
اور بارہ ضلعوں کی کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $6 \times (11 + \frac{11}{12}) = 66 + 3.5 = 69.5$  مربع انچ ..... دفعہ ۴۸  
جہاں  $1 = \frac{11}{12}$  انچ  
یہ مشن کا رقبہ: بارہ ضلعوں کی کثیر الاضلاع کا رقبہ

$$\begin{aligned} &= \frac{2 \times (11 + 1)}{42} : \frac{6 \times (11 + \frac{11}{12})}{122} \\ &= \frac{11 + 1}{22} : \frac{11 + \frac{11}{12}}{22} \\ &= 2 : (11 + 1) = 22 \end{aligned}$$



## مسئلہ ۱۲

۵۰۔ — منتظم فی ضلعی کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ (۱) ایک ضلع کا طول یا (۲) اندرونی دائرہ کا نصف قطر یا (۳) بیرونی دائرہ کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ ا ب ج د ع  
ایک منتظم کثیر الاضلاع ہے۔

اس کے وسطی نقطہ و کو  
زاویہ نقاط ا ب ج د ع سے  
ملاؤ اور ا ب پر عمود و گ نکالو۔  
تب و ا کثیر الاضلاع  
کے بیرونی دائرے کا نصف قطر اور  
و گ اس کے اندرونی دائرے کا  
نصف قطر ہوگا۔

فرض کرو کہ ا ب کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے ۱ ہے اور  
و گ اور و ا کے طول اسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ۱ اور  
سا ہیں۔

مطلوب یہ ہے کہ کثیر الاضلاع کا رقبہ

(۱) ن اور و

(۲) ن اور ر

(۳) ن اور سا

کی رقم میں دریافت کیا جائے۔

اب کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times \text{وگ}$  ..... دفعہ ۴۴

اور وگ =  $\frac{1}{2} \text{م}$  اوگ  
=  $\frac{1}{2} \text{م}$  ن

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{ن}{۲} \times ۱ \times \frac{۱}{۲} مم \times \frac{۱۸۰}{ن}$  مربع اکائیوں

=  $\frac{۱}{۲} \times \frac{ن}{۲} مم \times \frac{۱۸۰}{ن}$  مربع اکائیوں ..... (۱)

پھر: کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{ن}{۲} \times ۲۰ \times ۲۰$  ..... دفعہ ۴۴

اور اب =  $۲ \times ۲۰$  گس اوگ

=  $۲$  رس  $\frac{۱۸۰}{ن}$

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{ن}{۲} \times ۲$  رس  $\frac{۱۸۰}{ن}$  مربع اکائیوں

=  $\frac{۱}{۲} \times ن \times ۲$  رس  $\frac{۱۸۰}{ن}$  مربع اکائیوں ..... (ب)

نیز: کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $۵$  او ب  $\times ن$

اور  $۵$  او ب =  $\frac{۱}{۲} \times ۱۰$  او ب جب او ب

=  $\frac{۱}{۲} مم$  جب  $\frac{۲۶۰}{ن}$

∴ کثیر الاضلاع کا رقبہ =  $\frac{۱}{۲} مم$  جب  $\frac{۲۶۰}{ن} \times ن$  مربع اکائیوں

=  $\frac{۱}{۲} \times \frac{ن}{۲} جب \frac{۲۶۰}{ن}$  مربع اکائیوں ..... (ج)

پس قاعدہ —

منتظم ن ضلعی کے رقبہ میں مربع اکائیوں کی تعداد

حاصل ہوتی ہے اگر —

(۱) اُس کے ایک ضلع میں کی متناظر طولی اکائیوں کی تعداد کے

مربع کو  $\frac{ن}{۲} مم$  سے ضرب دیا جائے۔

(ب) اُس کے اندرونی دائرہ کے نصف قطر میں کی متناظر طولی



اکائیوں کی تعداد کے مربع کو  $n$  سے ضرب دیا جائے۔  
(ج) اس کے بیرونی دائرہ کے نصف قطر میں کی متناظر طولی  
اکائیوں کی تعداد کے مربع کو  $\frac{n}{2}$  جب  $\frac{n}{2}$  سے ضرب دیا جائے۔  
یا مختصراً —

$$(۱) \text{ منتظم } n\text{-ضلعی کا رقبہ} = (\text{ضلع } ۲) \times \frac{n}{۲} \text{ مم } \frac{n}{۲}$$

$$= \frac{n}{۲} \times \frac{n}{۲} \text{ مم } \frac{n}{۲}$$

$$(۲) = (اندرونی دائرہ کا نصف قطر) \times n \text{ مس } \frac{n}{۲}$$

$$= \frac{n}{۲} \times n \text{ مس } \frac{n}{۲}$$

$$(۳) = (\text{بیرونی دائرہ کا نصف قطر}) \times \frac{n}{۲} \text{ جب } \frac{n}{۲}$$

$$= \frac{n}{۲} \times \frac{n}{۲} \text{ جب } \frac{n}{۲}$$

ذیل کی جدول میں اعشاریہ کے چوتھے مقام تک صحیح اضافہ  $\frac{n}{۲}$  مم  $\frac{n}{۲}$ ،  
 $n$  مس  $\frac{n}{۲}$  اور  $\frac{n}{۲}$  جب  $\frac{n}{۲}$  کی قیمتیں ان کثیر الاضلاع کے لیے دی  
گئی ہیں جو عام طور سے مروج ہیں :-

کثیر الاضلاع کا نام	$\frac{n}{۲}$ مم $\frac{n}{۲}$	$n$ مس $\frac{n}{۲}$	$\frac{n}{۲}$ جب $\frac{n}{۲}$
مخمس	۱۵۷۲۰۴	۳۵۶۳۲۷	۲۵۳۷۷۶
سدس	۲۵۵۹۸۰	۳۵۴۶۲۱	۲۵۵۹۸۰
سات ضلعی	۳۵۶۳۲۹	۳۵۳۷۱۰	۲۵۷۳۶۲

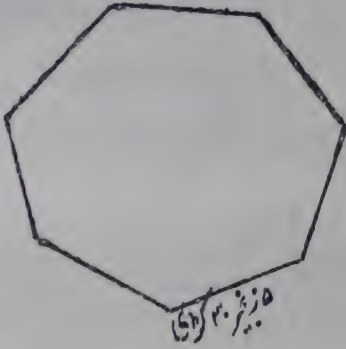
کثیر الاضلاع کا نام	ن مم $\frac{ن}{۴}$	ن مس $\frac{ن}{۸}$	ن جب $\frac{ن}{۲}$
آٹھ ضلعی	۳۵۸۲۸۴	۳۵۳۱۳۶	۳۵۸۲۸۴
نوز ضلعی	۶۵۱۸۱۸	۳۵۲۶۵۶	۳۵۸۹۲۵
دس ضلعی	۶۵۶۹۴۲	۳۵۲۲۹۲	۳۵۹۳۸۹
گیارہ ضلعی	۹۵۳۶۵۶	۳۵۲۲۹۹	۳۵۹۶۳۵
بارہ ضلعی	۱۱۵۱۹۶۱	۳۵۲۱۵۳	۳۵۰۰۰۰

## توضیحی مثالیں

۵۔

مثال ۱: ایک ایسی منتظم سات ضلعی کا رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۵ زنجیر ۳ کڑی ہے۔

منتظم سات ضلعی کا رقبہ  $\{ = \frac{۱}{۲} \times \frac{ن}{۴} \text{ مم} \times \frac{۱۸۰}{ن} \text{ مربع اکائیاں} \dots \dots \dots \text{ دفعہ } ۵۰$   
یہاں  $۱ = ۵۳ = ۵$  زنجیر



اور  $\frac{ن}{۴} \text{ مم} \times \frac{۱۸۰}{ن} = ۳۵۶۳۳۹ \dots \dots \dots \text{ دفعہ } ۵۰$

∴ رقبہ  $= (۵۳) \times ۳۵۶۳۳۹ \text{ مربع زنجیر}$

$= ۱۰۲۶۰۶۶۲ \text{ مربع زنجیر تقریباً}$

$= ۱۰ \text{ ایکڑ } ۲ \text{ مربع زنجیر } ۶۲ \text{ مربع کڑی تقریباً}$

مثال ۲: ۲ فٹ ۶ انچ نصف قطر کے دائرے کے اندر ایک منتظم گیارہ ضلعی بنائی گئی ہے۔ اس گیارہ ضلعی کا رقبہ دریافت کرو۔

منتظم گیارہ ضلعی کا رقبہ  $\{ = \frac{۱}{۲} \times \frac{ن}{۴} \text{ جب } \frac{۳۶۰}{ن} \text{ مربع اکائیاں} \dots \dots \dots \text{ دفعہ } ۵۰$



یہاں  $س = (۶ + ۱۲ \times ۲) = ۳۰$  پنج

اور  $\frac{۳۰}{۲}$  جب  $\frac{۳۰}{۲} = ۱۵$  ..... دفعہ ۵۰

∴ رقبہ  $= (۳۰) \times ۱۵ = ۴۵۰$  مربع پنج

$= ۲۶۴۶۵۱$  مربع پنج تقریباً

$= ۸۴۱$  فٹ مربع پنج تقریباً

مثال ۳: افٹ ۸ پنج نصف

قطر کے دائرے کے گرد ایک منتظم مخمس بنائی گئی ہے اس کا رقبہ دریافت کرو۔

مخمس کا رقبہ  $= ر \times س = ۸ \times ۵ = ۴۰$  مربع اکائیاں دفعہ ۵۰

یہاں  $ر = ۸ + ۱۲ \times ۱ = ۲۰$  پنج

اور  $س = \frac{۵۰}{۲} = ۲۵$  ..... دفعہ ۵۰

∴ مخمس کا رقبہ  $= (۲۰) \times ۲۵ = ۵۰۰$  مربع پنج

$= ۱۲۵۳$  مربع پنج تقریباً

$= ۱۰$  مربع فٹ ۱۲ پنج تقریباً

### امثلہ نمبری ۸ (۱)

۱۔ ایک ایسے منتظم مخمس کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ۵ زنجیر ۵ کڑی اور اس کے اندرونی دائرے کا نصف قطر ۳ زنجیر ۸ کڑی ہے۔

۲۔ منتظم سدس کا رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۸ پنج ہے۔

۳۔ ایک منتظم سدس کا ضلع ۳ زنجیر ۵ کڑی ہے اس کا رقبہ ایکڑ میں

دریافت کرو۔

۴۔ ایک ایسے منتظم سدس کا رقبہ دریافت کرو جو ۵ افٹ نصف قطر کے

دائرہ میں بنایا گیا ہے۔  
۵۔ ایک ایسے منتظم سدس کا رقبہ دریافت کرو جو ایک ایسے دائرے کے

گرد بنایا گیا ہے۔ جس کا نصف قطر ۳۴ انچ ہے۔

۶۔ ایک ایسی منتظم نو ضلعی کا رقبہ دریافت کرو جس کا ضلع ۱۰ کڑی ہے۔

۷۔ ایک منتظم مخمس کے ضلع کا ناپ ۴ گز ہے اس کا رقبہ دریافت کرو۔

۸۔ ۲ روپے فی مربع گز کے حساب سے ایک ایسے مثنیٰ وضع کے فرش

کے لیے چٹائی بنوانے کی لاگت معلوم کرو جس کے ضلع کا ناپ ۱۶ فٹ ہے

(۱۶ × ۱۶ = ۲۵۶)

۹۔ ۵ روپے فی گز کے حساب سے ایک منتظم بارہ ضلعی احاطہ کے گرد چلی

لگانے میں ۹۰۰ روپے خرچ ہوتے ہیں۔ اس کا رقبہ دریافت کرو۔

## امثلہ نمبری ۸ (ب)

۱۰۔ ایک ایسے منتظم سدس کا رقبہ معلوم کرو جس کے ضلع کا ناپ نصف

راسی ہے (جواب بسو اسی میں بیان کرو)۔

۱۱۔ ایک ایسے منتظم آٹھ ضلعی کا رقبہ معلوم کرو جس کے ضلع کا ناپ ۲ راسی

ہے (جواب بیگہ میں ظاہر کرو)۔

۱۲۔ اس منتظم سدس کے ضلع کا طول کیا ہوگا جس کا رقبہ ابیگہ ہے (جواب

راسی میں بیان کرو)۔

## سوالات امتحانات ۷

۱۔ منتظم سدس کی وضع کا ایک قطعہ زمین ہے جس کا ہر ایک

ضلع ۱۰۰ فٹ ہے اس پر ہر طرح گھاس لگایا جائیگا کہ اس کے اندر گرد اگر وہ فٹ

عرض کا حاشیہ چھوٹ جائے؛ گھاس کے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب میٹرک یونیورسٹی لیشن)

۲۔ اعشاریہ کے تیسرے مقام تک ایک ایسے منتظم سدس کا



رقبہ دریافت کرو جس کا ہر ایک ضلع ۱۰ فٹ کے مساوی ہے۔

(جامعہ کلکتہ۔ میٹریکولیشن)

۳۔ ایکڑ روڈ وغیرہ میں ایک ایسے منتظم آٹھ ضلعی میدان کا رقبہ دریافت کرو جس کے ضلع کا ناپ ۵ زنجیر ہے۔

(جامعہ کلکتہ۔ میٹریکولیشن)

۴۔ مربع وضع کا ایک کمرہ ہے جس کے متعلق توسیع کی تجویز ہے کہ ایک رخ پر مشن وضع کا ایسا پیش بنایا جائے کہ مشن کے تین اضلاع پیش کی سرحد ہوں۔ بتاؤ توسیع شدہ فرش کا رقبہ کیا ہونا چاہیے اگر مربع کا ضلع ۲۰ فٹ ہو۔ (ٹرٹری انجینیر: داخلہ)

۵۔ ۱۰ آنچ نصف قطر کے دائرے کے اندر ایک منتظم دس ضلعی بنائی گئی ہے: کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو۔ (ٹرٹری انجینیر: داخلہ)

۶۔ ایک مثلث مساوی الاضلاع، مربع اور ایک منتظم سدس کے احاطے مساوی ہیں ان کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔ (ٹرٹری انجینیر: داخلہ)

۷۔ ایک منتظم آٹھ ضلعی کا رقبہ ۵ مربع گز ہے: اس کے ضلع کا طول دریافت کرو۔ (ٹرٹری انجینیر: داخلہ)

۸۔ ایک مخمس کے گرد کے دائرے کا نصف قطر  $\frac{300}{11}$  فٹ ہے جہاں  $\pi = 3.14$  اس مخمس کے ضلع کا طول اور رقبہ دریافت کرو۔

(ٹرٹری انجینیر: داخلہ)

۹۔  $2\pi + 6$  مربع فٹ رقبہ کے مربع کے اندر ایک منتظم مشن بنائی گئی ہے۔ اس کے ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

(ٹرٹری انجینیر: فائینل)

۱۰۔ ایک منتظم سات ضلعی کا ضلع ۵ فٹ ہے اس کا رقبہ دریافت کرو۔ (ٹرٹری انجینیر: فائینل)

۱۱۔ اگر ایک منتظم سدس، ایک مربع اور ایک مثلث مساوی الاضلاع ۱۲ فٹ قطر کے ایک دائرے کے اندر بنائے جائیں تو بتاؤ کہ مثلث کے ضلع پر کا





تین ضلعوں کی وضع میں بنانا مطلوب ہے: اس کا خاکہ آتا رہے۔ اس کی وجہ سے کمرہ کے وسطی خط کے مجموعی طول میں کس قدر اضافہ ہو جائے گا۔ نیز بتاؤ کہ رقبہ میں کس قدر زیادتی ہو جائیگی۔

(سٹش کی اپر سب آسٹرنیٹ ماہانہ)

۲۳ — ایک منتظم مشن کا رقبہ ۱۰۶۵ مربع فٹ ہے: ایک ضلع کا طول دریافت کرو۔

۲۴ — ایک مربع اور ایک منتظم سدس کے رقبہ دریافت کرو اگر ہر ایک کا احاطہ ۳۰۰ فٹ ہو۔

۲۵ — ۲۵ ضلعوں کی ایک ایسی کثیر الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو جو ۱۰ فٹ نصف قطر کے دائرے کے اندر بنائی گئی ہو۔ جب  $۱۴۱۲ = ۲۲۹$ ۔

(رڈ کی انجینیر: داخلہ)

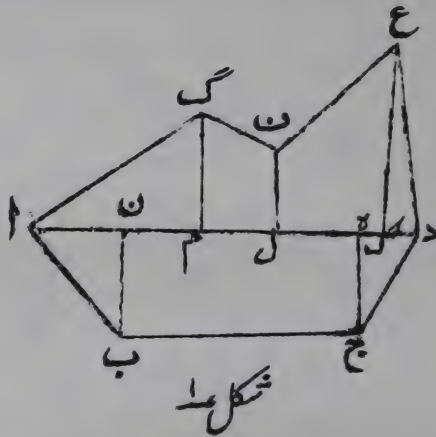
۲۶ — ایک دائرے کا نصف قطر ۱۲ فٹ ہے: اس کے اندر ایک سولہ ضلعی بنائی جائے تو اس کے ضلع کا طول اعشاریہ کے تین مقامات تک صحیح نکالو۔

(جامعہ پنجاب: سیول انجینیرنگ کا پہلا امتحان)

# انجمن

## غیر منتظم مستقیم ضلعی شکلیں

۵۲ — غیر منتظم مستقیم الاضلاع شکل اب ج د ع ف گ (شکل ۱) پر غور کرو۔



اگر ہم اس کو ایسے حقوں میں منقسم کر سکیں کہ ہر ایک حصہ کا رقبہ علیحدہ علیحدہ معلوم ہو جائے تو پھر ان حصص کے رقبوں کو جمع کرنے سے ہم تمام شکل کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔ اساسی خطوں اور بیرونی عمودوں کی مدد سے

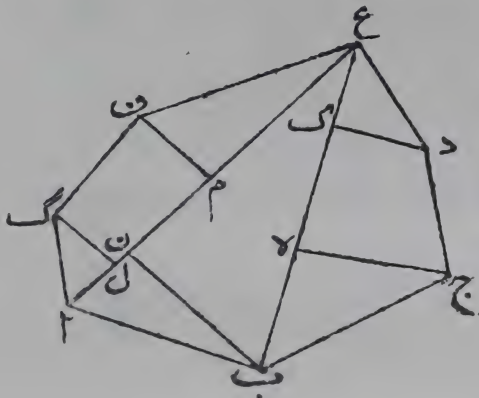


شکل کو ایسے حصوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔  
 ۵۳ — اساسی خط وہ خط مستقیم ہے جو شکل کے کوئی سے دو زاویہ نقطہ کو ملاتا ہے اور بیرونی عمود اُن عمودوں کو کہتے ہیں جو دوسرے زاویہ نقطہ سے اساسی خط پر کھینچے جاتے ہیں۔

اس مطلب کے لیے اکثر اوقات صرف ایک اساسی خط کھینچنے سے کام نکل جاتا ہے لیکن بعض اوقات دو یا زیادہ اساسی خطوط کھینچنے میں سہولت ہوتی ہے۔  
 شکل ۱ ب ج د ع گ (شکل ۱) میں اساسی خط ۱ د اور بیرونی عمود ب ن، ج ک، د ع، گ ف، ل اور گ م کھینچے جائیں تو وہ سہولت کے ساتھ حصوں میں منقسم ہو جاتی ہے۔ یہ حصے یا تو مثلثات ہونگے یا اشکالِ مخرف۔ اور اُن کے رقبے معلوم ہو سکتے ہیں اگر ہیں۔

(۱) بیرونی عمود اور (ب) اساسی خط کے اُن قلععات کے جو بیرونی عمود سے قطع ہوتے ہیں ملول معلوم ہو جائیں۔

۵۴ — اب غیر منتظم مستقیم الاضلاع شکل ۱ ب ج د ع ف گ (شکل ۲) پر غور کرو۔



شکل ۲

اس شکل کو حصص میں تقسیم کرنے کے لیے سہولت اس میں ہے کہ اساسی خطوط ۱ ع اور ب ع اور بیرونی عمود ب ن، ج ک، د ع، گ ف، ل اور گ م، اور

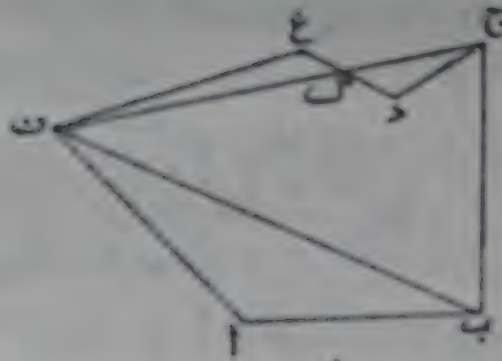
گ ل کیسے جائیں۔

۵۵ — بعض اوقات ایسے اسامی خطوط کیسے ہیں ہر تہہ ہوتی ہے جو کلیتہً

یا جزو شکل کے باہر ہوتے ہیں۔

مثلاً غیر منظم مستقیم الاسلاع شکل ۱ ب ج د ع ف (شکل ۲) ہے

غور کرو۔



شکل

اگر اسامی خطوط ب اور ف ج کیسے جائیں تو شکل کا رقبہ مثلثات

ن ب ج، ا ب ف اور ف ع گ کے رقبوں کے مجموعہ میں سے مثلث گ د ج کا رقبہ منہا کرنے سے حاصل ہو جائیگا۔

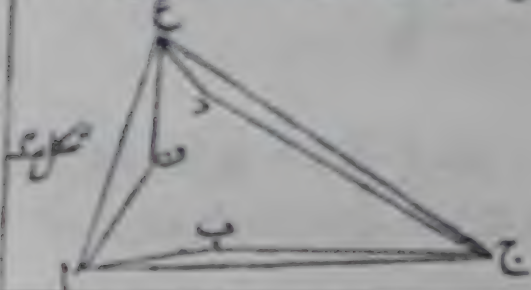
جب کسی زاویہ کے نقطہ سے کسی اسامی خط پر کیسے پڑا اور شکل کے باہر واقع ہوتا ہو تو اسے اندر و بی نمود کہتے ہیں۔

پس اسامی خط ف ج سے زاویہ نقطہ د پر کے عمود کو اندر و بی نمود

کہیں گے۔

۵۶ — اب غیر منظم مستقیم الاسلاع شکل ۱ ب ج د ع ف (شکل ۲) ہے

غور کرو۔



اگر اسامی خطوط ا ج، ج ع،

ا ع کیسے جائیں تو شکل کا رقبہ

۵ ا ج ع کے رقبہ میں سے مثلثات



ا ب ج، ج د ع اور ع ف ا کے رقبوں کے مجموعہ کو تفریق کرنے سے حاصل ہو جائے گا۔

اس طریقہ کو عملاً یوں بیان کیا جاسکتا ہے کہ —

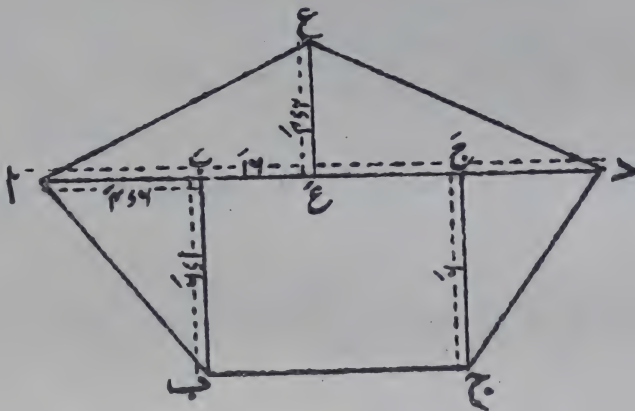
(۱) اساسی خطوط سے گھری ہوئی شکل کا رقبہ معلوم کرو۔  
(۲) اُن شکلوں کے رقبوں کو جمع کرو جو اساسی خطوط سے گھری ہوئی شکل کے باہر واقع ہوتے ہیں۔

(۳) اُن شکلوں کے رقبوں کو تفریق کرو جو اساسی خطوط سے گھری ہوئی شکل کے اندر واقع ہوتے ہیں۔

## توضیحی مثالیں

۵۶ — مثال ۱: ا ب ج د ع پانچ ضلعوں کی ایک مستقیم الاضلاع شکل ہے، ا ب ب، ج ب، ج د، د ع، ع ا بالترتیب ا د پر عمود نکالے گئے ہیں۔ اور معلوم ہے کہ —

۱ د پر = ۶ فٹ، ع د = ۲ فٹ، ب د = ۶ فٹ، ا ب = ۶ فٹ،  
ا ج = ۱۲ فٹ اور ج د = ۶ فٹ۔ شکل کا رقبہ دریافت کرو۔



چونکہ ب د ج = ا ج - ا ب

ب د ج = (۱۲ - ۶) فٹ = ۶ فٹ

اور چونکہ ج = ۲ - ۱ ج

ج = ۱۲ - ۱۶ (۱۲ - ۱۶) فٹ = ۴ فٹ

شکل ا ب ج د ع کا رقبہ = ۱۵ ع د کا رقبہ + ۵ ا ب ب کا رقبہ +  
۵ ج د ج کا رقبہ + شکل منحرف ب ا ج ج ب کا رقبہ

۱۵ ع د کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times ۲ \times ۱۵ + \dots$  دفعہ ۲۰

=  $\frac{1}{2} \times ۱۶ \times ۲ + ۴$  مربع فٹ

= ۳۳ و ۴ مربع فٹ

۱۵ ا ب ب کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times ۲ \times ۱۵ + \dots$  دفعہ ۲۰

=  $\frac{1}{2} \times ۴ \times ۱۵ + ۶$  مربع فٹ

= ۳۰ و ۳ مربع فٹ

۵ ج د ج کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times ۲ \times ۵ + \dots$  دفعہ ۲۰

=  $\frac{1}{2} \times ۲ \times ۶ + ۱۲$  مربع فٹ

= ۱۲ مربع فٹ

شکل منحرف ب ا ج ج ب کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times ۱۲ \times (۵ + ۱۲)$  دفعہ ۲۹

=  $\frac{1}{2} \times ۱۲ \times ۱۷ + ۱۲$  مربع فٹ

= ۱۰۴ و ۴ مربع فٹ

∴ شکل ا ب ج د ع کا رقبہ = (۱۰۴ و ۴ + ۱۲ + ۳۰ و ۳ + ۳۳ و ۴) مربع فٹ

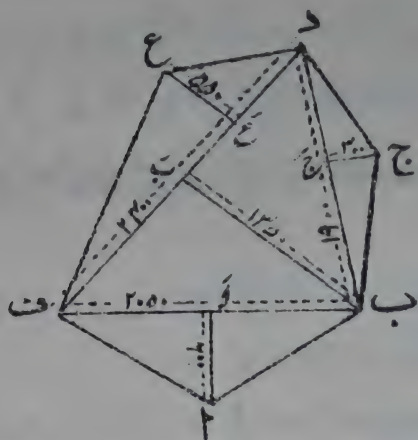
= ۱۰۴ و ۴ مربع فٹ

مثال ۱: شکل ا ب ج د ع کا رقبہ ایکڑ میں دریا منت کروا کر

۲۴۰۰ کڑی، ف ب = ۲۰۵۰ کڑی، ب د = ۱۹۰۰ کڑی



ب ب = ۳۵۰ کڑی، ۲ = ۶۰۰ کڑی، ج ج = ۳۰۰ کڑی اور ع ع = ۵۵۰ کڑی۔



شکل ا ب ج د ع ف کا رقبہ =  
 ۵ ف ب د کا رقبہ +  
 ۵ ف ا ب کا رقبہ +  
 ۵ ب ج د کا رقبہ +  
 ۵ ف د ع کا رقبہ  
 ا ب ۵ ف ب د کا رقبہ =  
 ۱۶ ف د ب ب ..... د ف ب

$$= \frac{1}{2} \times 200 \times 135 \text{ مربع کروی}$$

$\dots = 1620$  مربع کروی

۵. ف ا ب کا رقبہ =  $\frac{1}{4} \times ف \times ب \times \frac{1}{2}$  ..... دفعہ ۲۰

$$= \frac{1}{2} \times 200 \times 400 = \text{مربع کروی}$$

$= 415000$  مربع کڑی

حج د کاتبه =  $\frac{1}{10} \times \text{ب} + \text{د} \times \text{ج ج ج} \dots \dots \dots$  دفعه ۲

$$= \frac{1}{4} \times 1900 \times 300 \text{ مربع کڑی}$$

۲۸۵۰۰۰ = مربع کروی

۵ ف د ع کا رقبہ =  $\frac{1}{4} \times ۵ \times ۷$  ع غ ..... وقعہ ۲۰

$$= \frac{1}{4} \times 2400 \times 550 \text{ مربع کڑی}$$

$$= \dots ۶۶ \text{ مربع کروی}$$

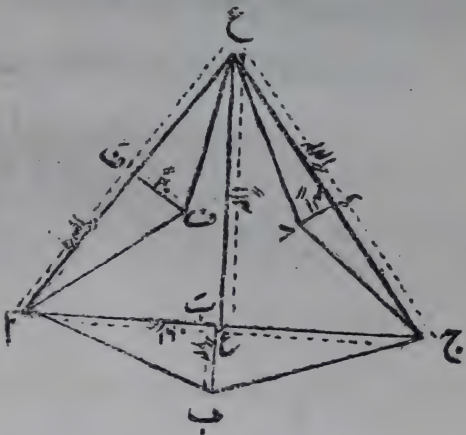
∴ شکل کا قیب =  $(\dots + 162 + \dots + 285 + \dots + 66)$  مربع کر کے

$$= ۳۱۸۰۰۰۰ \text{ مربع کروی}$$

$$= ۳۱۶۸ \text{ ایکر}$$

مثال ۳: مربع گز، مربع فٹ اور مربع پانچ میں مستقیم الاضلاع شکل

ا ب ج د ع ف کا رقبہ دریافت کرو اگر ا ج = ۱۶۰ پانچ، ج ع = ۱۲۲ پانچ،  
 ع ا = ۱۳۹ پانچ، ب ب = ۲۳ پانچ، د د = ۱۲ پانچ، ف ف = ۲۰ پانچ اور  
 ع ع = ۱۱۳ پانچ۔



شکل ا ب ج د ع ف کا رقبہ  
 $\Delta$  ا ج ع کا رقبہ +  
 $\Delta$  ا ب ج کا رقبہ -  $\Delta$  ج د ع کا  
 رقبہ -  $\Delta$  ع ا ف کا رقبہ -

$$\text{ا ب ج ع کا رقبہ} = \left\{ \frac{1}{4} \text{ا ج} \times \text{ع ع} \dots \text{وضہ ۲} \right.$$

$$= \frac{1}{4} \times ۱۶۰ \times ۱۱۳ \text{ مربع پانچ}$$

$$= ۹۱۲۰ \text{ مربع پانچ}$$

$$\Delta \text{ ا ب ج کا رقبہ} = \frac{1}{4} \times \text{ا ج} \times \text{ب ب} \dots \text{وضہ ۲}$$

$$= \frac{1}{4} \times ۱۶۰ \times ۲۳ \text{ مربع پانچ}$$

$$= ۱۹۲۰ \text{ مربع پانچ}$$

$$\Delta \text{ ج د ع کا رقبہ} = \frac{1}{4} \times \text{ج ع} \times \text{د د} \dots \text{وضہ ۲}$$

$$= \frac{1}{4} \times ۱۲۲ \times ۱۲ \text{ مربع پانچ}$$

$$= ۹۹۳ \text{ مربع پانچ}$$

$$\Delta \text{ ع ا ف کا رقبہ} = \frac{1}{4} \times \text{ع ا} \times \text{ف ف} \dots \text{وضہ ۲}$$

$$= \frac{1}{4} \times ۱۳۹ \times ۲۰ \text{ مربع پانچ}$$

$$= ۱۳۹۰ \text{ مربع پانچ}$$



∴ شکل کا رقبہ =  $(9120 + 1920 - 992 - 1290)$  مربع انچ

$$= (2282 - 11020) \text{ مربع انچ}$$

$$= 866 \text{ مربع انچ}$$

$$= 6 \text{ مربع گز } 6 \text{ مربع فٹ } 16 \text{ مربع انچ}$$

مثال نمبر: ا ب ج د ایک ذوالرباعۃ الاضلاع ہے جس میں ا ب = ۵۱ فٹ،  
ب ج = ۵۲ فٹ، ج د = ۹۰ فٹ، د ا = ۲۸ فٹ ہے۔  
اور یہ د ج کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے: ا ب ج د کا رقبہ دریافت کرو۔  
ا ب ج د کا رقبہ =  $15 \times 28 = 420$  مربع فٹ

ا ب ج د کا رقبہ

$$= \left\{ \frac{1}{2} \times 10 \times 28 \right\} \text{ مربع فٹ}$$

$$= \frac{1}{2} \times 28 \times 90 \text{ مربع فٹ}$$

$$= 1260 \text{ مربع فٹ}$$

اور

$$= \left\{ \frac{1}{2} \times (ص-ج) (ص-د) (ص-ب) (ص-ا) \right\} \text{ مربع فٹ}$$

$$= 22 \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{جہاں } ا = ۵۱، ب = ۵۲، ج = ۹۰، د = ۲۸ \Rightarrow ۵۳ = \sqrt{(۲۸)^2 + (۹۰)^2} \text{ مربع فٹ}$$

$$\therefore ص = ۷۸$$

$$\therefore ا ب ج د کا رقبہ = ۷۸ \times ۲۶ \times ۲۶ \times ۲۵ \text{ مربع فٹ}$$

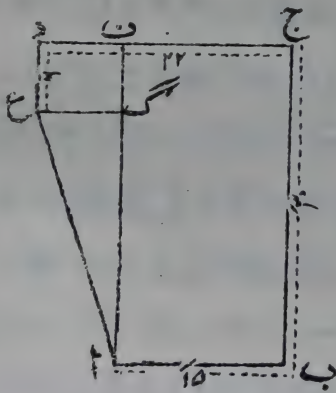
$$= 2 \times 13 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 \text{ مربع فٹ}$$

$$= 1160 \text{ مربع فٹ}$$

$$\therefore \text{اب ج د کا رقبہ} = (1140 + 1140) \text{ مربع فٹ} \\ = 2280 \text{ مربع فٹ}$$

مثال ۷: اب ج د پانچ ضلعوں کی ایک شکل ہے جس میں

ب، ج اور د پر کے زاویے قائم ہیں۔ اگر اب = ۵ فٹ، ب ج = ۳ فٹ، ج د = ۲۲ فٹ اور د ع = ۶ فٹ تو شکل کا رقبہ اور ع ا کا طول دریافت کرو۔



۱۔ ب ج کے متوازی  
۲۔ فٹ کیونچو اور ع سے د فٹ کے  
متوازی ع گ کیونچو۔

اب، اب ج د کا رقبہ = اب ج ف کا رقبہ +  
د ع گ ف کا رقبہ + ا گ ع کا رقبہ

$$= \text{اب} \times \text{ب ج} + \text{د ع} \times \text{ع گ}$$

$$+ \frac{1}{2} \times \text{ا گ} \times \text{گ ع} \dots \text{دعا ۱۲}$$

$$= 22 \times 5 + 6 \times 3 + \frac{1}{2} \times 22 \times 6 = 2280 \text{ مربع فٹ}$$

$$= (2280 + 66 + 7.5) \text{ مربع فٹ}$$

$$= 2353.5 \text{ مربع فٹ}$$

پھر

$$\text{ع} = \sqrt{\text{ا گ}^2 + \text{گ ع}^2} \dots \text{دعا ۱۶}$$

$$= \sqrt{(22)^2 + (6)^2}$$

$$= 23 \text{ فٹ}$$

## مشکل نمبری ۹ (۱)

۱۔ ذرا رقبہ الاضلاع اب ج د کا رقبہ ایکڑ میں دریافت کرو۔ اگر

$$\text{ا ج} = ۶۰۰ \text{ کڑی اور ب اور د سے ا ج پر کے عمودوں کے طول} = ۴۸۰ \text{ کڑی}$$



اور ۸۰۰ کڑی ہوں۔

۲ ————— ا ب ج د ع پانچ ضلعوں کی ایک شکل ہے جس میں ۱۰ کا طول ۲ فٹ، ۱۲ ج کا طول ۱۱ فٹ ۶ انچ، ج اور ع سے ۱۰ پر کے عمودوں کے طول بالترتیب ۶ فٹ اور ۲ فٹ ۶ انچ اور ب سے ۱۰ پر کے عمود کا طول ۲ فٹ ۹ انچ ہے؛ رقبہ دریافت کرو۔

۳ ————— پانچ ضلعوں کی شکل ا ب ج د ع کا رقبہ مربع پانچ میں دریافت کرو۔ اگر ا ج کا ناپ ۱۶ انچ، ۱۰ کا ۱۴ انچ، ب سے ۱۰ پر کے عمود کا طول ۶ انچ، د سے ۱۰ پر کے عمود ۸ انچ اور ع سے ۱۰ پر کے عمود ۳ انچ ہو۔

۴ ————— پانچ ضلعوں کی شکل ا ب ج د ع میں ۱۰ پر کا زاویہ قائمہ ہے ج ع = ۲۴ فٹ، ا ب = ۵۵ فٹ، ا ع = ۴۴ فٹ، ب سے ج ع پر کے عمود ۸ فٹ اور د سے ج ع پر کے عمود ۳۲ فٹ ہے؛ رقبہ دریافت کرو۔

۵ ————— پانچ اضلاع کی شکل ا ب ج د ع میں ۱۰ پر کا زاویہ ایک قائمہ ہے اور د ع متوازی ہے ا ب کا، نیز ا ب = ۱۶۰۰ کڑی، ب د = ۱۰۶۰ کڑی، د ع = ۹۰۰ کڑی، ع ا = ۷۰ کڑی اور ج سے ب د پر کے عمود = ۳۰ کڑی۔ رقبہ دریافت کرو۔

## مشلہ نمبری ۹ (ب)

۶ ————— چار ضلعی ا ب ج د میں کتنے بیگہ ہوں گے اگر ا ج کا ناپ ۵۶ راسی اور ب اور د سے ۱۰ پر کے عمودوں کے ناپ بالترتیب ۳۸ راسی اور ۲۵ راسی ہوں؟

۷ ————— پانچ اضلاع کی شکل ا ب ج د ع کا رقبہ بیگہ و سواس میں معلوم کرو۔ اگر ا د کا ناپ ۸۴ راسی، ۱۰ ج ۳۸ راسی اور ج اور ع سے ۱۰ پر کے عمود بالترتیب ۳۱ اور ۱۹ راسی، نیز ب سے ۱۰ ج پر کے عمود ۲ راسی ہے۔

۸ ————— پانچ اضلاع کی شکل ا ب ج د ع میں ۱۰ اور د پر کے زاویے قائمے ہیں اور ا ب = ۴۴ راسی، ج د = ۶۰ راسی، د ع = ۳۰ راسی

ع ۱ = ۴ م راسی اور ج سے ع ب پر کا عمود = ۴ م راسی؛ شکل کا رقبہ بیگم میں دریافت کرو۔

## سوالات امتحانات ۹

۱ — میدان ا ب ج د کا خاکہ اُتارو اور ذیل کی پیمائشوں سے اس کا رقبہ دریافت کرو۔ نیز ا سے ج د پر کے عمود کا طول معلوم کرو :-

ب سے ا ج پر کا عمود ب م = ۴۰۰ کڑی

د = = = دن = ۳۰۰

ا م = ۳۰۰ کڑی، ا ن = ۴۰۰ کڑی، ا ج = ۶۲۵ کڑی

(جامعہ الہ آباد: میٹرک یونیورسٹی)

۲ — شکل ذوالربطہ الاضلاع ا ب ج د میں ا ب = ب ج = ج د = ۶۰ گز، د ا = ۸۰ گز اور زاویہ د ا ب ایک قائمہ ہے؛ شکل کا رقبہ دریافت کرو۔ (ایضاً)

۳ — پانچ ضلعوں کی شکل ا ب ج د ع کے اضلاع ا ب = ۲۵ فٹ، ب ج = ۲۹ فٹ، ج د = ۳۹ فٹ، د ع = ۴۲ فٹ اور ع ا = ۲۴ فٹ نیز ا ج = ۳۶ فٹ اور ج ع = ۴۵ فٹ، اس کا رقبہ دریافت کرو۔ (ایضاً)

۴ — ا ب ج د ایک ذوالربطہ الاضلاع ہے جس میں ا ب = ۳۰ فٹ، ب ج = ۴۰ فٹ، ج د = ۴۴ فٹ، د ا = ۴۶ فٹ پر کا عمود و فٹ اور یہ د ج کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے؛ ا ب ج د کا رقبہ دریافت کرو۔ (جامعہ پنجاب: میٹرک یونیورسٹی)

۵ — پانچ ضلعوں کی شکل ا ب ج د ع میں ب ج = ۱۰ فٹ، ج د = ۱۲ فٹ، د ا = ۱۴ فٹ، ا ب = ۱۶ فٹ اور ا ج = ۱۸ فٹ کے زاویے قائمہ ہیں۔ اگر ا ب = ۲۰ فٹ، ب ج = ۸ فٹ، ج د = ۱۲ فٹ اور د ا = ۱۴ فٹ؛ شکل کا رقبہ اور ا ج کا طول دریافت کرو۔ (مرہٹوں کی انجینیر: داخلہ)

۶ — ایک خمس کے اضلاع بالترتیب ۱۰، ۱۳، ۱۹، ۱۳، ۱۳ اور





# باب دہم

(۱۰)

## پیمائش بیاض

- ۵۸۔ اگر کسی میدان کی سرحد مستقیم الاضلاع شکل ہو تو اس کا رقبہ اساسی خطوط اور بیرونی عمودوں کی مدد سے دریافت کیا جاسکتا ہے۔
- ۵۹۔ اساسی خطوط اور بیرونی عمودوں پر کے فاصلے گنتوں کی زنجیروں سے ناپے جاتے ہیں۔ اس زنجیر کا طول ۲۲ گز ہوتا ہے اور یہ ۱۰۰ کڑیوں پر مشتمل ہوتی ہے [اس پورے زنجیر کے طول کو ایک جریب یا ایک زنجیر اور اس کی ہر ایک کڑی کے طول کو ایک کڑی کہتے ہیں]
- ۶۰۔ وہ پیمائش جس میں پیمائش کنندہ ان پیمائشوں کو قلم بند کرتا جاتا ہے پیمائش بیاض کہلاتا ہے۔
- پیمائش بیاض کا ہر ایک صفحہ تین کالموں میں منقسم ہوتا ہے۔ درمیانی کالم میں وہ پیمائش لکھی جاتی ہیں جو اساسی خطوط سے متعلق ہوں اور بازوؤں کے کالموں میں بیرونی عمودوں کی پیمائشیں مندرجہ کی جاتی ہیں۔
- اساسی خط کا ہر ایک انتہائی نقطہ مقاصد کہلاتا ہے۔
- ۶۱۔ پیمائش کنندہ اپنی پیمائشوں کا داخلہ درمیانی کالم میں نیچے سے



شروع کرتا ہے اور پیمائشوں کو یکے بعد دیگرے اُدپر کے رُخ لکھتا جاتا ہے۔  
 سب سے پہلے وہ جو کچھ قلم بند کرتا ہے اُس سے پہلے اساسی خط کی  
 سمت ظاہر ہوتی ہے۔ دوسری مرتبہ جو کچھ لکھتا ہے اُس سے اس خط پر کا وہ فاصلہ  
 مراد ہوتا ہے جو پہلے مقام اور پہلے بیرونی عمود کے درمیان ہوتا ہے۔ تیسری تحریر  
 سے اس بیرونی عمود کا فول ظاہر ہوتا ہے اور اس کا اندراج دائیں یا بائیں کا لم میں  
 ہوتا ہے بلحاظ اس کے کہ بیرونی عمود اساسی خط کے دائیں یا بائیں جانب ہو۔ چوتھے  
 اندراج سے اساسی خط کا وہ فاصلہ معلوم ہوتا ہے جو پہلے مقام اور دوسرے بیرونی عمود  
 کے درمیان ہوتا ہے۔ پانچواں اندراج اس بیرونی عمود کے طول کو ظاہر کرتا ہے۔ اور  
 اسی طرح پیمائش کنندہ اندراجات کرتا جاتا ہے یہاں تک کہ وہ پہلے اساسی خط کے انتہائی  
 سرے تک پہنچ جاتا ہے اساسی خط کا یہ سرا "دوسرا مقام" کہلاتا ہے۔

میدان کی پیمائش میں اگر ایک ہی اساسی خط استعمال کیا گیا ہو تو اس سے زیادہ اور  
 پیمائشوں کی ضرورت نہیں ہوتی ہے۔ اگر دو یا زیادہ اساسی خطوط استعمال کیے گئے ہوں  
 تو پیمائش کنندہ دوسرے اساسی خط پر دوسرے مقام سے تیسرے مقام تک اسی  
 طریقہ سے روانہ ہوتا ہے جس طرح کہ وہ پہلے اساسی خط پر پہلے مقام سے دوسرے  
 مقام تک پہنچا تھا۔ اور اسی طرح بقیہ اساسی خطوط پر بھی یہاں تک کہ وہ پہلے مقام پر  
 واپس آتا ہے۔

پیمائش بیاض میں عام طور پر مقاموں کی نشاندہی اس طرح کی جاتی ہے:

① ۱ ② ب ③ ج .... یا اس طرح: ① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ ⑲ ⑳ ㉑ ㉒ ㉓ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

اساسی خط کی سمت کا اظہار مختلف طریقوں سے کیا جاتا ہے مثلاً

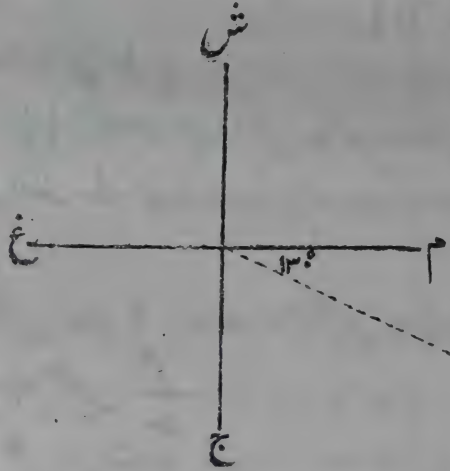
"① سے ② تک جاؤ" اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ پہلے

مقام سے دوسرے مقام تک اساسی خط کی سمت شمالی سمت ہے یعنی دوسرا  
 مقام پہلے مقام کے شمال میں واقع ہے۔

"① سے ② تک جاؤ ج مَخ" اس کا مطلب یہ ہے کہ پہلے مقام سے

دوسرے مقام تک اساسی خط کی سمت جنوب مغربی سمت ہے یعنی دوسرا مقام پہلے  
 مقام کے جنوب مغرب میں واقع ہے۔

”ج سے ج مش. ۲۰ ج“ اس سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ دوسرے مقام اور تیسرے مقام کے درمیان اساسی خط کی سمت ایسی ہے جو مشرق کے ساتھ جنوب کی طرف ۲۰ کا زاویہ بناتی ہے یعنی دوسرے مقام سے روانہ ہو کر اگر ایسے خط پر جائیں جو مشرق کے ساتھ جنوب کی طرف ۲۰ کا زاویہ بناتا ہے تو تیسرے مقام تک پہنچ سکتے ہیں (دیکھو شکل)۔



”ج ب سے بائیں جانب پلٹو“ کا یہ مطلب ہوتا ہے کہ مقام ب پر پہنچنے کے بعد پائش کنندہ بائیں جانب پلٹتا ہے لیکن یہ ضروری نہیں ہے کہ زاویہ قائمہ میں سے پلٹے اور پھر دوسرے اساسی خط پر روانہ ہوتا ہے۔ اگر کسی بازو کے کالم میں صفر لکھا ہوا ہو تو اس سے یہ مراد ہوتی ہے کہ میدان کی سرحد پر کا متناظر نقطہ اساسی خط سے کچھ بھی فاصلہ پر نہیں ہے یا بالفاظ دیگر اس نقطہ پر اساسی خط سرحد سے مل جاتا ہے۔

۶۲۔ توضیح کے لیے ذیل کے اندراجات پر غور کرو جو ایک پائش بیاض سے لیے گئے ہیں۔

وسطی کالم کے نیچے سے شروع کر کے اُدپر کے رُخ پڑھا جائے تو معلوم ہوتا ہے کہ

(۱) اساسی خط ۱ سے شروع ہو کر مشرق کی طرف بڑھتا ہے۔



(۲) اس اساسی خط پر اگر ۱ سے  
۸۰ کڑی کا فاصلہ ناپ لیا جائے اور پھر  
بائیں جانب اساسی خط پر علی القوائم سمت  
میں ۶۰ کڑی کا فاصلہ لے کیا جائے تو ہم  
نقطہ 'د' پر پہنچیں گے جو سرحد کا ایک زاویہ  
نقطہ ہے۔

(۳) ۱ سے اساسی خط پر

۸۰ کڑی کا فاصلہ ناپ لیا جائے اور پھر دائیں جانب اساسی خط پر علی القوائم  
سمت میں ۵۰ کڑی کا فاصلہ لے کیا جائے تو ہم سرحد کے دوسرے زاویہ نقطہ 'ج'  
پر پہنچیں گے۔

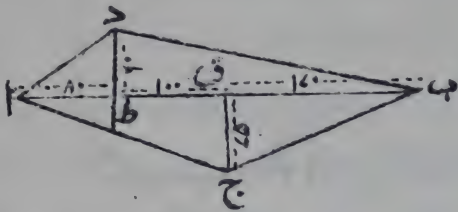
(۴) اگر ہم اساسی خط پر ۲ سے ۳۵۰ کڑی کا فاصلہ لے کریں تو ہم نقطہ

'ب' پر جو دوسرا مقام ہے پہنچیں گے۔

پس بازو کی شکل ان اندراجات

سے تعبیر ہوئے ذیل میدان کے خاکہ

کو ظاہر کرتی ہے۔



اس میں ۲ ط = ۸۰ کڑی

۱ ق = ۱۸۰

۲ ب = ۳۵۰

ط د = ۶۰

ق ج = ۵۰

اب پیمائش بایض کے ذیل کے اندراجات اور ان سے تعبیر ہونے والے  
میدان کے خاکہ پر غور کرو۔



۵۱۲۶  
بائیں جانب پلو

۴۳  
منہ سے ۹۰ ج جاؤ

ش کی طرف جاؤ

کڑی	
۱ کو	۰
۲۳۰	۰
۲۴۰	۵۳ گ
۲۳۲	۰
۳۲۸	۶۲ د
۲۶۸	۰
ب سے	۰
۱ کو	۰
۲۶۵	۰
۳۱۰	۰
ا سے	۰

یہاں تین اساسی خطوط ان کی سمتیں اور طول دیے ہوئے ہوں اس لیے  
یہ سب سے پہلے کیئے جاسکتے ہیں۔  
پھر ہر اساسی خط سے بیرونی عمود بھی کیئے جاسکتے ہیں جیسا کہ دفعہ ۲ میں  
معلوم ہو چکا ہے۔  
شکل کا رقبہ دریافت کرنے کے لئے دفعہ ۵۶ میں سمجھایا ہوا طریقہ  
استعمال کرو۔



## امثلہ نمبری ۱۰

### سوالات امتحان است

۱۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ اُتارو اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

کڑی	
○ د کو	
۶۰۰	
۴۰۰	ج ۱۲۰
۳۶۰	
۲۵۰	ب ۱۳۰
۲۰۰	
○ ۱ سے	

(یو سٹین اسکولز : ٹائٹل : صوبہ جات مختار)

۲۔ پیمائش بایض کے ذیل کے اندراجات سے میدان کا خاکہ کھینچو اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

کڑی	
○ ب کو	
۳۰۰	۰
۲۳۰	۵۰
۱۶۰	۰

۶۰	۱۰۰	
	۸۰	۵۰
۰	۰	۴۰
	۱۰	

(یورپین اسکولز: فائیل - صوبجات متعلہ)  
 ۳۔ ذیل کے اندراجات سے میدان اب ع گ ف د ج کا خاکہ تیار  
 اور اس کا رقبہ معلوم کرو:-

گز		
۲۰۴	۱۹۸	۱۰۶
۱۲۲	۱۱۶	
۱۱۶	۸۸	
۶۳	۶۳	۶۰
۱۰	۱۰	

(جامعہ پنجاب میٹریکیولیشن)

۴۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا خاکہ بناؤ اور اس  
 کا رقبہ نکالو:-





۶۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا خاکہ بناؤ اور اس کا رقبہ ایکڑ، روڈ اور پول میں دریافت کرو۔

کڑی		
۱۰	۳۰۹	
۶۰	۳۰	۰۸
۲۰	۲۰	۱۰ گ
۱۰ ج		
بائیں جانب پلٹو		
۱۰ ج	۱۶۹	
۲۰	۲۰	۲۰ ف
۱۰ ب		
بائیں جانب پلٹو		
۱۰ پ	۵۱۰	
۱۶۰	۳۰	ع
۵۰	۱۰	د
۱۰		
۱۰		

۱۰ سے جاؤ مشرق (جامعہ الہ آباد: میٹریکیو لیشن)



۷۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کی نقشہ کشی کرو اور اس کا رقبہ ایکڑ روڈ اور پول میں دریافت کرو۔

	کڑی	
	۲۰	
	۵۰۰	
	۳۸۰	گ ۲۵
	ج	
پلو	سیدھی جانب	
	ج	
	۵۰۰	
۱۴۵ ف	۲۲۰	
	ب	
پلو	سیدھی جانب	
	ب	
	۸۰۰	
۴۱۰۰	۶۵۰	
۵۲۰۰	۴۰۰	
	۲۰	

(جامعہ الہ آباد: میٹریکیو لیشن)

۸۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ آئرو اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

کڑی	
○ د کو	
۴۵۰	
۶۲۰	ج ۱۶۰
۳۰۰	ع ۱۲۰
○ ب	
دائیں جانب پلٹو	
ب	
○ ب	
۸۰۰	
۲۰۰	ج ۲۵۰
○ ۲ ←	جاؤ مغرب

(یومیہ پین اسکولز: فائینل - صوبہ جات متحدہ)

۹ میدان ۲ ب ج کا خاکہ امار و اور اس کا رقبہ معلوم کرو:-

کڑی	
○ ۱	
۸۵۰	
۶۲۰	۸
۵۰۰	
۲۵۰	۱۰
○ ج	
بائیں جانب پلٹو	



جاو ج مغ

۱۰۔ ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ اور رقبہ معلوم کرو:-

270

ج. ۱

三

	۴۸۱	.
	۴۱۵	ق. ۳۰
	۳۶۰	ط. ۳۰
ن.	۳۲۰	
م.	۲۳۰	
ل.	۱۸۰	
ک.	۱۵۰	
.	۵۰	
پلو	بائیں جانب	
	۵۰	
	۵۸۹	.
	۴۵۰	گ. ۸۶
	۱۲۰	ف. ۷۰
	۴۰	.

۱۱۔ میدان ا ب ج کا خاکہ بناؤ اور ذیل کے اندراجات سے اس کا رقبہ معلوم کرو۔ اس خطوط میدان کے اندر واقع ہوتے ہیں۔

	کڑی
۱۰	۲۰۸۵۰
۵۰	۲۰۰۰
	ج. ۵۰



۰ ج ۰۳۹۰  
۳۰ ۲۰۰  
۳۰ ۱۰۰  
۱۰ ۰  
۰ ب

۰ ۰۵۶۰ ب  
۳۰ ۱۰۰  
۰ ۰  
ش ۲ مغ  
۱۰ ۰

(یورپین اسکولز: فائنل صوبہ جات مقولہ)  
۱۲- ذیل کے اندراجات سے میدان کا نقشہ اُتارو اور اُس کا رقبہ دریافت کرو۔

کڑی  
۱۰ ۰  
۰ ۸۱۸  
۳۰ ۱۲۰  
۰ ۶۰ ۲۰  
۰ ۴۰ ۰  
۰ ج ۰  
بائیں جانب پلو  
۰ ج ۰

۳۳۸	۰
۶۰	۳۰
ب	۰
بائیں جانب پلو	

ب

۱۰۲۰

۳۲۰

۱۰۰

۰

۶۰

۲۰

۱۰ سے جاؤ مشرق

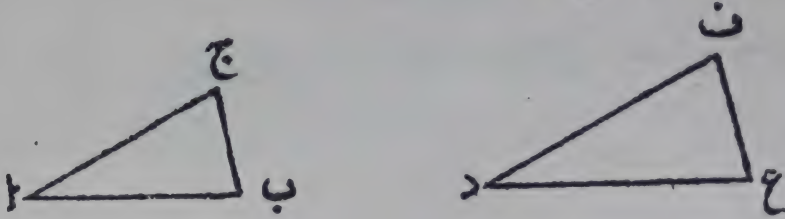
(یورپین اسکولز: فائینل - صوبہ جات متحدہ)



# بایز دہم

## ممتشابه اشکال: ان کا طول

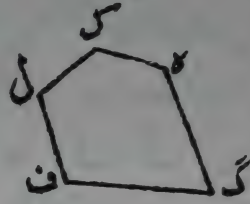
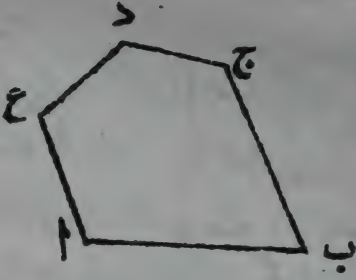
۴۳۔ اشکال کو ممتشابه کہتے ہیں اگر ان کی وضع قطع ایک ہی ہو لیکن ان کی جسامتوں کا مساوی ہونا ضروری نہیں ہے۔ پس  $\triangle$  ا ب ج اور  $\triangle$  د ع ف متشابه ہیں۔



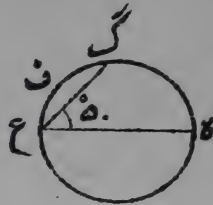
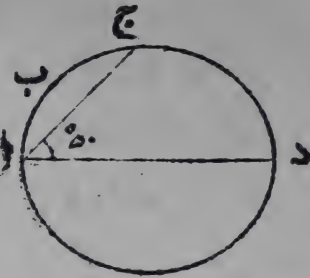
تمام مربعات اور نیز تمام دائرے ایک دوسرے کے متشابه ہوتے ہیں۔ کسی این کا خاکہ خود میدان کے متشابه ہوتا ہے۔ کسی جسم کی شکلیں کی جائے تو وہ اور اس کا خیال متشابه ہوتے ہیں۔ اگر کسی بڑے مثلث میں سے اس کے کسی ضلع کے متوازی ایک خط مستقیم کھینچ کر ایک چھوٹا مثلث قطع کر لیا جائے تو چھوٹا مثلث بڑے مثلث کے متشابه ہوتا ہے۔

۴۴۔ متشابه مستقیم الاضلاع شکلیں مساوی الزوایا ہوتی ہیں اور ان کے متناظر اضلاع متناسب ہوتے ہیں۔ پس متشابه مستقیم الاضلاع شکلوں ا ب ج د ع اور ف گ ہ ک ل میں۔

ا ب : ج د = ف گ : ہ ک



۶۵۔ اگر کسی شکل میں دو خطوط، مستقیم یا منحنی کھینچے جائیں اور پھر دو متناظر خطوط اس کی متشابه شکل میں بھی کھینچے جائیں تو یہ چاروں خطوط تناسب میں ہونگے۔ پس دائروں ا ب ج د اور ع ف گ ل میں —  
 قوس ا ب ج : قوس ع ف گ = ا د : ع ہ



نیز — محیط ا د ج ب : قطر ا د = محیط ع ل گ ف : قطر ع ہ

مسئلہ ۱۳

۶۶۔

مستقیم الاضلاع شکل کا ایک ضلع دیا ہوا ہو تو اس کے بقیہ اضلاع معلوم کی جائیں۔ جبکہ اس کے متشابه مستقیم الاضلاع شکل کے تمام اضلاع دیے ہوئے ہیں۔





فرض کرو کہ ا ب ج د ع اور ف گ ہ ک ل دو متشابه مستقیم الاضلاع  
تشکلیں ہیں۔

فرض کرو کہ شکل ا ب ج د ع کے ضلع ا ب کا ناپ کسی طولی اکائی  
کے لحاظ سے ۱ ہے۔ نیز فرض کرو کہ شکل ف گ ہ ک ل کے متناظر ضلع  
ف گ کا طول اور اس کے دوسرے اضلاع گ ہ، ہ ک، ک ل، ل ف  
کے طول اسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب ط، ق، ر، ص، ٹ ہیں۔  
مطلوب یہ ہے کہ شکل ا ب ج د ع کے بقیہ ضلعوں کے طول، ط، ق، ر، ص، ٹ  
رہ، ص، ٹ کی رقوم میں معلوم کئے جائیں۔

چونکہ ب ج متناظر ہے گ ہ کے اور ا ب متناظر ہے ف گ کے۔

ب ج : ا ب = گ ہ : ف گ ..... دقت ۶۴  
یعنی۔

ب ج : ا ب = ق : ط  
اسی طرح معلوم ہوتا ہے کہ۔

ج د : ا ب = ر : ط

د ع : ا ب = ص : ط

ع ف : ا ب = ٹ : ط

پس قاعدہ۔

مستقیم الاضلاع شکل کا کوئی سا ضلع معلوم ہو سکتا ہے اگر شکل  
کے کسی معلومہ ضلع کے ساتھ اس کا تناسب معلوم کیا جائے  
اور پھر اس تناسب کو کسی متشابه شکل کے متناظر ضلعوں کی  
نسبت کے مساوی رکھا جائے۔

یا مختصراً۔

پہلی شکل کا کوئی سا ضلع : پہلی شکل کا معلومہ ضلع =

دوسری شکل کے متناظر اضلاع کی نسبت۔

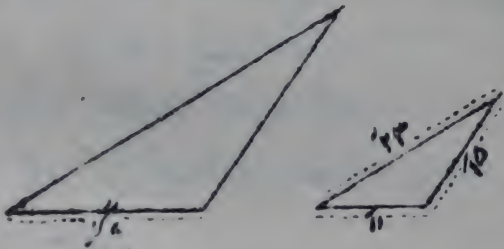
پہلی شکل کا کوئی سا ضلع:  $ا = ق$  : ط

جہاں ط متناظر ہے ا کے۔

نوٹ۔ ایک شکل کے تمام اضلاع کے ناپ ایک ہی طولی اکائی میں بیان کرنا ضروری ہیں۔

## توضیحی مثالیں

مثال ۱۔ ایک مثلث کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۱۵، ۱۱ اور ۲۳ فٹ ہیں۔ اس کا ۱۱ فٹ طول کا ضلع ایک متشابه مثلث کے ۷ گز طول کے ضلع کے متناظر ہے۔ اس مثلث کے بقیہ ضلعوں کے طول معلوم کرو۔  
دوسرے مثلث کا ایک ضلع: ۷ گز = ق : ط ..... دفعہ ۶۶



جہاں  $ا = ق$  ،  $ط = ۱۱$  ،  $ق = ۱۵$

دوسرے مثلث کا ایک ضلع: ۷ گز = ۱۵ : ۱۱

∴ دوسرے مثلث کا ایک ضلع: ۷ گز =  $\frac{۱۵}{۱۱} \times ۷$  گز

$\frac{۱۵}{۱۱} \times ۷$  گز

$\frac{۱۵}{۱۱} \times ۷$  گز

دوسرے مثلث کا بقیہ ضلع: ۷ گز = ۲۳ : ۱۱

∴ دوسرے مثلث کا بقیہ ضلع: ۷ گز =  $\frac{۲۳}{۱۱} \times ۷$  گز

$\frac{۲۳}{۱۱} \times ۷$  گز

$\frac{۲۳}{۱۱} \times ۷$  گز

مثال ۲۔ کسی ۵۰ اب ج میں ۱۰ اب = ۱۴ کڑی، ۲۳ کڑی = ۱۰ ج = ۱۰ کڑی۔

ضلع اب میں کے ایک نقطہ د سے ب ج کے متوازی ایک خط مستقیم کھینچا گیا جو ج سے نقطہ

ع پر ملتا ہے۔ اگر  $ا د = ۱۰$  کڑی تو  $ا ع$  معلوم کرو۔

مشکلات  $ا د ع$  اور  $ا ب ج$  متشابه ہیں۔ دفعہ ۶۳

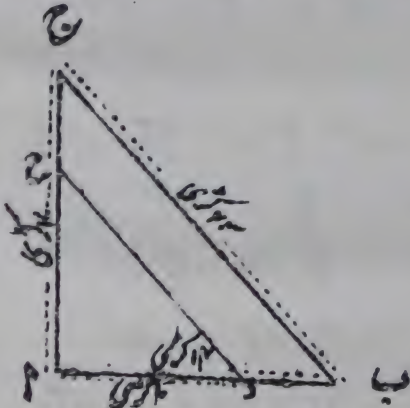
∴  $ا ع : ا د = ا ج : ا ب$  ..... دفعہ ۶۳

لیکن  $ا د = ۱۰$  کڑی،  $ا ج = ۱۰$  کڑی،  $ا ب = ۱۴$  کڑی

$ا ع : ۱۰ کڑی = ۱۰ کڑی : ۱۴ کڑی$

∴  $ا ع = ۱۰ کڑی \times \frac{۱۰}{۱۴}$

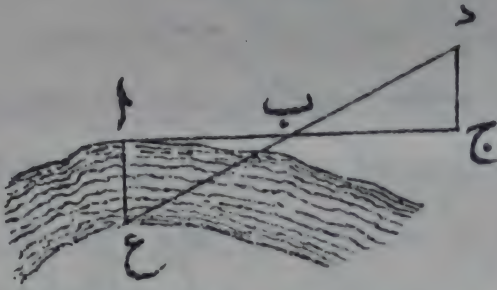
$= \frac{۱۰}{۱۴} \times ۱۰ کڑی$





- ۱۲ کردی

**مثال ۳۳:-** کسی غیر ممکن الجبر در دریا کا عرض معلوم کرنا۔  
دریا کے قریبی کنارہ کے کسی نقطہ ا سے جو دوسرے کنارہ کے کسی جسم ع کے عین  
مقابل ہے ایک خط مستقیم ا ب، ا ع پر علی القوائم کھینچو۔  
ا ب کو ج تک اتنا بڑھاؤ



کہ ب ج = ا ب

ج سے ج د، ا ج پر عمود نکالو۔

ع ب کو یہاں تک بڑھاؤ

ج د سے نقطہ د پر مل جائے۔

تب : مثلثات ا ب ع،

ب ج د کلیتہً ایک دوسرے

کے مساوی ہیں

(اقطیس مقالہ اول شکل ۲۶)

ج د = ا ع

لیکن دریا کو عبور کرنے کے بغیر ج د کو ناپ سکتے ہیں۔

اس طرح دریا کو عبور کرنے کے بغیر ا ع معلوم کیا جاسکتا ہے۔

**مثال ۳۴:-** ایک مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۲۸، ۴۵، ۵۳  
اور ۵۳ ایچ ہیں: زاویہ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

فرض کرو کہ ا ب ج مثلث ہے اور ج د زاویہ قائمہ سے وتر پر کا عمود ہے۔

اب مثلث ا ب ج، ب ج د، اور ا ج د تمام ایک دوسرے کے متشابه ہیں۔

(اقطیس مقالہ ششم شکل ۸)

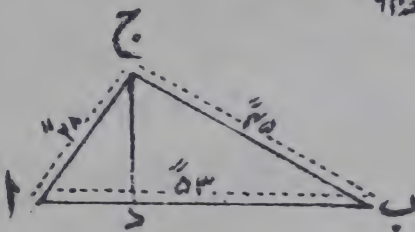
ج د : ج ا = ا ب : ب ج = ۲۸ : ۴۵

لیکن ج ا = ۲۸ ایچ

ب ج = ۴۵ ایچ

ا ب = ۵۳ ایچ

ج د : ۲۸ = ۴۵ : ۵۳



$$\therefore \text{ج} = \frac{۲۸ \times ۲۵}{۵۳} = \text{انچ}$$

$$= \frac{۴۱}{۵۳} = ۲۳ \text{ انچ}$$

## امثلہ نمبری ۱۱ (۱)

۱۔ ایک مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۱۳ انچ اور ۱۵ انچ ہیں: ایک ایسے متشابه مثلث کا ارتفاع دریافت کرو جس کا قاعدہ ۹ انچ ہے۔

۲۔ کسی مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۲ فٹ ۳ انچ اور ۳ فٹ ۹ انچ ہیں: ایک ایسے متشابه مثلث کا ارتفاع معلوم کرو جس کا قاعدہ ۱ گز ہے۔

۳۔ ایک آدمی کا قد ۵ فٹ ۱۰ انچ ہے۔ اگر اُس کے سایہ کا طول ۳ فٹ ۲ انچ ہوتا ہو تو بتاؤ کہ اسی وقت اور اُسی مقام پر ۵ فٹ ۶ انچ قد کے آدمی کے سایہ کا طول کیا ہوگا؟

۴۔ اگر کسی مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳۵، ۳۷ اور ۱۲ فٹ ہوں تو زاویہ قائمہ سے دُتر پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

۵۔ اگر کسی مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۹ گز ۲ فٹ ۲ انچ، ۳ گز ۱ فٹ اور ۱۰ گز ۱۰ انچ ہوں تو زاویہ قائمہ سے دُتر پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

۶۔ کسی میدان کے نقشہ کا عرض ۱ فٹ ۸ انچ ہے: میدان کا عرض دریافت کرو اگر نقشہ ۴ فٹ = ۱ میل کے پیمانہ پر اُتارا گیا ہو۔

۷۔ ایک نقشہ میں دو شہروں کے درمیان ۵۷ ۱۵ انچ کا فاصلہ ہے: اگر نقشہ ۱۷۰ میل = ایک انچ کے پیمانہ پر اُتارا گیا ہو تو شہروں کا درمیانی فاصلہ فی الحقیقت کیا ہوگا؟

۸۔ ایک نقشہ میں جو ۲۵۰ میل = ایک انچ کے پیمانہ پر اُتارا گیا ہے کسی ملک کا طول ۳۷ ۴ انچ ظاہر ہوتا ہے۔ بتاؤ کہ ایک دوسرے نقشہ پر اس ملک کا کیا طول ظاہر ہوگا اگر یہ ۲۸۵ میل = ایک انچ کے پیمانہ پر اُتارا گیا ہو؟

۹۔ ایک جھیل کا طول ۴ میل ہے اور ایک نقشہ میں اس کا طول ۷ ۷۵۔



ایک خطا ہوتا ہے۔ اس کا عرض دریافت کرو جو اسی نقشہ میں ۵۶۔ ایچ معلوم ہوتا ہے۔  
۱۔ کسی گرجا کے ایک ایسے مینار کی بلندی دریافت کرو جس کے سایہ کا طول  
۱۳۳ فٹ ہوتا ہے۔ اگر اسی وقت اور اسی مقام پر ۴ فٹ ۶ اینچ لمبی چھڑی کے  
سایہ کا طول ۳۳ فٹ ۴ اینچ ہوتا ہے۔

۱۱۔ ایک مثلث ا ب ج کے ضلع ا ب کے نقطہ د سے قاعدہ ب ج کے  
متوازی ایک خط مستقیم کھینچا گیا جو ضلع ا ج سے نقطہ ع پر ملتا ہے۔ د ع کا طول معلوم  
کرو اگر ا ب = ۳۴ کڑی، ب ج = ۱۰ کڑی اور د = ۵ کڑی۔

۱۲۔ سطح زمین کے قریب آنکھ رکھ کر ایک شخص ایسی وضع اختیار کرتا ہے کہ وہ ایک  
انتصابی چھڑی اور ایک برج کی چوٹی کو ایک خط مستقیم میں دیکھ سکتا ہے۔ اگر چھڑی کا  
طول ۵ فٹ ہو اور اگر وہ اُس شخص سے ۴ فٹ اور برج سے ۳۵ گز کے فاصلہ پر  
نصب کیجھا گئے تو برج کی بلندی دریافت کرو۔

## امثلہ نمبری ۱۱ (ب)

۱۳۔ ایک مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۲۷ اور ۱۹ راسی ہیں ایک ایسے  
متشابه مثلث کا قاعدہ دریافت کرو جس کا ارتفاع ۱۵ لاکھ ہے۔

۱۴۔ ایک مثلث کا قاعدہ اور ارتفاع بالترتیب ۳ راسی ۱۲ لاکھ اور ۵ راسی  
۹ لاکھ ہے: ایک ایسے متشابه مثلث کا ارتفاع معلوم کرو جس کا قاعدہ ۷ راسی ہے۔

۱۵۔ اگر ایک قائم الزاویہ مثلث کے اضلاع ۳۸، ۵۵، ۷۳ لاکھ ہوں تو  
زاویہ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول معلوم کرو۔

۱۶۔ ایک مثلث کا احاطہ اور ارتفاع بالترتیب ۵ راسی اور ۱۲ لاکھ ہے:  
ایک ایسے متشابه مثلث کا احاطہ معلوم کرو جس کے ارتفاع کا ناپ ۲ راسی ۶ لاکھ ہے۔

## سوالات امتحانات ۱۱

۱۔ ہندسہ کی مدد سے ایک ایسا عملی طریقہ بتاؤ جس کی مدد سے کسی دیے ہوئے  
مقام ب سے ایک ایسے جسم ا تک کا فاصلہ معلوم کیا جاسکتا ہے جس تک

پہنچنا ناممکن ہو: اپنے مطلب کو مکمل سے واضح کرو۔ (جامعہ آباد: میٹری کیولیشن)  
 ۲۔ ایک مثلث منفرج کا رقبہ ۳۰ مربع فٹ اور دو متوازی اضلاع بالترتیب ۱۲ اور ۸ فٹ ہیں۔ غیر متوازی خطوط بڑھائے جانے پر جس نقطہ پر ملیں گے وہاں سے بڑے متوازی تک کا عمودی فاصلہ معلوم کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

۳۔ ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۱۲.۳ فٹ اور ایک ضلع ۵ گز ہے۔ زاویہ قائمہ سے وتر پر کے عمود کا طول دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: مثل اسکول)

۴۔ ا ب اور ج د دو ڈنڈے ہیں جو زمین میں انحصاراً نصب کر دیے گئے ہیں: ا ب = ۱۰ فٹ اور ج د = ۵۰ فٹ۔ دو دروں کی مدد سے د کو د سے اور ب کو ج سے ملا دیا گیا۔ دو دروں کا نقطہ تقاطع ح پر ہوتا ہے: ب د ح کی بلندی دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائینل صوبہ جات متحدہ)

۵۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۰ انچ ہے۔ مرکز سے ۲۵ انچ کے فاصلہ پر کے ایک نقطہ سے دائرہ کے دو مماس کھینچے گئے ہیں۔ نقاط مماس کو ملانے والے وتر سے اس نقطہ تک کا فاصلہ دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائینل صوبہ جات متحدہ)

۶۔ ایک مثلث کا قاعدہ = ۱ اور ارتفاع = ۷، مثلث کے اندر اگر ایک مربع بنایا جائے تو اس کا ضلع دریافت کرو۔

(یورپین اسکولز: فائینل صوبہ جات متحدہ)

۷۔ ایک شخص جو ایک گرجا کے مینار کی بلندی دریافت کرنا چاہتا ہے، مشاہدہ کرتا ہے کہ ۳۸ فٹ بلند قندیل کے ڈنڈے کو جو مینار کے قاعدہ سے ۸۸ فٹ ۹ انچ کے فاصلہ پر ہے، اُن کے قاعدوں کو ملانے والے خط کی سیدھ میں قندیل سے پرے ۱۱ فٹ ۳ انچ کے فاصلہ سے اگر دیکھا جائے تو قندیل اور مینار کی چوٹیاں ایک ہی خط مستقیم میں نظر آتی ہیں: مینار کی بلندی کیا ہے۔ ۹



(رڈ کی انجینیر: داحسد)

۸۔ ایک خندق کی تراش کا عرض بالائی حصہ پر ۳۲ فٹ، تہ پر ۱۴ فٹ اور گہرائی ۸ فٹ ہے۔ اگر پانی کی سطح کا عرض ۲۶ فٹ ہو تو اسکی گہرائی کیا ہوگی؟  
(رڈ کی انجینیر: داحسد)

۹۔ ذیل کے امور کو دریافت کرنے کے عملی طریقے بیان کرو۔ (۱) کسی دریا کا عرض اور (۲) دو نقاط کا درمیانی فاصلہ جن میں سے ایک بہت دور ہے اور اُس تک پہنچ نہیں سکتے۔

(رڈ کی انجینیر: داحسد)

۱۰۔ ایک شکل منحرف کے متوازی اضلاع بالترتیب ۱۶ اور ۲۰ فٹ اور اُن کا درمیانی عمودی فاصلہ ۵ فٹ ہے۔ دوسرے دو اضلاع کو بڑھایا گیا یہاں تک کہ وہ ایک دوسرے سے مل گئے: نقطہ تقاطع سے بڑے متوازی تنگ کا عمودی فاصلہ دریافت کرو۔  
(رڈ کی ایسب آرڈینیٹ: داحسد)

۱۱۔ ایک شکل منحرف کے متوازی اضلاع بالترتیب ۸ فٹ اور ۱۴ فٹ ہیں۔ ان کے متوازی، شکل پر سے گزرتے ہوئے دو خطوط مستقیم کھینچے گئے اس طرح کہ چاروں خطوط مساوی الفصل ہیں: خطوط مستقیم کے طول دریافت کرو۔  
(رڈ کی ایسب آرڈینیٹ: داحسد)

۱۲۔ ایک مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع ۱۲ اور ۱۶ ہیں۔ اس کے اندر بنے ہوئے ایک ایسے مستطیل کے اضلاع کے طول مطلوب ہیں جس کا رقبہ مثلث کے رقبہ کا نصف ہے۔

(رڈ کی انجینیر: فائینل)

۱۳۔ مقابل کے زاویہ سے عمود کھینچ کر مثلث قائم الزاویہ کا وتر ایسے دو قطعات میں تقسیم کیا گیا جن کے طول بالترتیب ۳۰ اور ۲۰ فٹ ہیں۔ مثلث کے اضلاع اور اس کا رقبہ دریافت کرو۔

(رڈ کی انجینیر: فائینل)

۱۴۔ اگر کسی مثلث میں ایک ضلع ۱ (جو بڑے زاویہ کے مقابل ہے) ہے اگر

مثلث قائم الزاویہ یا منفرجہ الزاویہ ہو) اور مقابل کے زاویہ سے اس پر کا عمود  
دیے ہوئے ہوں تو اس اور سب کی رقوم میں ایک ایسے مربع کا رقبہ معلوم کرو  
جس کا ایک ضلع اس پر واقع ہے اور باقی دو زاویہ سی نقاط مثلث کے دوسرے  
اصطلاح پر ہیں۔

(رڈ کی انجینیر: فائیل)

۱۵۔ ایک خندق کے پہلوؤں کے احوال بالترتیب ۵ میں ۲ اور ۲ میں ۲  
ہیں اور بالائی حصہ پر اس کا عرض ۲۲ فٹ ہے۔ یہ فرض کر کے کہ اس کے سرے  
قاعدہ پر ملتے ہیں اس کی تراش کا رقبہ معلوم کرو۔

(رڈ کی ایس آر ڈینیٹ: ماہانہ)

۱۶۔ نل رخنوں کے ایک تالاب میں سطح آب کا عرض ۸۰ فٹ ہوتا ہے  
جبکہ پانی کی گہرائی ۶ فٹ ہے۔ اور اگر پانی کی گہرائی دس فٹ ہو تو سطح آب  
کا عرض ۸۵ فٹ ہوتا ہے: عرض کیا ہو گا اگر پانی کی گہرائی ۱۲ فٹ ہو؟

(جامعہ پنجاب - میٹری کیولیشن)

۱۷۔ ایک خاص فاصلہ پر نصف انچ لمبی سوئی سے اتنا ہی زاویہ بنتا ہے  
جتنا کہ ۱/۲ فٹ لمبی سلاخ سے .. اگر کے فاصلہ پر بنتا ہے: بتاؤ کہ مقام  
مشاہدہ سے سوئی کتنے فاصلہ پر ہے؟

(رڈ کی ایس آر ڈینیٹ: دھند)

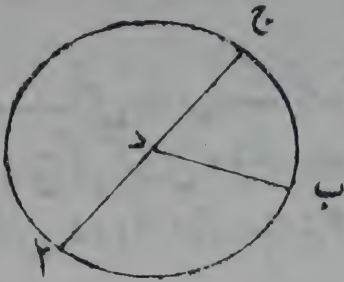
— :: —



# باب دوازدہم

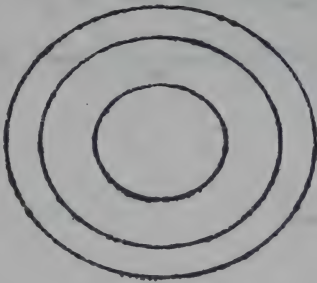
## دائرہ - محیط اور رقبہ

۴۸۔ دائرہ ایسی شکل مستوی ہے جو ایک ہی خط سے (جسے محیط کہتے ہیں) گھری ہوئی ہو اور اس کے اندرونی ایک مخصوص نقطہ سے محیط تک پہنچے ہوئے تمام مستقیم خطوط ایک دوسرے کے مساوی ہوں۔



اس مخصوص نقطہ کو دائرہ کا مرکز کہتے ہیں۔

دائرہ کا نصف قطر ایک ایسا خط مستقیم ہے جو مرکز سے محیط تک پہنچا گیا ہو۔  
دائرہ کا قطر ایک ایسا خط مستقیم ہے جو مرکز پر سے گزر کر دونوں طرف محیط تک پہنچے۔



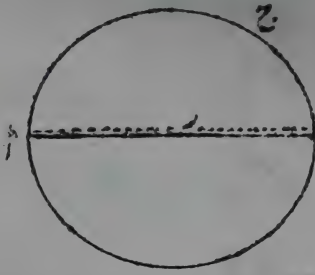
پس دائرہ ا ب ج میں، ب د نصف قطر اور ا ج قطر ہے۔

ہم مرکز دائرے ایسے دائرے ہوتے ہیں جن کا مرکز ایک ہی ہوتا ہے (شکل ملاحظہ ہو)

مسئلہ (۱۴)

۴۹۔

دائرہ کا محیط معلوم کرنا جبکہ اس کا قطر دیا ہوا ہو۔



فرض کرو کہ دائرہ ا ب ج کے قطر ا ب  
کناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے رہے۔  
مطلوب یہ ہے کہ دائرہ ا ب ج کا محیط ب  
ر کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔

چونکہ دفعہ ۶۳ سے تمام دائرے متشابه  
شکلیں ہوتے ہیں اس لئے کسی دائرہ کے محیط  
اور قطر میں مستقل نسبت ہوگی..... دفعہ ۶۵

اس نسبت کی قیمت قباثت ہے یعنی اس کو اعداد میں ٹھیک ٹھیک  
بیان نہیں کیا جاسکتا لیکن حسب خواہش اس کی قیمت اعشاریہ کے کسی  
مقام تک صحیح نکالی جاسکتی ہے۔

عبرانی زبان کے حرف ۲۲ (ہیت) سے اس نسبت کو تعبیر کیا جاتا ہے۔  
اعشاریہ کے پانچ مقامات تک ۲۲ کی صحیح قیمت ۳.۱۴۱۵۹ ہے  
لیکن عملی طور پر اس کو ۳.۱۴ کے مساوی لیا جاتا ہے۔

اس طرح تمام دائروں میں

$$\pi = \frac{\text{محیط}}{\text{قطر}}$$

$$\pi = \frac{\text{دائرہ ا ب ج کا محیط}}{\text{ا ب}}$$

$$\therefore \text{دائرہ ا ب ج کا محیط} = \text{ا ب} \times \pi$$

$$= \pi \times \text{ر خطی اکائیاں}$$

پس قاعدہ : دائرہ کے قطر میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو  $\pi$  سے  
ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب اس کے محیط میں اُنھکی طولی  
اکائیوں کی تعداد ظاہر کرے گا۔

یا مختصراً

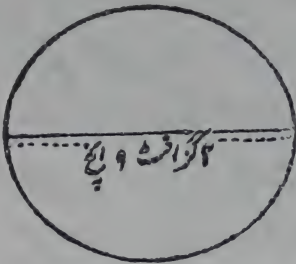


$$\begin{aligned} \text{دائرہ کا محیط} &= ۲۲ \times \text{قطر} \\ \text{ط} &= ۲۲ \times \text{س} \quad (۱) \\ \text{س} &= \frac{\text{ط}}{۲۲} \quad (۲) \end{aligned}$$

### توضیحی مثالیں

— ۷۰ —

مثال ۱۔ ایک ایسے دائرہ کا محیط دریافت کرو جس کے قطر کا ناپ ۲ گز ۱ فٹ ۹ انچ ہے (۲۲ = ۲۲)



دائرہ کا محیط = ۲۲ س ۲۲ انچ ..... دفعہ ۶۹

یہاں س = ۹ + ۱۲ × ۷ = ۹۳ انچ

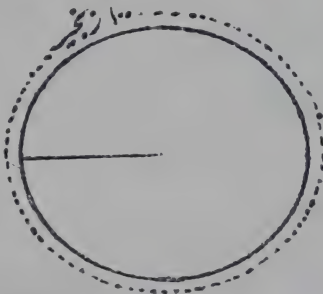
اور ۲۲ = ۲۲

∴ دائرہ کا محیط = ۲۲ × ۹۳ = ۲۰۴۶ انچ

= ۲۹۲ ۲/۷ انچ

= ۸ گز ۰ فٹ ۲ ۲/۷ انچ

مثال ۲۔ ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر معلوم کرو جس کے محیط کا ناپ ۱۰۰ زنجیر ہے (۲۲ = ۲۲)



دائرہ کا قطر = ۲/۲۲ زنجیر ..... دفعہ ۶۹

یہاں ط = ۱۰۰ زنجیر

اور ۲۲ = ۲۲

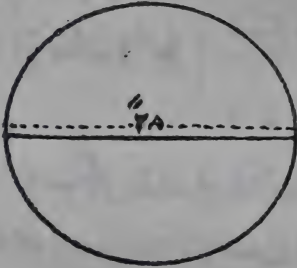
∴ دائرہ کا قطر = ۱۰۰ × ۲/۲۲ = ۹ ۱/۱۱ زنجیر

اور دائرہ کا نصف قطر = ۱/۲ قطر

∴ دائرہ کا نصف قطر = ۵۰ × ۲/۲۲ = ۴۵ ۵/۱۱ زنجیر

= ۱۵ ۱/۱۱ زنجیر

مثال ۳: - بتاؤ کہ نصف میل کا فاصلہ طے کرنے میں ایک پہیہ کتنی گردشیں کرے گا  
اگر اس کا قطر ۲۸ انچ ہو؟  $(\frac{22}{7} = \pi)$



پہیے کا محیط =  $\pi$  ما خطی اکائیاں .... دفعہ ۶۹

یہاں  $\pi = \frac{22}{7}$  ما  $28 =$  انچ

$\therefore$  پہیے کا محیط =  $\frac{22}{7} \times 28$  انچ

$= 88$  انچ

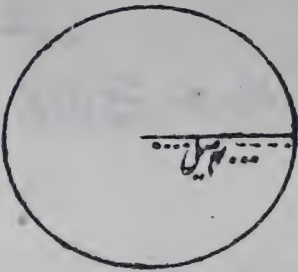
$\therefore$  نصف میل طے کرنے میں { نصف میل  
گردشوں کی تعداد =  $\frac{88}{2}$  انچ

$$\frac{340}{88} = \frac{3 \times 110}{88} = \frac{340}{88}$$

مثال ۴: - زمین کا نصف قطر ۴۰۰۰ میل فرض کیا جائے تو بتاؤ کہ ۱۰ میل فی گھنٹہ  
کی اوسط رفتار سے کوئی شخص خط استوا کے گرد کتنی مدت میں سفر کرے گا -

خط استوا کا طول =  $\pi$  ما خطی اکائیاں ....

.... دفعہ ۶۹



یہاں ما  $2 \times 4000 =$  میل

اور  $\pi = \frac{22}{7}$

$\therefore$  خط استوا کا طول =  $\frac{22}{7} \times 8000$  میل

$\therefore$  مطلوبہ مدت =  $\frac{8000 \times 22}{7 \times 10}$  گھنٹہ

$$= \frac{8000 \times 22}{7 \times 10} \text{ دن}$$

$$= 104 \text{ دن } 18 \text{ گھنٹہ } \frac{1}{2}$$

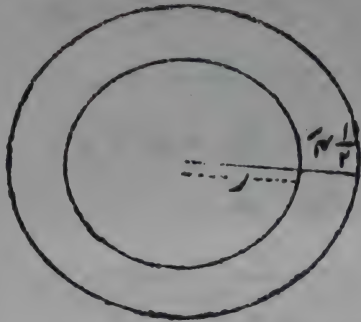
مثال ۵: - دو پہیوں کی ایک گاڑی کو ایک دائرہ کے گرد چلائے میں معلوم ہوا  
کہ اندرونی پہیہ کی ایک گردش جتنی مدت میں ہوتی ہے بیرونی پہیہ اتنی ہی مدت میں  
۳ اگر گردشیں کرتا ہے دونوں پہیوں کا درمیان فاصلہ ۳ فٹ ۶ انچ ہے: اگر ہر ایک



پہلیہ کا قطر ۳ فٹ ہو تو بیرونی پہلیہ سے بننے والے دائرہ کا محیط دریافت کرو۔

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{بیرونی دائرہ کا محیط:} \\ \text{اندرونی دائرہ کا محیط:} \end{array} \right. = \frac{3}{4} : 1$$

$$4 : 3 =$$



اب اگر اندرونی دائرہ کا نصف قطر  
ر فٹ ہو بیرونی دائرہ کا نصف قطر  $(r + R)$   
فٹ ہوگا۔

$$\therefore 2\pi(r + R) : 2\pi R$$

$$4 : 3 = \dots \dots \dots \text{دفعہ ۶۹}$$

$$یا 4 = (r + R) \times 2$$

$$یا 2 = r + R$$

$$\therefore \text{بیرونی دائرہ کا نصف قطر} = (2 + R) \text{ فٹ}$$

$$= 10 \frac{1}{4} \text{ فٹ}$$

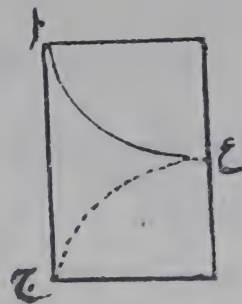
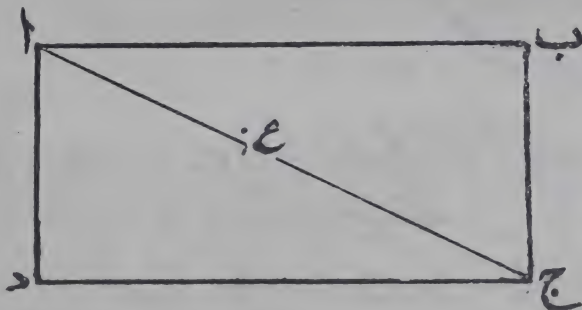
اس لئے —

$$\text{بیرونی پہلیہ سے بننے والے دائرہ کا محیط} = 2 \times \pi \times 10 \frac{1}{4} \text{ فٹ}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{41}{4} \text{ فٹ}$$

$$= 44 \text{ فٹ}$$

مثال ۶۔ کسی مکان کی بیچ نما سیڑھیوں کے طقسہ کا قطر ۶ فٹ ہے اور اوپر کے فرش تک اس کی بلندی ۳۵ فٹ ہے اگر کٹھن سے  $3 \frac{1}{4}$  گز شیش بنی ہیں تو طول معلوم کرو  $(\frac{22}{7} = \pi)$



مستطیل ل ب ج د پر غور کرو اور فرض کرو کہ ل ب کا ناپ  $۲۲ \times ۶$  فٹ اور ب ج کا ناپ  $(۲۵ + \frac{۳}{۴})$  فٹ = ۱۰ فٹ ہے۔  
اگر اس کو موڑ کر ایک کھوکھلا آستوانہ بنایا جائے تو دتر (ج سے آستوانہ کے گرد ایک کامل گردش بنیگی۔

اس لئے اگر اس آستوانہ سے سیرٹھیوں کی تراش ظاہر ہوتی ہو تو خط ل ج بلحاظ طول اور وضع کے کٹھڑے کے متناظر ہوگا۔

اب بروئے سوال دستی سلاخ سے  $\frac{۳}{۴}$  گردشیں بنتی ہیں  
∴ دستی سلاخ کا مجموعی طول = ۲ ج کا طول  $\times \frac{۳}{۴}$

$$= \sqrt{۲ \text{ ب}^۲ + ۲ \text{ ج}^۲} \times \frac{۳}{۴} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= \sqrt{۲۲^۲ + ۱۰۰} \times \frac{۳}{۴} \text{ فٹ}$$

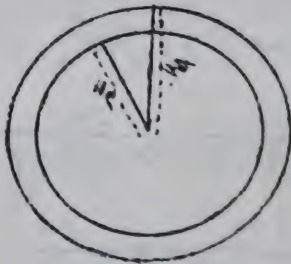
$$= \sqrt{۱۰۰ + \frac{۲(۲۲) \times ۳۶}{۲۴}} \times \frac{۳}{۴} \text{ فٹ}$$

$$= \frac{۱}{۴} \sqrt{۲۲۳۲۴} \text{ فٹ}$$

$$= \frac{۱}{۴} \times ۱۴۹.۷۱۳ \dots \dots \text{فٹ}$$

$$= ۳۷.۴۸۷۵ \text{ فٹ}$$

مثال ۷: ایک گھڑی کی سوئیوں کے طول بالترتیب ۶ اینچ ۴ اینچ ہیں تو ۳ مارچ ۱۱ بجے صبح سے ۵ مئی ۹ بجے صبح تک سوئیوں کے سروں سے طے شدہ فاصلوں کا فرق درج کر دو ( $\frac{۲۲}{۷} = ۳$ )



$$\left. \begin{array}{l} ۳ \text{ مارچ } ۱۱ \text{ بجے صبح سے} \\ ۵ \text{ مئی } ۹ \text{ بجے صبح تک وقفہ} \end{array} \right\} = ۶۲ \text{ دن } ۲۲ \text{ گھنٹہ}$$

$$= ۱۵۱۰ \text{ گھنٹہ}$$

اب گھنٹہ کی سوئی ۱۲ گھنٹوں میں ایک کامل گردش کرتی ہے اس لئے معلومہ



وقفہ میں گھنٹہ کی سوئی  $\frac{1510}{12}$  کال گردشیں اور منٹ کی سوئی ۱۵۱۰ کال گردشیں کرے گی۔

$$\therefore \text{گھنٹہ کی سوئی کے انتہائی نقطہ سے } \left\{ \begin{array}{l} \text{طے شدہ مجموعی فاصلہ} \\ \text{اور منٹ کی سوئی سے طے شدہ فاصلہ} \end{array} \right. = \frac{1510}{12} \times 2 \times 22 = \text{ایچ}$$

$$\therefore \text{مطلوبہ فرق} = 22 \times 1510 \times \left( 4 - \frac{1}{12} \right) = \text{ایچ}$$

$$= \frac{14 \times 1510 \times 22 \times 2}{3 \times 4} = \text{ایچ}$$

$$= 53482 \dots \dots \dots = \text{ایچ}$$

مثال ۱۵۔ ۴ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے اگر ایک مستطیر میدان کو براہ محیط عبور کرنے کے بجائے براہ قطر عبور کرنے میں ایک شخص کو نصف منٹ کم لگتا ہے۔ تو میدان کا محیط دریافت کرو ( $\frac{22}{7} = \pi$ )

فرض کرو کہ محیط کا ناپ لاگڑ ہے

$$\text{تب قطر کا ناپ } \frac{L}{\pi} \text{ گز ہوگا} \dots \dots \dots \text{وقفہ } 49$$

$$= \frac{L}{\pi} = \text{گز}$$

اب وہ شخص ۴ × ۱۴۹۰ گز چلتا ہے ۶۰ منٹ میں

$$\therefore \frac{L}{\pi} \approx \frac{L \times 40}{4 \times 1490 \times 4} \text{ منٹ}$$

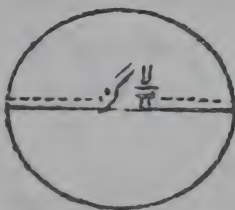
$$\therefore \frac{L}{\pi} \approx \frac{L \times 40}{22 \times 1490 \times 4} \text{ منٹ}$$

لیکن ان دونوں وقفوں کا فرق نصف منٹ ہے۔

$$\therefore \frac{1}{2} + \frac{L \times 40}{22 \times 1490 \times 4} = \frac{L \times 40}{4 \times 1490 \times 4}$$

$$\therefore \frac{1}{2} + \frac{L \times 21}{22 \times 88 \times 4} = \frac{L \times 3}{149 \times 4}$$

$$\therefore 3862 + L \times 21 = L \times 33$$



$$3862 = 512 \therefore$$

$$322 \frac{2}{3} = 5 \therefore$$

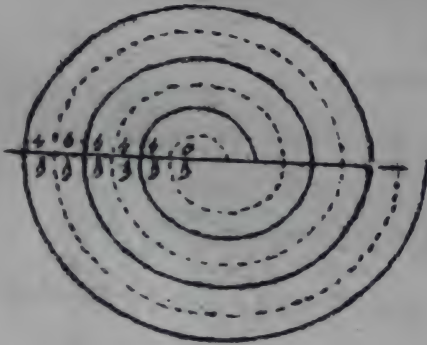
میدان کے محیط کا تناسب  $\frac{2}{3}$  ۳۲۲ گز ہے۔

مثال ۹:- ایک کامل پچکار سوئی رستی (جسکی عمودی تراشش کا قطر ۲۰ ہے) کا چٹا بنایا گیا ہے اور چٹے میں ۸ کامل چکر ہیں۔

ثابت کرو کہ رسی کا طول =  $4\pi + 2\pi(1+n)$  اینچ

اگر شکل سے رسی کا چٹا تعبیر ہوتا ہو تو نقطہ وار خط سے رستی کا طول تعبیر ہو سکتا ہے۔ لیکن یہ نصف دائروں کے ایک سلسلہ

پر مشتمل ہے یعنی



(۱) ۱۲ اینچ قطر کا ایک نصف دائرہ

" " " ۱۴ (۲)

" " " ۱۶ (۳)

" " " ۱۸ (۴)

وغیرہ وغیرہ

اس لئے —

رسی کا طول =  $1\pi + 2\pi + 3\pi + \dots + 2\pi n + 12\pi$  (نصف ۱۲)

$$= \pi(1 + 2 + 3 + \dots + 2n + 12)$$

$$= \pi \cdot \frac{1}{2} (1 + 2n)(1 + 2n + 2)$$

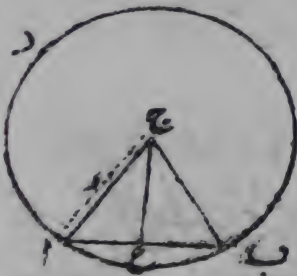
$$= \pi(1 + 2n)(1 + n + 1)$$

مسئلہ ۱۵

۷۱-

دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کا نصف

قطر دیا ہوا ہو۔



فرض کرو کہ دائرہ ۱ ب د کے نصف قطر



ج ۱ کاناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے رہے۔

دائرہ ۱ ب د کا رقبہ ر کی رقوم میں در یافت کرنا مطلوب ہے۔  
فرض کر کہ دائرہ ۱ ب د کے اندر بی ہوئی ن اضلاع کی ایک ششم کثیر الاضلاع کا  
ایک ضلع ۱ ب ہے۔

دائرہ کے مرکز ج سے ۱ ب پر ج ج عمود نکالو اور ج ب کو ملاؤ۔  
تب

$$\text{کثیر الاضلاع کا رقبہ} = \text{ن} \times \frac{\text{۱ ب} \times \text{ج ج}}{۲} \dots \text{دفعہ ۳۲}$$

$$= \frac{\text{ن} \times \text{۱ ب}}{۲} \times \text{ج ج}$$

$\frac{۱}{۲}$  = (کثیر الاضلاع کا احاطہ) \* اندرونی دائرہ کا نصف قطر  
لیکن جیسے جیسے کثیر الاضلاع کے ضلعوں کی تعداد بڑھتی جاتی ہے  
وہیے اس کا رقبہ دائرہ ۱ ب د کے رقبہ کے قریب تر ہوتا جاتا ہے  
اور انتہا میں جب کثیر الاضلاع کے ضلعوں کی تعداد لا انتہا بڑھا دی جائے  
تو اس کا رقبہ دائرہ ۱ ب د کے رقبہ کے برابر اور اس کا احاطہ دائرہ  
۱ ب د کے محیط کے برابر اور اندرونی دائرہ کا نصف قطر دائرہ ۱ ب د کے  
نصف قطر کے برابر ہو جائے گا۔  
اس لیے۔

دائرہ ۱ ب د کا رقبہ =  $\frac{۱}{۲}$  (دائرہ ۱ ب د کا محیط) \* (دائرہ ۱ ب د کا نصف قطر)

لیکن دائرہ ۱ ب د کا محیط =  $۲\pi$  ر طولی اکائیاں ..... دفعہ ۶۹

$$\therefore \text{دائرہ ۱ ب د کا رقبہ} = \frac{۱}{۲} \times ۲\pi \times \text{ر} = \pi \times \text{ر} \times \text{ر}$$

$$= \pi \times \text{ر}^۲ \text{ مربع اکائیاں}$$

پس قاعدہ ۱۰۔

دائرہ کے نصف قطر میں طولی اکائیوں کی تعداد کے مربع کو  
 $\pi$  سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب رقبہ میں متناظر مربع

۱۱۔ اکائیوں کی تعداد کو ظاہر کرتا ہے۔  
یا مختصراً۔

دائرہ کا رقبہ =  $\pi$  (نصف قطر)<sup>۲</sup>

(۱) .....  $\pi = r^2$

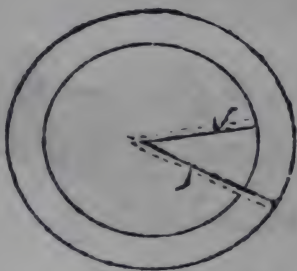
(۲) ..... اسلئے  $r = \sqrt{\frac{\pi}{\pi}}$

۱۲۔ اگر ایک مسلح مستدیر تعلقہ کے اندرونی اور بیرونی نصف قطر بالترتیب  $r$  اور  $R$  ہوں تو ظاہر ہے کہ

تعلقہ کا رقبہ =  $(\pi R^2 - \pi r^2)$  مربع اکائیاں

=  $\pi (R^2 - r^2)$  مربع اکائیاں

=  $\pi (R - r)(R + r)$  مربع اکائیاں



۱۳۔ توضیحی مثالیں

مثال ۱۔ ایک ایسے دائرہ کا رقبہ معلوم کرو جس کے نصف قطر کا ناپ ۶ فٹ ۳ انچ ہے  
( $\frac{22}{7} = \pi$ )

دائرہ کا رقبہ =  $\pi r^2$  مربع اکائیاں ..... دفعہ ۱۱

ہاں  $r = 3 + 12 \times \frac{1}{4} = 6$

اور  $\frac{22}{7} = \pi$

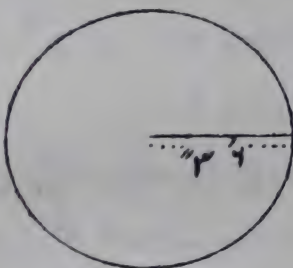
∴ دائرہ کا رقبہ  $\frac{22}{7} \times (6)^2$  مربع انچ

=  $\frac{12360}{7}$  مربع انچ

=  $1765 \frac{5}{7}$  مربع انچ

=  $1765$  مربع فٹ  $110 \frac{5}{7}$  مربع انچ

مثال ۲۔ قریب ترین انچ تک ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جس کا رقبہ  
(اگر  $\frac{22}{7} = \pi$ )

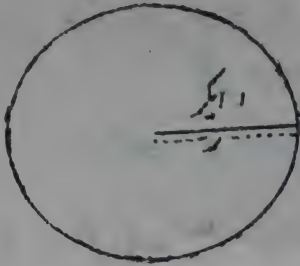




دائرہ کا نصف قطر =  $\sqrt{\frac{ق}{\pi}}$  اکائیاں ..... دفعہ ۷۱

یہاں ق = ۳۸۴۰ مربع گز

اور  $\frac{۲۲}{۷} = \pi$



۸ دائرہ کا نصف قطر =  $\sqrt{\frac{۴ \times ۳۸۴۰}{۲۲}}$  گز

=  $\sqrt{۱۵۴۰}$  گز

= ۳۹۵۲۳۲۰۰۰ گز

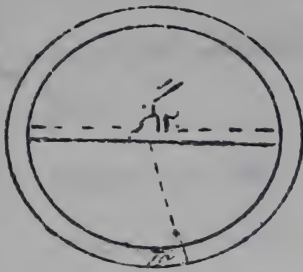
= ۳۹ گز ۰ فٹ ۹ انچ تقریباً

مثال ۱۱: — ۱۲۰ گز قطر والے دائری وضع کے ایک قطعہ زمین کے گرو ۳۸۴۰ فٹ عرض کا راستہ بنا ہوا ہے۔ راستہ کا رقبہ دریافت کرو۔ ( $\frac{۲۲}{۷} = \pi$ )

اندرونی دائرہ کا نصف قطر =  $۳ \times ۹۰ = ۱۸۰$  فٹ

بیرونی دائرہ کا نصف قطر =  $(۱۲ + ۱۸۰)$

= ۱۹۲ فٹ



۵ راستہ کا رقبہ =  $\pi (۱۸۰ - ۱۹۲)$  ×

$(۱۸۰ + ۱۹۲)$  مربع فٹ .... دفعہ ۷۲

=  $\frac{۲۲}{۷} \times ۱۲ \times ۳۸۴۰$  مربع فٹ

= ۱۶۳۵۶ مربع فٹ

= ۱۸۲۸ مربع گز ۳ مربع فٹ

مثال ۱۲: — ایک دائری وضع کی عمارت کا

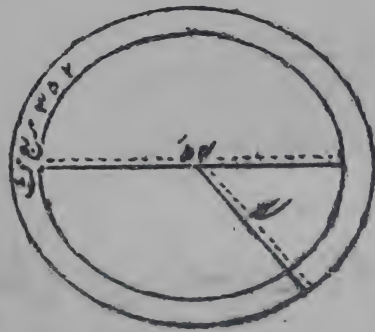
اندرونی قطر ۵۴ فٹ ہے اور دیوار کا قاعدہ

۳۵۲ مربع فٹ جگہ گھیرے ہوئے ہے۔ دیوار

کی موٹائی معلوم کرو۔ ( $\frac{۲۲}{۷} = \pi$ )

فرض کرو ۱ فٹ = عمارت کا بیرونی نصف

تب دیوار کے قاعدے سے گھری ہوئی جگہ



$$\frac{۲۲}{۷} = \{ ۲(۲۷) - ۲ \} \text{ مربع فٹ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۷}$$

$$\therefore \frac{۲۲}{۷} = \{ ۲(۲۷) - ۲ \} \quad ۳۵۲ =$$

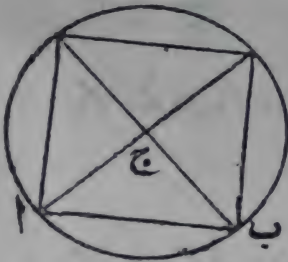
$$\therefore ۲(۲۷) + \frac{۷ \times ۳۵۲}{۲۲} = ۲$$

$$۸۴۱ =$$

$$\therefore ۲۹ = ۲$$

اس لئے دیوار کی موٹائی = ۲ فٹ

مثال ۵: ایک دائرہ کا رقبہ ۱۵۴ مربع اینچ ہے: اس کے اندر بنے ہوئے مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو (  $\frac{۲۲}{۷} = ۳$  )



دائرہ کا نصف قطر =  $\sqrt{\frac{ق}{۳}}$  اینچ ..... دفعہ ۷

$$\text{جہاں ق} = ۱۵۴$$

$$۲۲ = ۳$$

$$\therefore \text{دائرہ کا نصف قطر} = \sqrt{\frac{۷ \times ۱۵۴}{۲۲}} \text{ اینچ}$$

$$۷ = \text{اینچ}$$

اب ا ب ج ایک ایسا متساوی الساقین مثلث قائم الزاویہ ہے جس میں ا ب ج

$$۷ = \text{اینچ}$$

$$\therefore \text{ا ب} = ۲۷ \text{ اینچ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۷}$$

$$۷ \times ۷ = ۴۹ \text{ اینچ}$$

$$= ۹۶۸۹ \text{ اینچ}$$

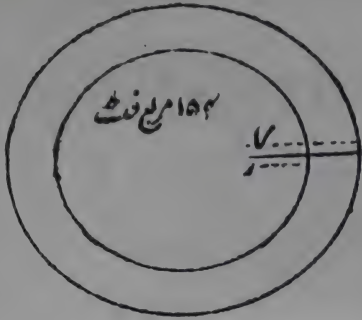
مثال ۶: دو ہم مرکز دائروں کے رقبے بالترتیب ۱۵۴ مربع اینچ اور ۳۰۸ مربع اینچ ہیں: حلقہ کی موٹائی دریافت کرو - (  $\frac{۲۲}{۷} = ۳$  )

بڑے دائرے کا نصف قطر =  $\sqrt{\frac{ق}{۳}}$  اینچ ..... دفعہ ۷



جہاں ق = ۳۰.۸

$$\frac{۲۲}{۷} = ۳$$



$$\therefore \text{بڑے دائرہ کا نصف قطر} = \sqrt{\frac{۷ \times ۳۰.۸}{۲۲}} \text{ انچ}$$

$$= \sqrt{\frac{۷ \times ۱۴}{۲۲}} \text{ انچ}$$

$$= ۲.۸ \text{ انچ}$$

$$\text{چھوٹے دائرہ کا نصف قطر} = \sqrt{\frac{ق}{۲۲}} \text{ انچ ..... دفعہ ۷}$$

یہاں ق = ۱۵.۴

$$\frac{۲۲}{۷} = ۳$$

$$\therefore \text{چھوٹے دائرہ کا نصف قطر} = \sqrt{\frac{۷ \times ۱۵.۴}{۲۲}} \text{ انچ}$$

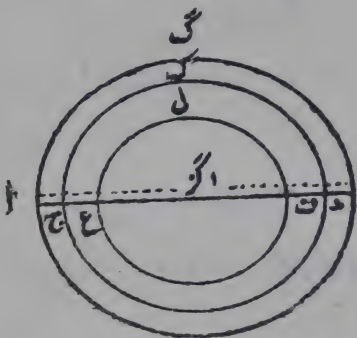
$$= ۱.۷ \text{ انچ}$$

$$\therefore \text{حلقہ کی موٹائی} = (۷ - ۲.۸) = ۴.۲ \text{ انچ}$$

مثال :- اگر ۳ آدمی مل کر اگر قطر کا ایک ساں پتھر خریدیں تو بتاؤ کہ ہر شخص کتنے انچ قطر گھس کر خرچ کر سکتا ہے؟

اگر آگ ب سنگ سان کی ایک تراش

کو تعبیر کرتا ہو تو ل ب قطر ہوگا۔



دائرہ آگ ب کا رقبہ =  $\pi \times \text{مربع اکائیوں}$

..... دفعہ ۷

$$\text{جہاں } ر = \frac{۳۹}{۴} = ۹.۷۵ \text{ انچ}$$

$$\therefore \text{دائرہ آگ ب کا رقبہ} = \pi (۹.۷۵)^2 \text{ مربع انچ}$$

$$\therefore \text{اس حصہ کا رقبہ جو ہر ایک آدمی کو گھسنا چاہیے} = \frac{1}{۳} \pi (۹.۷۵)^2 \text{ مربع انچ}$$

$$\therefore \text{دائرہ ع ل ف کا رقبہ} = \frac{1}{۳} \pi (۹.۷۵)^2 \text{ مربع انچ}$$

$$\text{یعنی } \frac{1}{۳} \pi \times ۷ = \frac{1}{۳} \pi (۹.۷۵)^2 \text{ مربع انچ}$$

$$\text{ع ف} = \sqrt{۲۳۲۲} \text{ انچ}$$

$$= ۲۰۵۷۸۴ \dots \text{ انچ}$$

پھر اندرونی حلقہ کا رقبہ =  $\frac{1}{4} \pi (ج^2 - ع^2) = \frac{1}{4} \pi (۱۸)^2 - \frac{1}{4} \pi (۲۰۵۷۸۴)^2$  ...

$$\therefore \frac{1}{4} \pi (ج^2 - ع^2) = \frac{1}{4} \pi (۱۸)^2 - \frac{1}{4} \pi (۲۰۵۷۸۴)^2$$

$$\therefore ج^2 = ۸۶۴ \text{ مربع انچ}$$

$$\therefore ج = \sqrt{۸۶۴} \text{ انچ}$$

$$= ۲۹۵۳۹۳ \dots \text{ انچ}$$

$$\text{اور ج ع} + \text{ع ف} = ج د - ع ف$$

$$\therefore ج ع + ع ف = ج د = (۲۹۵۳۹۳ - ۲۰۵۷۸۴) \text{ انچ}$$

$$= ۸۵۷۰۹ \text{ انچ تقریباً}$$

نیز

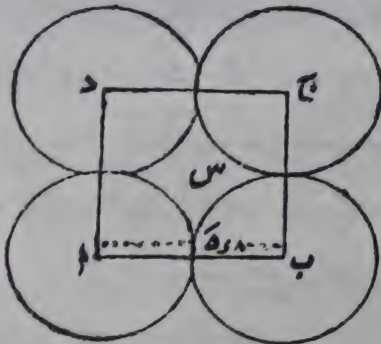
$$\text{ل ج} + ج د = ل ب - ج د$$

$$= (۳۶ - ۲۹۵۳۹۳) \text{ انچ}$$

$$= ۷۷۰۶ \text{ انچ تقریباً}$$

پس ہر ایک آدمی بالترتیب تقریباً ۶۷۰۶، ۸۵۷۰۹، ۲۰۵۷۸۴، ۲۹۵۳۹۳ ... انچ قطر گھسنے کا مقدار ہے۔

مثال ۱۷۳ :- ایک مربع کے چاروں کونوں کے گرد چار مساوی دائرے اس طرح



کھینچے گئے ہیں کہ ہر ایک بقیہ میں سے ۲ کوس

کرتا ہے : دائروں کے محیطوں کی درمیانی

جگہ کا رقبہ دریافت کرو اگر مربع کے ہر ضلع کا ناپ

$$۸۵۷۰۶ \text{ فٹ ہو} (۲۲ = ۲۲)$$

چونکہ مربع کا ہر ایک ضلع = ۸۵۷۰۶ فٹ

$\therefore$  ہر ایک دائرہ کا نصف قطر = ۲۲۹ فٹ



∴ ہر دائرہ کے ایک مربع کا رقبہ  $= \frac{1}{2} \times \pi \times (259)^2$  مربع فٹ .... دفعہ ۱  
اب محیطوں سے گھری ہوئی جگہ میں کا رقبہ = مربع کا رقبہ -  $\pi \times$  کسی دائرہ کے  
ایک مربع کا رقبہ

$$= (538)^2 \text{ مربع فٹ} - \pi \times (259)^2 \text{ مربع فٹ} \dots \dots \text{ دفعہ ۹}$$

$$= 33563 \text{ مربع فٹ} - 264033 \text{ مربع فٹ}$$

$$= 452 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

## امثلہ نمبری (۱۲)

محیط

دائرہ کے محیط معلوم کرو جن کے قطر حسب ذیل ہیں :-

- ۱۔ ۲۱ انچ
- ۲۔ ۱۸ گز ۲ فٹ
- ۳۔ ۱۷ گز ۲ فٹ ۸ انچ
- ۴۔ ۲۳ زنجیر ۵۲ کڑی

دائرہ کے قطر دریافت کرو جن کے محیط حسب ذیل ہیں :-

- ۵۔ ۸۸ انچ
- ۶۔ ۱۲ گز ۲ فٹ
- ۷۔ ۶۸ گز ۱ فٹ ۴ انچ
- ۸۔ ۴۶۲ زنجیر ۴۲ کڑی
- ۹۔ ایک گاڑی کے پہیہ کا قطر ۳۰ انچ ہے۔ بتاؤ ۲۱۰۰ گردشیں کرنے کے لئے اسے کتنی مسافت طے کرنا چاہیے ؟
- ۱۰۔ ۱۲ آن فی گز کے حساب سے ایک ایسے مستطیل قطعہ گھانسن کی احاطہ بندی کی لاگت معلوم کرو جس کا نصف قطر ۵۶ فٹ ہے۔
- ۱۱۔ اس مربع کے ضلع کا طول کیا ہوگا جس کا احاطہ ایک ایسے دائرہ کے محیط کے برابر ہے جس کا قطر ۴۲ انچ ہے۔

۱۲۔۔۔۔۔ بائیسکل کو کس رفتار سے چلانا چاہیے تاکہ اُس کا پہیہ جس کا قطر ۲۰ انچ ہے

ہر ۵ منٹ میں ۴۰ گز دُشیں کرے؟

۱۳۔۔۔۔۔ ایک مستدیر حلقہ کی دبازت معلوم کرو اگر اندرونی اور بیرونی محیطوں کے آپ

بالترتیب ۴ انچ اور ۵ انچ ہیں۔

۱۴۔۔۔۔۔ اگر یہ فرض کیا جائے کہ زمین آفتاب کے گرد ایک دائرہ میں حرکت کرتی ہے اھا اگر

زمین آفتاب سے ۹۵۰۰۰۰ میل کے فاصلہ پر ہو تو معلوم کرو کہ نصف سال میں زمین نے

کتنا فاصلہ طے کیا۔

۱۵۔۔۔۔۔ کسی بائیسکل کے ایک پہیہ کا قطر دوسرے پہیہ کے قطر سے بقدر ۲ انچ زیادہ ہے

اور ایک میل کی مسافت طے کرنے میں معلوم ہوا کہ پہلے پہیہ نے دوسرے سے ۴۸ گردشیں

کم کیں: ہر ایک پہیہ کا قطر دریافت کرو

۱۶۔۔۔۔۔ ایک گھڑی کی سوئیوں کے طول بالترتیب ۴ انچ اور ۳ انچ ہیں ۲ دن ۶ گھنٹوں

میں ان کے سروں سے طے شدہ فاصلوں کا فرق معلوم کرو۔

۱۷۔۔۔۔۔ ایک دائری ریلوے کی پٹریوں کی درمیانی مسافت ۵ فٹ ۶ انچ ہے بیرونی

پہیوں میں سے ہر ایک ۱۰۰۰ گردشیں کرتا ہوا معلوم ہوا جبکہ اندرونی پہیوں میں سے ہر ایک

۹۹۹۸ گردشیں کرتا ہے۔ اندرونی پہیوں سے بننے والے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔



$$\left(\frac{22}{7} = \pi\right)$$

دائروں کے رقبے در یافت کرو جن کے نصف قطر حسب ذیل ہیں۔

۱۸۔۔۔۔۔ ۱۲ گز ۱۹۔۔۔۔۔ ۱۰ ۱/۲ انچ ۲۰۔۔۔۔۔ ۱ فٹ ۲ انچ ۲۱۔۔۔۔۔ ۴ گز ۱ فٹ

۲۲۔۔۔۔۔ ۲ گز ۱ فٹ ۱/۲ انچ ۲۳۔۔۔۔۔ ۴ زنجیر ۲۰ کڑی ۲۴۔۔۔۔۔ ۲ پل ۴ گز

۲۵۔۔۔۔۔ ۳ زنجیر ۲۰ کڑی

دائروں کے نصف قطر دریافت کرو جن کے رقبہ حسب ذیل ہیں۔



- ۲۶ — ۱۵۴ مربع گز — ۲۷ — ۲۶۲ مربع اینچ — ۲۸ — ۱۰ مربع فٹ — ۱۰ مربع اینچ
- ۲۹ — ۱۵۴ مربع اینچ
- ۳۰ — ۱۵۰ روپیہ فی ایکڑ کے حساب سے ایک دائرہ نما میدان کا کرایہ ۲۰۶۲ روپیہ ہے  
بتاؤ کہ اس کا قطر کتنے زنجیر ہے ؟
- ۳۱ — دھات کے ایک سٹریٹ کرٹے کی قیمت ۷۷ روپے اور اُس کا نصف قطر ۱ فٹ ۹ اینچ ہے : اس کی قیمت فی مربع اینچ کیا ہے ؟
- ۳۲ — ایک دائری میدان کا قطر ۲۹ فٹ ہے - ۱۲ آنے مربع گز کے حساب سے  
اِس میں گھانسی لگوانے کی اجرت معلوم کرو -
- ۳۳ — ۱۵ روپے فی ایکڑ کے حساب سے ایک ایسے دائرہ نما میدان کا کرایہ دریافت کرو  
جس کے قطر کا ناپ ۲۰۸ گز ہے -
- ۳۴ — ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۸ فٹ ہے : دوسرے ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر  
دریافت کرو جس کا رقبہ اس دائرہ کے رقبہ کا ایک تہائی ہے
- ۳۵ — دائرہ کا رقبہ دریافت کرو اگر اس کا محیط ایک میل ہے -
- ۳۶ — ۶ آنے فی مربع گز کے حساب سے قریب ترین آنے تک ایک ایسے دائری  
صنع کے قطعہ گھانسی کے گرد ۴ فٹ مستقل عرض کا راستہ بنوانے کی اجرت معلوم  
کرو جس کا قطر ۲۲ فٹ ہے -
- ۳۷ — ایک حلقہ کے اندرونی اور بیرونی نصف قطر بالترتیب ۲۴ اور ۲۵ فٹ ہیں :  
اس کا رقبہ دریافت کرو -
- ۳۸ — ایک حلقہ کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر ۲۰ اینچ ہے : اندرونی دائرہ کا نصف قطر  
دریافت کرو اگر حلقہ کا رقبہ ۲۶ مربع اینچ ہو -
- ۳۹ — ایک ایسے دائرہ کا محیط معلوم کرو جس کا رقبہ ۱ ایکڑ ہے -
- ۴۰ — اُس دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جس کا رقبہ دہی ہے جو ایک ایسے مستطیل  
کا رقبہ ہے جس کے ابعاد ۱۳۲ فٹ و ۶۴ فٹ ہیں -
- ۴۱ — اُس مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ دہی ہے جو ایک  
ایسے دائرہ کا رقبہ ہے جس کا نصف قطر ۷ فٹ ہے -

- ۴۲ — ایک مربع کا ضلع ۴۲ انچ ہے: مربع اور اس کے اندرونی دائرہ کی درمیانی فضا کا رقبہ دریافت کرو۔
- ۴۳ — ایک ایسی رسی کا طول دریافت کرو جس سے ایک گھوڑا اس طرح باندھا گیا ہو کہ وہ ۲۲۰۰ مربع گز رقبہ پر گھاس کھا سکے۔
- ۴۴ — ایک دائرہ کا محیط ایک مثلث متساوی الاضلاع کے احاطہ کے برابر ہے: ان کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔
- ۴۵ — ایک دائرہ کا رقبہ ایک مربع کے رقبہ کے مساوی ہے: ان کے احاطوں کا مقابلہ کرو۔

## سوالات امتحانات

جب تک کہ خاص طور سے ذکر نہ ہو  $\frac{22}{7} = \pi$  فرض کیا جائے

- ۱۔ اگر یہ فرض کیا جائے کہ دائرہ کا محیط اس کے قطر کا  $\frac{1}{2} \pi$  گنا ہوتا ہے تو ایک ایسے دائرہ کا محیط معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۳۸۶ مربع فٹ ہے۔  
(جامعہ الہ آباد میٹریکیولیشن)
- ۲۔ ۲۰ فٹ نصف قطر کا ایک دائرہ نما گھاس کا قطعہ مستقل چوڑائی کے راستے سے گھرا ہوا ہے: راستہ کا عرض دریافت کرو اگر گھاس کا رقبہ راستے کے رقبہ کے مساوی ہو۔

(جامعہ الہ آباد میٹریکیولیشن)

- ۳۔ ایک دائرہ کے رقبہ میں سے دوسرے دائرہ کا رقبہ تقریباً کرنے کے عمل کے بغیر کسی اور طریقہ سے ایک ایسے حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔ جس کے بیرونی اور اندرونی نصف قطرات ترتیب ۳ گز اور ۵ فٹ ہیں۔  
(جامعہ پنجاب: میٹریکیولیشن)

- ۴۔ اعشاریہ کے تین مقامات تک ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جو ایک ایک رقبہ کو احاطہ کر سکتا ہے۔  
(ایضاً)



۵ — شنگ ۴ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے ۸ فٹ قطر کے ایک دائری صحن میں اس طرح پتھر بچھوانے کی اجرت دریافت کرو کہ اس کے وسط میں اگر ضلع کے مساوی وضع کے عوض کے لئے جگہ چھوٹ جائے۔  
(۳۷۱۴۱۶ = ۳۷۱۴۱۶) (جامعہ پنجاب : میٹری کیولیشن)

۶ — ایک مستطیلی میدان کا رقبہ  $\frac{3}{4}$  ایکڑ اور طول اس کے عرض کا دو چندان ہے : اس کے ضلعوں کے طول تقریباً دریافت کرو۔ (ایضاً)  
اگر ایک ٹوٹا ہوا میدان کے بڑے ضلعوں میں سے کسی ایک کے وسطی نقطہ پر باندھا جائے تو ا عشریہ کے دو مقامات تک صحیح طور پر رسی کا طول گزروں میں دریافت کرو تاکہ وہ نصف میدان پر چڑ سکے (۳۷۱۴۱۶ = ۳۷۱۴۱۶) (ایضاً)  
(جامعہ پنجاب : مڈل اسکول)

۷ — ایک دائرہ کا رقبہ ۳۸۵ ایکڑ ہے : اس کا محیط دریافت کرو۔

۸ — دو دائروں کے نصف قطر بالترتیب ۶ اور ۸ فٹ ہیں : ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو جس کا رقبہ ان دونوں دائروں کے رقبوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔

۹ — یہ فرض کر کے کہ دائرہ کا محیط اس کے قطر کا ۳۷۱۴۱۶ گنا ہوتا ہے ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر ا عشریہ کے چار مقامات تک دریافت کرو جس کا محیط ۲ فرلانگ اور ۶۰ گز ہے۔

۱۰ — ایک حلقہ کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر ۳۴۲ فٹ اور اندرونی دائرہ کا نصف قطر اس کا نصف ہے۔ حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۱۱ — ایک دائرہ کا رقبہ ۵۰ مربع گز ہے : نصف قطر دریافت کرو۔

۱۲ — ایک مستطیر قطعہ گھانسن کے گرد ایک سڑک بنی ہوئی ہے۔ بیرونی محیط ۵۰ گز اور اندرونی محیط ۳۰۰ گز ہے : سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔

(جامعہ کلکتہ : میٹری کیولیشن)

۱۳ — ایک دائرہ کا محیط ۱۰۰ فٹ ہے : اس کے اندرونی مربع کے ضلع کا طول دریافت کرو۔ محیط اور قطر کا تناسب ۹ : ۳۷۱۴۱۵ : ۱ ہے (جواب

اعشاریہ کے دو مقامات تک صحیح مطلوب ہے۔

۱۴- ایک دو پہیہ گاڑی جس کے محور کا طول ۳ فٹ ہے ایک دائرہ کے گرد چلائی جاتی ہے۔ بیرونی پہیہ اندرونی پہیہ کی ہر ایک گردش کے لئے ڈیڑھ گردش کرتا ہے۔ ہر ایک پہیہ ۳ فٹ بلند ہے؛ بیرونی پہیہ سے بننے والے دائرہ کا محیط کیا ہوگا؟

۱۵- ایک دائرہ نما قطعہ گھانس پر سے قطر چکر ایک آدمی معلوم کرتا ہے کہ اس طرح چلنے میں اس وقفہ سے ۵۴ سکند کم صرف ہوتے ہیں جو باہر کے رخ گول راستہ اختیار کرنے میں صرف ہوتا؛ اگر وہ آدمی ۸۰ گز فی منٹ چلتا ہو تو قطعہ گھانس کا قطر کیا ہونا چاہیے؟

(یورپین اسکولز: آخری امتحان صوبہ متحدہ)

۱۶- ایک دائرہ کا نصف قطر ۴۴ فٹ ہے؛ دائرہ کے اندرونی مربع اور مربع کے اندرونی دائرہ کے رقبوں کا فرق معلوم کرو۔

۱۷- ایک فٹ نصف قطر کے دائرہ کے اندر ایک منظم سدس بنایا گیا ہے؛ سدس اور دائرہ کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔

۱۸- ایک دائرہ کے محیط اور قطر کا فرق ۶۰ فٹ ہے؛ نصف قطر معلوم کرو۔  
(ڈرٹلی انجینیر: داخلہ)

۱۹- ایک دائرہ نما قطعہ گھانس کے گروپ فٹ عرض کا راستہ بنایا گیا ہے؛ اگر اس دائرہ کا نصف قطر جس میں راستہ بھی شامل ہے ۱۱ فٹ ہو تو ۱ اور ب کا درمیانی ربط معلوم کرو اگر گھانس اور راستہ کے رقبے مساوی ہوں۔

۲۰- شکل منحرف کی واضح کے ایک باغ کے متوازی اضلاع ۱۰۰ اور ۹۰ گز اور اس کا ارتفاع ۸۰ گز ہے۔ باغ کے وسط میں ایک ایسا ناقص نما عرض ہے جس کے محور بالترتیب ۳۰ اور ۴۰ گز ہیں؛ بتاؤ کہ کتنے مربع پل رقبہ پر باغ لگایا جاسکتا ہے؟ (نوٹ: ناقص کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times (a+b) \times h$  اور ب اس کے نصف محور ہیں) (۱۶۱۴ء ۳۱-)

۲۱- ایک دائرہ نما قطعہ گھانس کے اندر جس کا قطر ۴۰ گز ہے ۱۱ فٹ عرض



کا راستہ بنا ہوا ہے جو اس کے گرد کنارہ سے اگز کے فاصلہ پر ہے: ہم پنس فی مربع گز کے حساب سے قطعہ گھاس پر پتہ لگوانے کی اجرت کیا ہوگی؟  
 ۲۲ — چھ تاروں کو ایک درمیا فی تار کے گرد لپیٹ کر ایک طناب بنایا گیا ہے ہر ایک تار کا قطر ایک انچ کا آٹھواں حصہ ہے۔ درمیا فی تار سیدھا ہے اور بقیہ تار ۸ انچ میں ایک لپیٹ کھاتے ہیں۔ ایک گز لمبا طناب بنانے کے لئے مطلوبہ تار کا طول معلوم کرو۔

۲۳ — ۲۳ انچ قطر کی ایک کامل لچکدار رسی کا جٹا بنایا گیا ہے جو ۲۴ کامل حلقوں پر مشتمل ہے: رسی کا طول کیا ہے؟

۲۴ — دو ہم مرکز دائروں کے محیط ۸۳۲ اور ۶۹۹۲ و ۳۷ فٹ ہیں: دائروں کا درمیا فی رقبہ دریافت کرو۔ (۳۷۱۴ = ۱۱)

۲۵ — ۲ شلنگ ۳ پنس فی مربع فٹ کے حساب سے ۳۰ فٹ قطر کے ستیرا جلاس پر پتھر بچھوانے میں کیا اخراجات ہونگے اس طرح کہ وسط میں ۳ فٹ صلیب کی مسدس بنا جگہ چھوٹ جائے؟

۲۶ — دو شخص ۱ اور ۲ اگز قطر کا ایک سان ۱۵ روپے میں خریدتے ہیں جس میں سے اول الذکر ۸ روپے اور ثانی الذکر ۷ روپے ادا کرتا ہے: اب اگر نصف خرچ کیا جائے کہ اس کے محور کے شعراخ کا قطر ۱ فٹ ہے تو بتاؤ کہ سان کو ب کے پاس بھجوانے سے قبل ۱ کتنے انچ نصف قطر گھس کر صرف کر سکتا ہے؟

۲۷ — ذیل کے مسئلہ کو ثابت کرو: دو ہم مرکز دائروں کی درمیا فی جگہ کا رقبہ ایک ایسے دائرہ کے رقبہ کے برابر ہوتا ہے جس کا قطر بیرونی دائرہ کے ایسے وتر کے برابر ہوتا ہے جو اندرونی دائرہ کا تماس ہو۔

۲۸ — ایک مرتبہ گاڑی کو ایک حلقہ کے گرد چلائے وقت یہ دیکھا گیا کہ اندرونی پہیہ کی ۱۱ گردشیں جتنی دیر میں ہوتی ہیں بیرونی پہیہ کی ۱۳ گردشیں ہوتی ہیں۔ دونوں پہیہ ایک دوسرے سے ۴ فٹ ۱۰ انچ کے فاصلہ پر ہیں۔ بیرونی کا قطر اور اندرونی پہیہ کے بننے والے دائرہ کا قطر

دریافت کرو۔

۲۹۔۔۔ ایک کمرہ کی ایک سرحد کا عرض ۲۷ فٹ بلندی ۱۸ فٹ ہے اور اس میں ۹ فٹ قطر کا ایک مستدیر دریچہ ہے جس کا مرکز فرش سے ۸ فٹ بلند ہے: ۱۸ اینچ عرض کے کاغذ کا طول دریافت کرو جو اس کو ڈھانکنے کے لئے درکار ہوگا۔

۳۰۔۔۔ اگر زمین کو کوئی فرض کیا جائے اور اُس کا محیط ۲۵۰۰۰ میل ہو اور حیدر آباد اور یورنا کا درمیانی فاصلہ تقریباً ۲۰۰ میل ہو۔ بتاؤ کہ ان میں سے کسی ایک مقام پر کسی شخص کو انتصاباً کتنی بلندی تک چڑھنا چاہیے تاکہ دوسرا مقام نظر آ سکے۔ (۳۱ = ۱۴۱۷۱۳)

(ڈرٹ کی اپوسٹ آرڈینیٹ : داخلہ)

۳۱۔۔۔ ۷ گز قطر کے ایک قطعہ گھاس کے گرد کنارے سے ۵ گز کے فاصلہ پر ۵ گز عرض کا راستہ بنا ہوا ہے: بتاؤ کہ ۲ روپے فی مربع گز کے حساب سے اس پر تپہ لگوانے میں کیا اخراجات ہوں گے۔

۳۲۔۔۔ دو آدمی ۱ اور ب ۳۰ اینچ قطر کی ایک سان ۱۲ روپے میں خریدتے ہیں جس میں سے ۱ روپے ادا کرتا ہے اور ب ۵ روپے یہ فرض کر کے کہ عین وسطی ۱۰ اینچ قطر بیگار ہیں تو بتاؤ کہ ب کے پاس سان بھجوانے کے قبل کتنے اینچ نصف قطر گھس کر صرف کر سکتا ہے؟

۳۳۔۔۔ ایک مستدیر جھاڑی کے گرد ایک سڑک بنی ہوئی ہے۔ بیرونی محیط ۵۰ فٹ اور اندرونی محیط ۴۰ فٹ ہے: سڑک کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۴۔۔۔ ایک مربع کا رقبہ ۵۴۹۹۰۳۵ مربع فٹ ہے۔ اس کے اندرونی بڑے سے بڑے دائرہ کا رقبہ کیا ہوگا؟ اُس کے محیط کا طول بھی دریافت کرو۔

۳۵۔۔۔ اُس ۴ فٹ عرض کے راستہ کا رقبہ دریافت کرو جو ۵۵ فٹ قطر کے مستدیر قطعہ کے گرد بنا ہوا ہے۔

۳۶۔۔۔ سڑکوں میں سیڑھیوں کا قطر ۵ فٹ، اوپر کی منزل تک اس کی بلندی ۴۵ فٹ، کٹھنرا سے ۱/۳ گز شیں بنتی ہیں: اُس کا طول مطابق ہے۔



۳۷۔ — ۱۰ اینچ مربع مقوہ کے ٹکڑے میں سے چار مساوی اور بڑے سے بڑے دائرے کاٹنے میں کتنے مربع اینچ مقوہ ضائع ہونا ضروری ہے؟  
(۳۷۱۴۱۶ = ۲۱)۔

(رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۳۸۔ — ایک دائری عمارت کا اندرونی قطر ۶۸ فٹ ۱۰ اینچ اور دیوار کی دبازت ۲۲ اینچ ہے: بتاؤ کہ دیوار کا قاعدہ کتنے مربع فٹ زمین کو گھیرے ہوئے ہے۔  
(۳۷۱۴۱۶ = ۲۱)

(رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۳۹۔ — اگر ایک دائرہ کا محیط اور ایک مثلث کا احاطہ مساوی ہوں تو دائرہ کا رقبہ مثلث کے رقبہ سے زیادہ ہوتا ہے: مثلث کے اضلاع ۱۰، ۹ اور ۷ فٹ لے کر مسئلہ بالا کی تصدیق کرو۔

(رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۴۰۔ — ایک دائرہ نما کٹہہ دانا مطلوب ہے: اس رسی کا طول کیا ہونا چاہیے جس کی مدد سے کٹہہ کا محیط کھینچا جائے تاکہ وہ ٹھیک نصف ایکڑ رقبہ گھیرے۔

(رڈ کی اپر سب آرڈینیٹ: داخلہ)

۴۱۔ — ایک حلقہ کی اندرونی سرحد کا نصف قطر ۱۴ اینچ ہے: حلقہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع اینچ ہے: بیرونی سرحد کا نصف قطر دریافت کرو۔ (رڈ کی انجینیر: فائینل)

۴۲۔ — ایک ٹیگ (gig) کو کسی دائری میدان کے گرد چلاتے وقت یہ

دیکھا گیا کہ وہ پہرے جو گھانس کے قریب تر تھا اتنی ہی دیر میں دو گروئش کرتا ہے

جتنی مدت میں کہ دوسرے پہرے کی تین گروئش ہوتی ہیں: میدان کا رقبہ

دریافت کرو اگر پہیوں کے درمیان ۵ فٹ کا فاصلہ ہے۔ جواب مربع فٹ

میں دیا جائے۔ (۳۷۱۴۱۶ = ۲۱) (رڈ کی انجینیر: فائینل)

۴۳۔ — ۲ میل نصف قطر کے دائرہ میں ایک ریل گاڑی حرکت کرتی ہے: اگر

پٹریوں کا درمیانی فاصلہ ۵ فٹ ۶ اینچ ہو اور ریل گاڑی کا دور ۴۰ منٹ میں

ختم ہوتا ہو تو بتاؤ کہ بیرونی پہرے اندرونی پہرے سے کتنے میل فی گھنٹہ تیز حرکت

کرتے ہیں؟

(رڈ کی انجینیر: فائینل)

۴۴ — مڑواں سیڑھیوں کے حلقہ کا قطر ۷ فٹ ۲ اور یہی منزل تک اس کی بلندی ۳۶ فٹ ہے اور کٹھن سے تین گردشیں بنتی ہیں: اس کا طول مطلوب ہے۔ (رڈ کی انجینیر: فائینل)

۴۵ — ایک دائری قطعہ زمین کے گرد ایک سڑک بنی ہوئی ہے۔ سڑک کا بیرونی محیط اندرونی محیط سے ۴۴ گز زیادہ ہے: سڑک کا عرض دریافت کرو۔ (رڈ کی اپرسب آرڈینینٹ: ماہاند)

۴۶ — ایک گھوڑا ایک زنجیر سے باندھا گیا جو ایک ایسے حلقہ سے ملحق ہے جو ایک مثلث نما سلاح پر پھسل سکتا ہے: مثلث کے باہر کا وہ رقبہ دریافت کرو جس پر وہ گھوڑا چر سکتا ہے۔ اگر مثلث کے اضلاع بالترتیب ۳۰، ۴۰ اور ۵۰ فٹ اور زنجیر کا طول ۱۵ گز ہو۔ (رڈ کی اپرسب آرڈینینٹ: ماہاند)

۴۷ — اگر ۱۰ فٹ محیط کے دائرہ کے اندر ایک منتظم سدس بنایا جائے تو ان کے درمیان گھری ہوئی جگہ کا رقبہ دریافت کرو۔ (رڈ کی اپرسب آرڈینینٹ: ماہاند)

۴۸ — ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر فٹ میں ۱۰۰ عشاریہ کے تین مقامات تک دریافت کرو جبکہ رقبہ ۲ فٹ ضلع کے منتظم سدس کے برابر ہے (۱۱۶ = ۳۷) (سینڈ ہرسٹ)

۴۹ — ایک چورس سطح پر ۱۰۵ ایسے اس طرح رکھے ہوئے ہیں کہ ان کے کناروں میں تماس ہوتا ہے اور یہ مساوی الاضلاع مثلثی فریم سے ٹھیک ٹھیک گھیرے جاسکتے ہیں۔ اگر ایک پیسہ کا قطر ۱ انچ ہو تو ثابت کرو کہ مثلث کا ضلع (۱۳ + ۳) انچ ہونا چاہیے۔ نیز اس کا رقبہ تقریباً معلوم کرو۔ (سینڈ ہرسٹ)

۵۰ — ۱۱۶ = ۳۷ فرض کر کے ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر اور محیط دریافت کرو جس کا رقبہ ۳۰۴۳۰۵ مربع فٹ ہے۔ (سینڈ ہرسٹ)

۵۱ — ۹ انچ قطر کے دو مساوی دائرے ایک دوسرے کو مس کرتے ہیں اور نقطہ تماس کو مرکز مان کر ۹ انچ نصف قطر کا ایک تیسرا دائرہ کھینچا گیا: تینوں دائروں سے گھری ہوئی دو جگہوں میں سے کسی ایک جگہ کے اندرونی



دائرہ کا نصف قطر اور رقبہ دریافت کرو۔ (رڈ کی اپوسب آرڈینیت: داخلہ)

۵۲۔ کسی دائرہ کی راستہ کے بیرونی اور اندرونی کناروں کے گزشتہ شرح سے جانے میں ایک سائیکل سوار کا جو وقت صرف ہوتا ہے اس میں ۲۲:۲۳ کی نسبت ہے اور راستہ کا عرض ۱۵ فٹ ہے: اس دائرہ کا قطر دریافت کرو جس سے کہ راستہ کا اندرونی کنارہ بنتا ہے۔ (رڈ کی انجینیر: داخلہ)

۵۳۔ اکائی نصف قطر کے دائرہ کے اندر ایک منظم سدس اور سدس کے اندر ایک دوسرا دائرہ بنائے گئے ہیں: اعشاریہ کے چار مقامات تک صحیح دونوں دائروں کے درمیان گھرے ہوئے حلقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۳۱۵۹ = ۳۱ (جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)

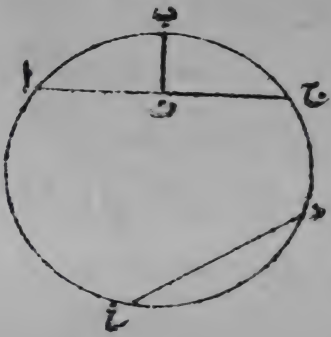
۵۴۔ مساوی رقبہ کے ایک دائرہ اور ایک سدس کے محیطوں کا تناسب چار اعداد تک دریافت کرو۔ ۳۱۵۹ = ۳۱ (رڈ کی انجینیر: داخلہ)

# باب سیم

## دائرہ :- وتر اور قوس

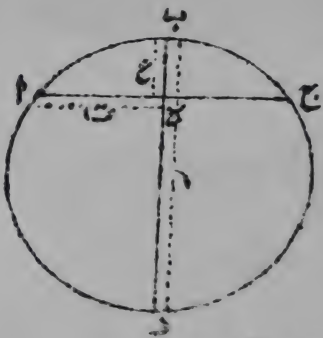
۳۷۔ — دائرہ کا وتر وہ خط مستقیم ہے جو اس کے محیط پر کے کوئی سے دو نقاط کو ملاتا ہے۔

دائرہ کا قوس اُس کے محیط کا ایک حصہ ہے۔  
کسی قوس کے انتہائی نقاط سے ملائے والے خط مستقیم کو قوس کا وتر کہتے ہیں۔  
قوس کے وسطی نقطہ سے اُس کے وتر پر کے عمود کو قوس کا ارتفاع کہتے ہیں۔



پس دائرہ  $\Delta$  ب ج د ع میں ع د ایک وتر ہے،  $\Delta$  ب ج ایک قوس،  $\Delta$  ج قوس  $\Delta$  ب ج کا وتر اور ب ف قوس  $\Delta$  ب ج کا ارتفاع ہے۔

## مسئلہ ۱۶



۳۸۔ — دائرہ کے قوس کے وتر کا طول معلوم کرنا جبکہ قوس کا ارتفاع اور دائرہ کا قطر دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ  $\Delta$  ب ج، دائرہ  $\Delta$  ب ج د کا ایک قوس ہے۔



نیز فرض کرو کہ قوس کے ارتفاع ب  $\phi$  اور اس کے قطرب  $d$  کے  
ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب  $c$  اور  $r$  ہیں۔  
مطلوب یہ ہے کہ قوس کا وتر  $c$  اور  $r$  کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔  
ب  $\phi$  اور  $d$  سے بننے والے مستطیل کا رقبہ

$$= b \phi \text{ اور } c \phi \text{ سے بننے والے مستطیل کا رقبہ}$$

(آفلیدس مقالہ سوم شکل ۳۵)

لیکن ب  $\phi$  اور  $d \phi$  سے بننے والے مستطیل کے رقبہ کا ناپ  $c(r-c)$  (ر-ع)  
متناظر مربع اکائیاں ہے

$$\therefore \text{مستطیل } b \phi = c \phi (r-c) \text{ مربع اکائیاں}$$

یعنی —

$$b \phi = c(r-c) \text{ مربع اکائیاں [کیونکہ } b \phi = c \phi \text{]} \quad [c \phi = c \phi]$$

$$\therefore b \phi = c \sqrt{r^2 - c^2} \text{ خطی اکائیاں ..... وضع ۹}$$

$$\therefore c \phi = \sqrt{r^2 - c^2} \text{ وضع ۱۰}$$

پس قاعدہ —

قوس کے ارتفاع میں کی طولی اکائیوں کی تعداد کو اس تعداد اور دائرہ  
کے قطر میں کی اُسی طولی اکائیوں کی تعداد کے فرق سے ضرب دو۔ تب  
حاصل ضرب کے جذر المربع کے دوچند سے قوس کے وتر میں اُن ہی طولی اکائیوں  
کی تعداد حاصل ہوگی۔  
یا اختصاراً

$$\text{قوس کا وتر} = \sqrt{2 \times \text{ارتفاع} \times (\text{قطر} - \text{ارتفاع})}$$

$$(۱) \quad \sqrt{2 \times c \phi (r - c)} = \text{وتر}$$

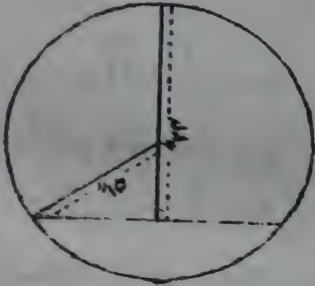
$$(۲) \quad r = \frac{\text{وتر}^2}{2c\phi} + c$$

$$\text{اور } c = \frac{\text{وتر}^2}{2(r - \frac{\text{وتر}^2}{2(r - c)})} \quad (۳)$$

## توضیحی مثالیں

— ۷۶ —

مثال ۱:۔ ایک ایسے قوس کا وتر دریافت کرو جس کا ارتفاع ۲۴ انچ ہے اور جس دائرہ کے محیط کا یہ حصہ ہے اس کا نصف قطر ۱۵ انچ ہے۔



قوس کا وتر = ۲ ما ع (۱۵ - ۲۴) انچ ..... دفعہ ۱۵

یہاں ع = ۲۴ انچ، ۱۵ = ر

∴ قوس کا وتر = ۲ ما ع (۲۴ - ۱۵)

$$۲ \times ۲۴ \sqrt{۲} =$$

$$۱۴۴ \sqrt{۲} =$$

$$۲۴ =$$

مثال ۲:۔ ایک قوس کا ارتفاع ۷ انچ اور اس کا وتر ۴۲ انچ ہے: دائرہ کا قطر دریافت کرو۔



دائرہ کا قطر = (ع +  $\frac{ت^2}{۴}$ ) انچ ..... دفعہ ۷

یہاں ع = ۷، ت = ۴۲

∴ دائرہ کا قطر = (ع +  $\frac{۴۲ \times ۴۲}{۴}$ ) انچ

$$۷۰ =$$

مثال ۳:۔ ۲۵ انچ قطر کے دائرہ کے ایک قوس کا وتر ۲۰ انچ ہے: اس کا ارتفاع معلوم کرو۔

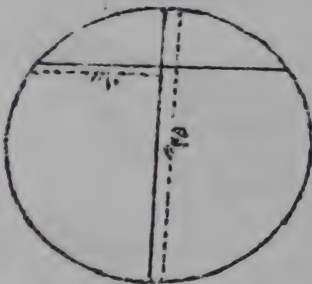
قوس کا ارتفاع =  $\frac{۱ \pm \sqrt{۲۵^2 - ۲۰^2}}{۲}$  انچ ..... دفعہ ۷

یہاں ۲۵ = ر اور ۲۰ = ت

∴ قوس کا ارتفاع =  $\frac{(۲۰ + ۲۵)(۲۰ - ۲۵) \sqrt{۱ \pm ۲۵}}{۲}$  انچ

$$۲۲۵ \sqrt{۱ \pm ۲۵} =$$

$$۱۵ \pm ۲۵ =$$



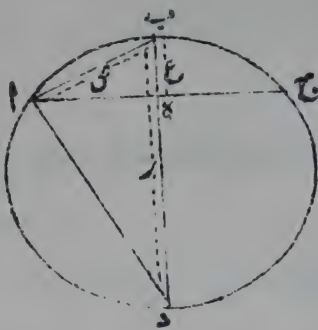


= ۲۰ اینچ یا ۵ انچ

ظاہر ہے کہ یہ دونوں جوابات اس دو قوسوں کو تعبیر کرتے ہیں جن میں کہ دائرہ کا محیط وتر سے منقسم ہوتا ہے۔

## مسئلہ (۱۷)

۷۷۔ دائرہ کی نصف قوس کا وتر دریافت کرنا جبکہ قوس کا ارتفاع  
۲ اور دائرہ کا قطر ۵ دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ ا ب ج دائرہ ا ب ج د  
کا ایک قوس ہے اور قوس کے ارتفاع  
ب کا اور دائرہ کے قطر ب د کے ناپ  
ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب  
ع اور رہیں۔

مطلب یہ ہے کہ نصف قوس کا  
وتر ع اور ر کی رقوم میں دریافت کیا جائے  
ا ب اور ا د کو ملاؤ۔

∴ مثلثات ا ب د اور ا ب د متشابه ہیں۔

(اقلیدس مقالہ ۳ شکل ۳ اور مقالہ ۴ شکل ۳)

∴ د ب : ا ب = ا ب : ب د ..... دفعہ ۶۴

∴ ا ب پر کے مربع کا رقبہ = د ب اور ب د سے بننے والے مستطیل کا رقبہ

..... اقلیدس مقالہ ششم شکل ۱۷

لیکن د ب اور ب د سے بننے والے مستطیل کا رقبہ = ر × ع تناظر

مربع اکائیاں ..... دفعہ ۸

∴ ا ب پر کے مربع کا رقبہ = ر × مربع اکائیاں

∴ ا ب = ر × طولی اکائیاں ..... دفعہ ۹

پس قاعدہ۔

قوس کے ارتفاع میں کی کسی طولی اکائیوں کی تعداد کو دائرہ کے قطر میں کی اسی طولی اکائیوں کی تعداد سے ضرب دو۔ تب اس حاصل ضرب کا جذر المربع اسی طولی اکائی میں نصف قوس کے وتر کے طول کو تعبیر کرے گا۔  
یا اختصاراً۔

نصف قوس کا وتر =  $\sqrt{2}$  دائرہ کا قطر  $\times$  قوس کا ارتفاع

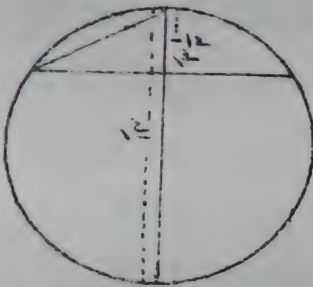
(۱) .....  $\sqrt{2} = \text{ص}$

(۲) .....  $\frac{\text{ص}^2}{\text{ع}} = \text{اس لئے ر}$

(۳) .....  $\frac{\text{ص}^2}{\text{ر}} = \text{ع}$  اور

### توضیحی مثالیں

مثال ۱:۔ ایک قوس کا ارتفاع  $\frac{1}{4}$  فٹ اور دائرہ کا قطر ۱ فٹ ہے: نصف قوس کا وتر معلوم کرو۔



نصف قوس کا وتر =  $\sqrt{2}$  فٹ ..... دفعہ ۱

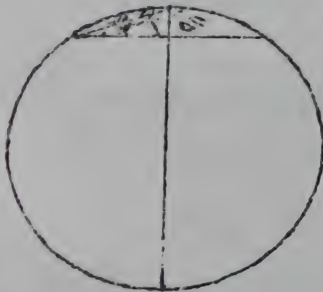
یہاں  $\text{ر} = ۱$  فٹ اور  $\text{ع} = \frac{1}{4}$  فٹ

∴ نصف قوس کا وتر =  $\sqrt{2 \times \frac{1}{4}}$  فٹ

=  $\sqrt{\frac{1}{2}}$  فٹ

=  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  فٹ

مثال ۲:۔ ایک قوس کا ارتفاع ۵ اینچ اور نصف قوس کا وتر ۳ فٹ ہے: دائرہ کا قطر دریافت کرو۔



دائرہ کا قطر =  $\frac{\text{ص}^2}{\text{ع}}$  طولی اکائیاں ..... دفعہ ۲



یہاں ص = ۱۵ انچ

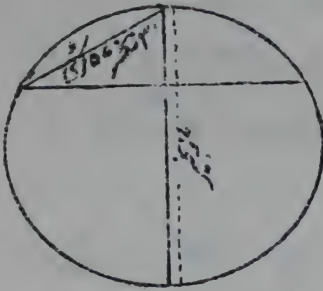
اور ع = ۵ انچ

دائرہ کا قطر =  $\frac{۱۵ \times ۱۵}{۵}$  انچ

= ۴۵ انچ

= ۳ فٹ ۹ انچ

مثال ۳ :- دائرہ کی قوس کا ارتفاع دریافت کرو جبکہ نصف قوس کا وتر ۳ زنجیر ۵۷ کڑی اور دائرہ کا قطر ۷ زنجیر ہے۔



قوس کا ارتفاع =  $\frac{۳۵۷^2}{۸ \times ۷}$  ... دفعہ ۷

یہاں ص = ۳۵۷ زنجیر

ر = ۷ زنجیر

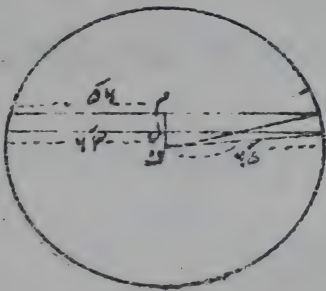
∴ قوس کا ارتفاع =  $\frac{۳۵۷ \times ۳۵۷}{۸ \times ۷}$  زنجیر

=  $\frac{۳۵۷ \times ۳۵۷}{۵۶}$  زنجیر

= ۱۵۸۲.۷ زنجیر

مثال ۴ :- ۶۵ فٹ نصف قطر کے دائرہ میں مرکز کے ایک ہی طرف دو وتر کھینچ گئے ہیں اور ان کے طول بالترتیب ۱۳۶ فٹ اور ۱۱۲ فٹ ہیں۔

ان کا درمیانی فاصلہ دریافت کرو۔



ل م = متوازی وتروں کا درمیانی فاصلہ

= ف ۵ - ف ل

=  $\sqrt{۶۵^2 - ۶۷^2} - \sqrt{۶۵^2 - ۵۶^2}$

=  $\sqrt{۶۵^2 - ۶۷^2} - \sqrt{۶۵^2 - ۵۶^2}$  فٹ

=  $(۶۵ - ۳۳)$  فٹ

= ۱۲ فٹ

مثال ۵ :- اگر زمین کا نصف قطر ... میل فرض کیا جائے تو تقریباً معلوم کرو کہ ایک







حاصل ہوتا ہے۔ جہاں  $\theta$  قوس کا مرکزی زاویہ ہے۔  
یا اختصاراً۔

$$\text{قوس کا طول} = \frac{\text{قوس کا مرکزی زاویہ}}{360} \times \text{دائرہ کا محیط}$$

$$\text{س} = \frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \times 360 \dots\dots\dots (۱)$$

$$\text{اس لیے } \theta = \frac{1}{2} \times 360 = 180 \dots\dots\dots (۲)$$

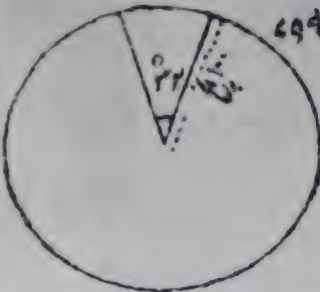
$$\text{اور } r = \frac{1}{2} \times \frac{180}{\pi} \dots\dots\dots (۳)$$

## توضیحی مثالیں

-۸۰

مثال ۱: ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۰۰ انچ ہے: ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس سے مرکز پر  $32^\circ$  کا زاویہ بنتا ہے۔ ( $\frac{22}{7} = \pi$ )

$$\text{قوس کا طول} = \frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \times 360 \times \frac{32}{180} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۴۹}$$



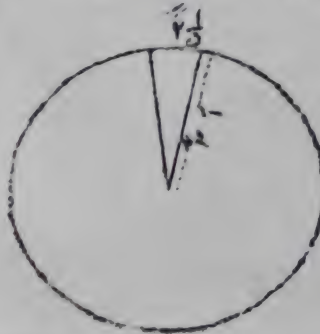
$$\text{یہاں } r = 100 \text{ انچ، } \theta = 32^\circ \text{ اور } \pi = \frac{22}{7}$$

$$\therefore \text{قوس کا طول} = \frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \times 360 \times \frac{32}{180} \text{ انچ}$$

$$= \frac{3520}{7} \text{ انچ}$$

$$= 500 \frac{55}{73}$$

مثال ۲: ایک دائرہ کا نصف قطرانٹ ۳۰ انچ ہے:  $\frac{1}{6}$  انچ طول کے قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔ ( $\frac{22}{7} = \pi$ )



$$\text{مرکزی زاویہ} = \frac{\pi}{2} \times 360 = \frac{\pi}{2} \times 360 \dots\dots\dots \text{دفعہ ۴۹}$$

$$\text{یہاں } s = \frac{1}{6} \text{ انچ، } r = 30 \text{ اور } \pi = \frac{22}{7}$$

$$\therefore \text{مرکزی زاویہ} = \frac{4 \times \pi}{15 \times 22 \times 2 \times 30} \times 360$$



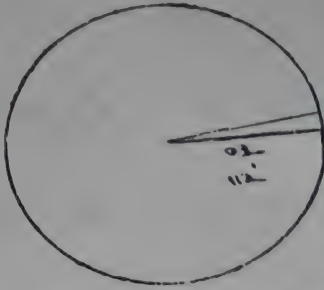
$$\frac{۳۲}{۵} = \text{رجب}$$

$$۶۳^\circ ۸' =$$

مثال ۱۹: کسی دائرہ کے قوس کا طول ۱۱ زنجیر ہے اور اس کے محاذی مرکز پر  $۶۰^\circ ۸'$  کا زاویہ بنتا ہے: نصف قطر درجہ بنت کرو۔ ( $\frac{۲۲}{۲} = ۱۱$ )

$$\text{دائرہ نصف قطر} = \frac{۱۸۰}{۲۲} \times \frac{۱۱}{۱} = \text{طولی اکائی}$$

..... دفعہ ۷۹



$$\text{یہاں س} = ۱۱ \text{ زنجیر، } \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۳} \text{ اور } \frac{۲۲}{۲} = ۱۱$$

$$\therefore \text{دائرہ کا نصف قطر} = \frac{۳ \times ۱۱ \times ۷ \times ۱۸۰}{۱۰ \times ۲۲} = \text{زنجیر}$$

$$۱۸۹ = \text{زنجیر}$$

مسئلہ (۱۹)

۸۱۔۔ دائرہ کی قوس کا طول معلوم کرنا جبکہ قوس کا وتر اور نصف قوس کا وتر دیے ہوئے ہوں۔

قاعدہ۔

نصف قوس کے وتر کے آٹھ گنے میں سے قوس کا وتر تقرباً کو۔ تب حاصل کا ایک تہائی قوس کے طول کو تعبیر کریگا یا منقصراً۔

$$\text{دائرہ کا قوس} = \frac{۸ \times \text{نصف قوس کا وتر} - \text{قوس کا وتر}}{۳}$$

$$\text{س} = \frac{۸ \text{ ص} - ۲ \text{ ت}}{۳}$$

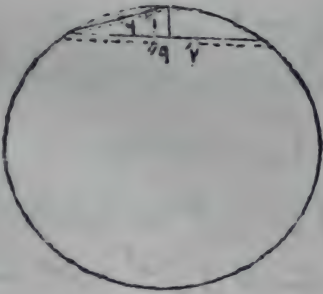
اس ضابطہ کا ثبوت ریاضی اعلیٰ کی واقعیت پر مبنی ہے اور اس لئے یہاں اُسے نظر انداز کیا جاتا ہے۔

اس ضابطہ سے قوس کے حقیقی طول کی صرف تقریبی قیمت حاصل ہوتی ہے۔ قوس کے مرکزی زاویہ کی مقدار جوں جوں کم ہوتی جاتی ہے غلطی میں بھی کمی ہوتی جاتی ہے۔ اس لیے جب قوس کا مرکزی زاویہ بڑا ہو تو نصف قوس کا طول اس ضابطہ کی مدد سے دریافت کرنا بہتر ہوگا اور پھر محصلہ نتیجہ کو دو چند کر دیا جاسکتا ہے۔

## توضیحی مثالیں

-۸۲

مثال ۱:- ایک قوس کا دتر ۲ فٹ ۹ انچ اور نصف قوس کا دتر ۶ انچ ہے: قوس کا طول دریافت کرو۔



$$\text{قوس کا طول} = \frac{۸ - ۲}{۳} \times \text{طولی اکائیاں}$$

..... دفعہ ۸۱

$$\text{یاں } ۲ \text{ ت } ۳۳ = \text{اور ص } ۱۸ =$$

$$\therefore \text{قوس کا طول} = \frac{۳۳ - ۱۲۲}{۳} \text{ انچ}$$

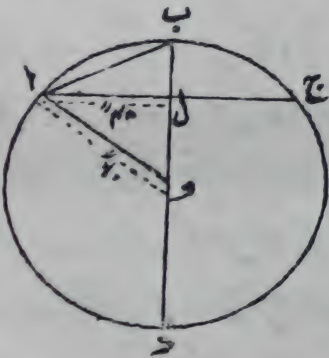
$$= \frac{۱۱۱}{۳} \text{ انچ}$$

$$= ۳۷ \text{ انچ} = ۳ \text{ فٹ } ۱ \text{ انچ}$$

مثال ۲:- ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس کے وتر کا ناپ ۹۶ انچ اور دائرہ کا نصف قطر ۶۰ انچ ہے۔

فرض کرو کہ اب ج د دیا ہوا دائرہ ہے۔

تب۔



$$۱ = ۶۰ \text{ انچ، } ۱۱ = ۲۸ \text{ انچ}$$

$$\therefore \text{ول} = \frac{۲(۶۰) - ۲(۲۸)}{۲} \text{ انچ} \dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= \frac{۱۰۸ \times ۱۲}{۲} \text{ انچ}$$

$$= ۳۶ \text{ انچ}$$



$$\therefore \text{ب ل} = (۶۰ - ۳۶) \text{ انچ}$$

$$= ۲۴ \text{ انچ}$$

$$\therefore \text{ا ب} = \sqrt{۲(۲۴) \times ۲(۲۴)} \text{ انچ} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۶}$$

$$= ۵۳.۶۶۵ \text{ انچ}$$

$$\text{ا ب قوس ا ب ج کا طول} = \frac{۸ \text{ ص} - ۲ \text{ ت}}{۳} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۸۱}$$

$$\text{یہاں ص} = ۵۳.۶۶۵ \text{ انچ}$$

$$\text{اور ب} = ۲۸ \text{ انچ}$$

$$\therefore \text{قوس ا ب ج کا طول} = \frac{۵۳.۶۶۵ - ۲۸}{۳} \text{ انچ}$$

$$= ۱۱.۶۱۱ \text{ انچ}$$

دائروں کے دتروں کی متعلقہ مثالوں کے حل کرنے میں قرین مصلحت یہ ہے کہ ہر صورت میں ایک شکل آری ہائے اور ضابطوں کے حفظ کرنے کے بجائے اُن کی علاحدہ علاحدہ تحقیق کی جائے۔

## نمبری ۱۳

### وتر دائرہ

$$\left( \frac{۲۲}{۷} = \pi \right)$$

- ۱۔ ایک قوس کا وتر ۸ فٹ اور دائرہ کا قطر ۲۰ فٹ ہے: قوس کا وتر دریا کر۔
- ۲۔ ایک قوس کا ارتفاع ۹ انچ اور اُس کے وتر کا طول ۲ فٹ ۶ انچ ہے: دائرہ کا قطر دریافت کر۔
- ۳۔ ایک قوس کا وتر ۷ زنجیر ۵۰ گڑی اور دائرہ کا قطر ۲ زنجیر ۵۰ گڑی ہے: قوس کا ارتفاع معلوم کر۔
- ۴۔ ایک قوس کا ارتفاع ۹ فٹ ۹ انچ اور دائرہ کا قطر ۲ گز ۸ فٹ ہے: نصف قوس کا وتر دریافت کر۔
- ۵۔ ایک قوس کا ارتفاع ۷ زنجیر اور نصف قوس کا وتر ۱۲ زنجیر ۶ گڑی ہے:

دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

۶۔ ایک قوس کا وتر ۴ گز ۲ فٹ اور اُس کا ارتفاع ۱ فٹ ۱ اینچ ہے:

نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

۷۔ ایک قوس کا ارتفاع ۳۵۶ زنجیر اور نصف قوس کا وتر ۸۵۵ زنجیر ہے:

قوس کا وتر دریافت کرو۔

۸۔ ایک قوس کا وتر ۴ زنجیر ۴ کڑی اور نصف قوس کا وتر ۲ زنجیر ۲ کڑی ہے:

قوس کا ارتفاع معلوم کرو۔

۹۔ ثابت کرو کہ  $r = \frac{ص}{ص - \frac{۱}{۲} ت}$

جہاں  $r$  قوس کے نصف وتر،  $ص$  نصف قوس کے وتر اور  $ر$  دائرہ کے قطر کو تعبیر کرتے ہیں۔

۱۰۔ ایک قوس کا وتر ۹ اینچ اور نصف قوس کا وتر  $\frac{۱}{۲}$  اینچ ہے:

دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

۱۱۔ ایک قوس کا ارتفاع ۲ فٹ ۳ اینچ اور نصف قوس کا وتر ۵ فٹ ۳ اینچ ہے:

دائرہ کے مرکز سے قوس کے وتر کا فاصلہ دریافت کرو۔

## قوس دائرہ

$$\left(\frac{۲۲}{۷} = \pi\right)$$

۱۲۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۴ فٹ ۴ اینچ ہے:

اُس کی ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس سے مرکز پر ۳۰ کا زاویہ بنتا ہے۔

۱۳۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۷ فٹ ۷ اینچ ہے:

ایسی قوس کا طول معلوم کرو جس سے مرکز پر ۴۵ کا زاویہ بنتا ہے۔

۱۴۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲ فٹ ۱۱ اینچ ہے:

ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس کے محاذی مرکز پر ۱۲ کا زاویہ بنتا ہے۔



- ۱۵۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۶ اینچ ہے: ۱۱ اینچ قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔
- ۱۶۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۴۵ کڑی ہے: ۳۳ کڑی کی قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔
- ۱۷۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فٹ ہے: ۴ فٹ ۷ اینچ طول کی قوس سے مرکز پر بننے والے زاویہ کی مقدار معلوم کرو۔
- ۱۸۔ ایک دائرہ کی قوس کا طول ۷ کڑی ہے اور اس کے محاذی مرکز پر  $۵۲^{\circ}$  کا زاویہ بنتا ہے، نصف قطر معلوم کرو۔
- ۱۹۔ ایک دائرہ کی قوس کا طول ۲ گز ۲ فٹ ۳ اینچ ہے اور مرکز پر اس کے محاذی  $۳۰^{\circ}$  کا زاویہ بنتا ہے، نصف قطر معلوم کرو۔
- ۲۰۔ ایک قوس کا وتر ۱۱ اینچ اور نصف قوس کا وتر ۱۱ اینچ ہے: قوس کا طول تقریباً دریافت کرو۔
- ۲۱۔ ایک قوس کا وتر ۶ زنجیر ۳ کڑی اور نصف قوس کا وتر ۴ زنجیر ۳ کڑی ہے: قوس کا طول تقریباً معلوم کرو۔
- ۲۲۔ ایک قوس کا وتر ۴۸ اینچ اور دائرہ کا نصف قطر ۳۳ اینچ ہے: قوس کا طول دریافت کرو۔
- ۲۳۔ ایک قوس کا وتر ۲ فٹ ۸ اینچ اور قوس کا ارتفاع ۱ فٹ ہے: قوس کا طول تقریباً دریافت کرو۔

## سوالات امتحانات

(جب تک کہ ذکر نہ کیا جائے  $\frac{۲۲}{۷} = ۳$ )

- ۱۔ ایک دائرہ کے اندرونی اور بیرونی مربعوں کے رقبوں کا فرق ۳۳۸ مربع فٹ ہے: دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

(جامعہ الہ آباد: میٹریکیولیشن)

۲۔ ایک قوس کا وترہ فٹ اور دائرہ کا قطر، فٹ ہے: اعتبار یہ کے چار مقامات تک اینچوں میں قوس کا ارتفاع معلوم کرو۔

(جامعہ پنجاب : مڈل اسکول)

۳۔ ایک قوس کا وتر ۸ گز اور نصف قوس کا وتر ۳ افٹ ہے: دائرہ کا قطر معلوم کرو۔ (ایضاً)

( // ايضاً // )

۴۔ ایک قوس کا وتر ۱۰ فٹ اور اس کا ارتفاع ۲ گز ہے: دائرہ کا قطر اور نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

( ۴ ) ایشا

۵۔ ایک قوس کا وتر ۱۰۰ فٹ ہے اور اس کے محاذی محیط پر ۱۵۰۰ کا زاویہ بنتا ہے : دائرہ کا نصف قطر، قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر دریافت کرو۔

(جامعہ کلکتہ: میٹریکیولیشن)

۶۔ ایک قوس کا وتر ۳۶ فٹ اور نصف قوس کا وتر  $\frac{1}{4}$  ۱۹ فٹ ہے: دائرہ کا قطر دریافت کرو۔  
(پوریہ اسکول: فائینل صوبائی امتحان)

(یورین اسکولز: فائینل سوچی)

۷۔ ۶ فٹ نصف قطر کے دائرہ کی ایک ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس کا وتر ۸ فٹ ہے۔ (مدرس ٹکنیکل: ابتدائی)

(مدراس ٹکنیکل : ابتدائی)

۸۔ ۸ فٹ نصف قطر کے دائرہ کی ایسی قوس کا طول دریافت کرو جس کا وتر ۱۲ فٹ ہے۔ (مدلس تکنیکل: انٹرمیڈیٹ)

(مدیر اسٹیشننگ : انٹرمیڈیٹ)

۹۔ زمین کی سطح پر کے دو انتصابی ڈنڈوں کے بالائی حصے ایک دوسرے سے عین نظر نہیں آتے جبکہ ان کا درمیانی فاصلہ ۸ میل ہوتا ہے اگرچہ ایک ڈنڈے کی بلندی ۱۰ فٹ ہو تو زمین کا نصف قطر دریافت کرو۔

(رُڑکی انجینیر: داخلہ)

۱۔ ایچ طول کے خط مستقیم لب کا نقطہ وسطی و ہے اور کو مرکز مان کر  
ایچ نصف قطر کا ایک دائرہ کھینچا گیا۔ ن محیط پر کا ایسا نقطہ ہے کہ  $n = 5$   
ایچ، ن ب معلوم کرو۔ (نڈ کی انجینیر: داخلہ)

(اللہ کی انجینیر: داخلہ)

۱۱۔ ایک مثلث اُساوی الاضلاع کا قاعدہ ایک نصف دائرہ کے قطر پر اور اُس کا راس نصف دائرہ کی قوس کے نقطہ وسطیٰ پر واقع ہوتے ہیں



اور مثلث کا رقبہ ۱۰۰ مربع اکائیوں ہے : نصف دائرہ کا قطر کیا ہے ؟  
(رڈ کی انجینیر : داخلہ)  
۱۲۔ ایک دائرہ کی قوس کا وتر ۲۰ فٹ اور ارتفاع ۴ فٹ دیے ہوئے ہیں :  
قطر اور قوس کا طول دریافت کرو۔

( ایضاً )  
۱۳۔ ا ب اور ا ج ایک دائرہ کے دو علی القوائم وتر ہیں اور ا ن کے طول  
بالترتیب ۳۰ فٹ اور ۴۰ فٹ ہیں۔ قوس ا ج کا ارتفاع اور دائرہ کا  
قطر دریافت کرو۔  
(رڈ کی ایویسب آرڈینیٹ : داخلہ)

۱۴۔ ایک نصف قوس کا وتر ۲ فٹ ۶ اینچ اور دائرہ کا قطر ۴ فٹ ۲ اینچ  
ہے : قوس کا وتر دریافت کرو۔

( ایضاً )  
۱۵۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۷ فٹ ہے، ۸ فٹ طولی کے وتر پر مرکز  
سے کھینچے ہوئے عمود کا طول دریافت کرو۔  
( ایضاً )

۱۶۔ ایک دائری حلقہ کا قطعہ  $\frac{1}{4}$  فٹ ۲ اینچ دبیز اور اندرونی قوس کا  
وتر نصف قطر کے مساوی ہے : قطعہ کا طول اوسطاً دریافت کرو۔ نصف قطر  
کا طول ۱۰ فٹ ہے۔  
( ایضاً )

۱۷۔ ایک قوس کا وتر ۴۹ فٹ اور نصف قوس کا وتر ۲۵ فٹ ہے :  
دائرہ کا قطر دریافت کرو۔  
( ایضاً )

۱۸۔ ایک گھڑی کی منٹ کی سوئی کا طول دریافت کرو اگر سوئی کا انتہائی  
نقطہ ۵ اینچ طول کے قوس پر  $\frac{1}{4}$  منٹ میں حرکت کرے۔  
( ایضاً )

۱۹۔ پیمائش کرنے سے ایک قوس کا ارتفاع ۷ فٹ ۶ اینچ اور نصف  
قوس کا وتر ۱۵ فٹ ۷ اینچ معلوم ہوئے : بتاؤ کہ کس نصف قطر سے قوس  
کھینچی گئی تھی۔  
( ایضاً )

۲۰۔ ایک دائرہ میں دو متوازی دتروں کے طول ۶ اینچ اور ۸ اینچ ہیں  
اور ان کا درمیانی فاصلہ ۱ اینچ ہے : قطر معلوم کرو۔ (رڈ کی انجینیر : فائینل)

۲۱۔ ایک قوس کا وتر ۲۴ فٹ اور ارتفاع ۵ فٹ ہے: قوس کا طول (رڈ کی اپروپرب آرڈینٹ: فائنل) دریافت کرو۔

۲۲۔ ایک دائرہ کا قطر ۱۲ فٹ ہے: اس کے اندرونی مربع کے ضلع کا طول (رڈ کی اپروپرب آرڈینٹ: فائنل) دریافت کرو۔

۲۳۔ ۳۲ نصف قطر کے مربع دائرہ کے ایسے اندرونی مربع کا رقبہ دریافت کرو جس کے دو اضلاع نصف قطروں پر منطبق ہوئے ہیں۔ (ایضاً)

۲۴۔ ایک پل قوس دائرہ کی شکل کا ہے۔ اس کا فصل ۹۶ فٹ اور ارتفاع ۱۲ فٹ ہے: نصف قطر معلوم کرو۔ (رڈ کی اپروپرب آرڈینٹ: ماہانہ)

۲۵۔ ایک دائری راستہ کا عرض ۴ فٹ اور ایک ایسے خط کا طول جو بیرونی محیط کا وتر اور اندرونی محیط کا مماس ہے ۲۸ فٹ ہے: راستہ کا رقبہ دریافت کرو۔

(رڈ کی اپروپرب آرڈینٹ: ماہانہ) (۳۱ = ۹۱۵۱۳)

۲۶۔ ایک مشاہدہ کرنے والا شخص قطب مینار پر کھڑا ہوا ہے۔ اس کی آنکھ سے دائرہ افق کا فاصلہ دریافت کرو۔ جبکہ زمین سے آنکھ کی بلندی ۲۴۰ فٹ

سے اور زمین کا قطر ۸۰۰۰ میل ہے۔ (جامعہ پنجاب: میٹرنی کیولیشن)

۲۷۔ چار دائروں میں سے ہر ایک کا قطر ایچ ہے۔ انکو اس طرح رکھا گیا کہ ان میں سے دو دوسرے دو دائروں کو مس کرتے ہیں اور بقیہ دو میں سے

ہر ایک تین دائروں کو مس کرتا ہے: اس شکل معین کا رقبہ دریافت کرو جس کے زاویے آنکھ کے مرکزوں پر واقع ہوئے ہیں۔ (سوپریور کونٹس گریڈ ۱۱)

۲۸۔ اب ایک دائرہ کا قطر ہے۔ بج ایسا وتر ہے جو ۳۰ پر ۳۰ کا زاویہ بناتا ہے۔ بج دعو ہے اب پر، اگر لاج = ۱۰۰ ایچ تو اب اور ۱۰۰

دریافت کرو۔ (رڈ کی اپروپرب آرڈینٹ: داخلہ)

۲۹۔ کسی بندرگاہ سے ۴۲ میل کے فاصلہ پر ایک روشنی گھر بنوانا مطلوب ہے۔ آدمی کی اوسط بلندی ۶ فٹ فرض سمجھائے تو بتاؤ کہ اس کی بلندی کتنی

ہونی چاہیے تاکہ بندرگاہ سے روشنی عین نظر آسکے؟ (رڈ کی اپروپرب آرڈینٹ: ماہانہ)



# باب چہارم

## قطعہ دائرہ اور قطاع دائرہ

۸۲ - قطاع دائرہ ایک ایسی شکل ہے جو دو نصف قطروں اور ان کے درمیانی قوس سے گھری ہوئی ہوتی ہے (دیکھو شکل)۔



ان دو نصف قطروں کے درمیانی زاویہ کو قطاع کا زاویہ کہتے ہیں۔  
قطعہ دائرہ ایک ایسی شکل ہے جو ایک وتر اور محیط کے اس قوس سے گھری ہوئی ہے جو وتر سے قطع ہوتا ہے (دیکھو شکل)۔

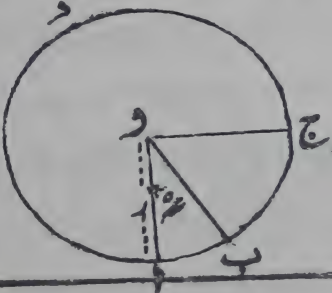


منطقہ دائرہ ایک ایسی شکل ہے جو دو متوازی دتروں اور ان سے قطع ہونے والے قوسوں سے گھری ہوئی ہوتی ہے (دیکھو شکل)۔



### مسئلہ (۲۰)

۸۳ - قطاع دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ دائرہ کا نصف قطر اور قطاع کا زاویہ دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ  $OA$  دائرہ کا  $r$  ب ج د  
کا ایک قطاع ہے اور دائرہ کے نصف قطر  
و  $c$  کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے

رہے۔ نیز فرض کرو کہ قطاع کے زاویہ  $\alpha$  و  $\beta$  کا  $\alpha$  پ عہ ہے۔  
 مطلوب یہ ہے کہ قطاع کا رقبہ  $\alpha$  اور  $\beta$  کی رقوم میں دریافت کیا جائے  
 اور  $\alpha$  پر  $\beta$  ج عمود نکالو۔

کسی دائرہ میں قطاعوں کے رقبے  $\alpha$  کے زاویوں کے متناسب  
 ہوتے ہیں۔ (اقلیدس۔ مقالہ ششم شکل ۳۳)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{دائرہ } \alpha \text{ ب ج د میں قطاع} \\ \text{و } \alpha \text{ ب کا رقبہ: قطاع } \alpha \text{ ب ج کا رقبہ} \end{array} \right. = \frac{\alpha}{\beta} \text{ و } \alpha \text{ ب ج}$$

لیکن  $\alpha = 90^\circ$  : قطاع  $\alpha$  ب ج دائرہ  $\alpha$  ب ج د کا چوتھا حصہ ہے

$$\text{قطاع } \alpha \text{ ب ج کا رقبہ: } \frac{\text{دائرہ } \alpha \text{ ب ج د کا رقبہ}}{4} = \frac{\alpha}{4} \text{ و } \alpha \text{ ب ج: } 90^\circ$$

یعنی قطاع  $\alpha$  ب ج کا رقبہ:  $\frac{\alpha}{4}$  مربع اکائیاں =  $90^\circ$  ..... دفعہ ۱

$$\text{قطاع } \alpha \text{ ب ج کا رقبہ} = \frac{\alpha}{360^\circ} \times \frac{\alpha}{4} \text{ مربع اکائیاں}$$

پس قاعدہ۔  
 دائرہ کے رقبہ کو  $\frac{\alpha}{360^\circ}$  سے ضرب دینے سے قطاع کا رقبہ حاصل  
 ہوتا ہے جہاں  $\alpha$  قطاع کے زاویہ کو تعبیر کرتا ہے۔

$$\text{قطاع کا رقبہ} = \frac{\text{قطاع کا زاویہ}}{360^\circ} \times \text{دائرہ کا رقبہ}$$

$$ق = \frac{\alpha}{360^\circ} \times \frac{\alpha}{4} \text{ ..... (۱)}$$

$$\frac{\alpha}{360^\circ} \times ق = \frac{\alpha}{4} \text{ ..... (۲)}$$

$$ر = \sqrt{\frac{ق}{\frac{\alpha}{4}} \times \frac{360^\circ}{\alpha}} \text{ ..... (۳)}$$



## توضیحی مثالیں

۸۵۔

مثال ۱: افٹ ۲ اینچ نصف قطر کے دائرہ میں ایسے قطاع کا رقبہ معلوم کرو جس کا زاویہ  $25^\circ$  ہے  $(\frac{22}{7} = \pi)$

قطاع کا رقبہ =  $\frac{22}{7} \times \frac{22}{2} \times \frac{25}{360}$  مربع اکائیاں ..... دفعہ

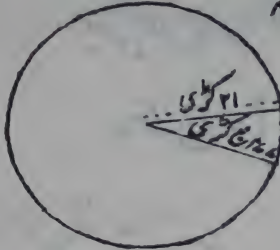
جہاں  $25 = 25$ ،  $\frac{22}{2} = 11$ ،  $22 = 22$ ،  $7 = 7$

قطاع کا رقبہ =  $\frac{22}{7} \times \frac{22}{2} \times \frac{25}{360} = 1.28$  مربع اینچ

$\frac{1}{3} = 128$  مربع اینچ

مثال ۲: ایک قطاع کا رقبہ ۷۷ مربع کڑی اور نصف قطر ۲۱ کڑی ہے: قطاع کا زاویہ معلوم کرو۔  $(\frac{22}{7} = \pi)$

قطاع کا زاویہ =  $\frac{360}{\frac{22}{7} \times \frac{22}{2} \times \frac{77}{21}}$  دفعہ.....



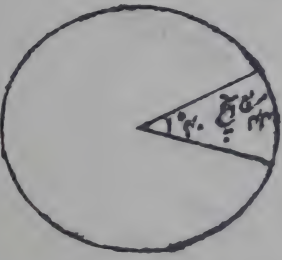
یہاں  $77 = 77$  مربع کڑی،  $21 = 21$  اور  $22 = 22$  کڑی

قطاع کا زاویہ =  $\frac{360}{\frac{22}{7} \times \frac{22}{2} \times \frac{77}{21}} = 20^\circ$

مثال ۳: ایک قطاع کا رقبہ ۴۴ مربع اینچ اور اس کا زاویہ  $90^\circ$  ہے: قطاع کا نصف قطر دریافت کرو  $(\frac{22}{7} = \pi)$

قطاع کا نصف قطر =  $\sqrt{\frac{360}{\frac{22}{7} \times \frac{22}{2} \times \frac{44}{21}}}$  طولی اکائیاں ..... دفعہ ۸۴

یہاں  $44 = 44$ ،  $22 = 22$  مربع اینچ اور  $22 = 22$

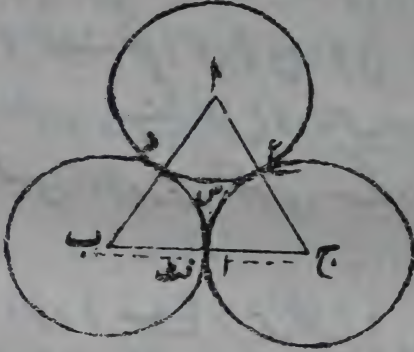


قطاع کا نصف قطر =  $\sqrt{\frac{360}{\frac{22}{7} \times \frac{22}{2} \times \frac{44}{21}}}$  اینچ

$\sqrt{121} = 11$  اینچ

$11 \times 22 = 242$  اینچ تقریباً

**مثال** تین مساوی دائروں کو اس طرح رکھا گیا کہ ہر ایک کا محیط بقیہ دہ کو مس کرتا ہے اگر ہر ایک دائرہ کے قطر کا ٹاپ انٹ ہو تو ان کے افد غیر واقع شدہ درمیانی جگہ کا رقبہ معلوم کرو ( $\frac{22}{7} = 3\frac{1}{2}$ )



جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے اگر دائروں کے مرکز A، B، C کو ملا دیا جائے تو بدیہاً A، B، C ایک ایسا مثلث مساوی الاضلاع ہو گا جس کا ضلع = ۱ انٹ

$$\therefore \text{مثلث مساوی الاضلاع} = \frac{3\sqrt{3}}{4} = \text{A، B، C کا رقبہ}$$

مربع انٹ .... دفعہ ۲۱

A، B، C دائروں کے اندر واقع ہونے والی جگہ س = مثلث A، B، C کا رقبہ - ۳ × قطاع A، B، C کا رقبہ اور قطاع A، B، C کا رقبہ =  $\frac{1}{4} \times \pi \times (\frac{1}{2})^2 = 2$  مربع انٹ ..... دفعہ ۱ (کیونکہ  $\text{B، A، C} = 90^\circ$ )

$$\therefore \text{س کا رقبہ} = \frac{3\sqrt{3}}{4} - \text{مربع انٹ} - \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \text{مربع انٹ}$$

$$= 3\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} - 3\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2} = 561541328$$

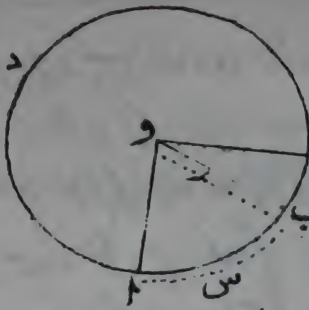
$$= (561541328 - 561541328) = \text{مربع انٹ تقریباً}$$

$$= 55682 \text{ مربع انٹ تقریباً}$$

**مسئلہ (۲۱)**

۸۶ - قطاع دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ اس کی قوس کا طول اور دائرہ کا نصف قطر دیے ہوئے ہوں۔





فرض کرو کہ دب دائرہ اب ج د کا

ایک قطاع ہے

فرض کرو کہ قطاع کے قوس اب کا طول ج کسی طولی اکائی کے لحاظ سے س اور دائرہ اب ج د کا نصف قطر اسی طولی اکائی کے لحاظ سے

رہے مطلوب یہ ہے کہ قطاع کا رقبہ س اور ر کی رقوم میں دریافت کیا جائے۔ اور ج علی القوام کچھ کسی دائرہ میں قطعوں کے رقبے ان کی قوسوں کے متناسب ہوتے ہیں۔ (اقلیدس مقالہ ششم شکل ۳۳)

$$\text{دائرہ اب ج د میں قطاع} \left\{ \begin{array}{l} \text{دب کا رقبہ} \\ \text{قطاع دب ج کا رقبہ} \end{array} \right. = \text{قوس اب : قوس اب ج}$$

لیکن  $\angle ج = 90^\circ$

قطاع دب ج دائرہ اب ج د کا چوتھا حصہ ہے  
اور قوس اب ج محیط اب ج د کا چوتھا حصہ ہے  
قطاع دب کا رقبہ : دائرہ اب ج کا رقبہ

$$= \text{قوس اب : } \frac{\text{دائرہ اب ج کا محیط}}{۴}$$

یعنی -  
قطاع دب کا رقبہ :  $\frac{۲۲}{۷} = س : \frac{۲۲}{۷} \dots\dots\dots$  دفعات ۶۹، ۱

$$\therefore \text{قطاع دب کا رقبہ} = س \times \frac{۲۲}{۷} \times \frac{۴}{۲۲} \text{ مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{۱}{۴} س \text{ مربع اکائیاں}$$

پس قاعدہ —

قطاع کے قوس میں کی کسی طولی اکائیوں کی تعداد کو نصف قطر میں کی اسی طولی اکائی کی تعداد سے ضرب دو بت حاصل ضرب کا نصف متناظر مربع اکائیوں میں اُس کے رقبہ کو

تعبیر کرے گا۔

یا اختصاراً —

$$\text{قطاع کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{قوس} \times \text{نصف قطر}$$

$$(۱) \dots\dots\dots \text{ق} = \frac{1}{2} \text{س ر}$$

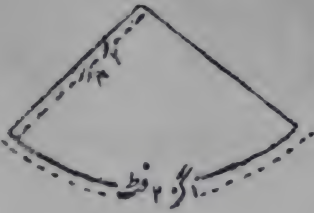
$$(۲) \dots\dots\dots \text{اس لئے س} = \frac{۲}{\text{ق}}$$

$$(۳) \dots\dots\dots \text{اور ر} = \frac{۲\text{ق}}{\text{س}}$$

## توضیحی مثالیں

- ۸۷

مثال ۱: ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا نصف قطر ۲ فٹ ۸ انچ اور قوس اگر ۲ فٹ ہے۔



$$\text{قطاع کا رقبہ} = \frac{1}{2} \text{س ر مربع اکائیاں} \dots\dots \text{دفعہ ۸۶}$$

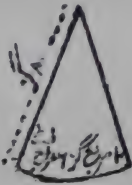
$$\text{یہاں ر} = \frac{۲}{\text{ق}} \text{ فٹ اور س} = ۵ \text{ فٹ}$$

$$\therefore \text{قطاع کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times ۵ \times \frac{۲}{۵} \text{ مربع فٹ}$$

$$= \frac{۲}{۲} \text{ مربع فٹ}$$

$$= ۱ \text{ مربع فٹ ۹۶ مربع انچ}$$

مثال ۲: ایسے قطاع کی قوس کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۱۰ مربع گز ۶ مربع فٹ اور جس کا نصف قطر ۸ گز ہے۔



$$\text{قوس کا طول} = \frac{۲\text{ق}}{\text{ر}} \text{ طولی اکائیاں} \dots\dots \text{دفعہ ۸۶}$$

$$\text{یہاں ق} = ۹۶ \text{ مربع فٹ اور ر} = ۲۴ \text{ فٹ}$$

$$\therefore \text{قوس کا طول} = \frac{۹۶ \times ۲}{۲۴} \text{ فٹ}$$

$$= ۸ \text{ فٹ}$$



مثال ۲: ایک قطار کا رقبہ ۸۴ مربع زنجیر اور اُس کی قوس کا طول ۶۰ گز می ہے :  
نصف قطر معلوم کرو۔

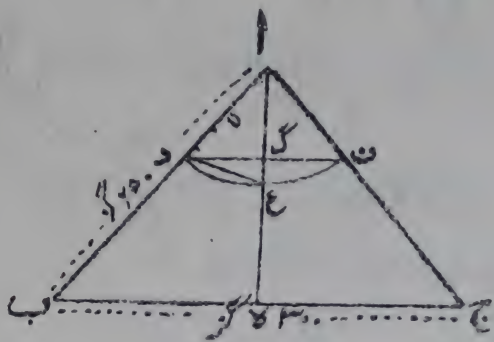
قطر کا نصف قطر =  $\frac{r^2}{s}$  طولی اکائیاں ..... دفعہ ۸۶

یہاں ق = ۸ و م = مرحلہ زنجیر اور س = ۶ و ۷ = زنجیر

۱. قطاع کا نصف قطر =  $\frac{۲۵۸ \times ۲}{۰.۵۶}$  زنجیر

14 =

مثال ۴: مثلث مساوی الساقین کی وضع کے ایک میدان کی مساوی ساق کا طول ۲۵۰ گز ہے اور اس کا قاعدہ ۲۰۰ گز ہے۔ اس رسی کا طول کیا ہونا چاہیے جس کا ایک سر تو میدان کے راس پر ہے اور دوسرا ایک گھوڑے کی ناک کے قریب باندھ دیا گیا ہو اس طرح کہ گھوڑا ٹھیک ٹھیک میدان کے پانچویں حصہ پر چر سکتا ہے۔



اگر ا د سے مطلوبہ رسی کا طول تعبیر ہوتا ہو

تو قطعاً دعوت اس رقبہ کو تعمیر کرے گا جس پر کہ گھوڑا گھمانس کھاتا ہے۔

بج پر ۱ لا غور نکالو۔ دے اور دے کو ملاؤ اور فرض کرو کہ ۱ دکاناپ

لا زب -

اب، دف اور ح د دونوں کو لاکی رقوم میں دریافت کرنا ضروری ہوگا تاکہ قوس ح د کا طول لاکی رقوم میں اور پھر قطاع ح د ف کا رقبہ لاکی رقوم میں بیان کیے جاسکیں۔

دعا کو معلوم کرنے کے لیے متضاد مشقات سے حاصل ہوتا ہے کہ

دفعه: ب ج = ا د : ا ب ..... دفعه ۶۴

$$\therefore \text{د ف} = \frac{350}{5} \text{ گز}$$

$$= \frac{70}{5} \text{ گز}$$

د ع دریافت کرنے کے لیے متشابہ مثلثات سے حاصل ہوتا ہے کہ

$$\text{ا گ} : \text{ا د} = \text{ا ب} : \text{ا ح} \quad \text{دفعہ ۶۳}$$

$$\text{لیکن ا ح} = \sqrt{2(250) - 2(150)} \text{ گز} \quad \text{دفعہ ۶۳}$$

$$= \sqrt{100 \times 200} \text{ گز}$$

$$= 200 \text{ گز}$$

$$\therefore \text{ا گ} = \frac{70}{250} \text{ گز}$$

$$= \frac{70}{5} \text{ گز}$$

$$\therefore \text{گ ع} = \text{ا ح} + \text{ا گ} = \left( \frac{70}{5} - 10 \right) \text{ گز}$$

$$= \frac{20}{5} \text{ گز}$$

$$\text{ا ب} \quad \text{د ع} = \text{د گ} + \text{گ ع} \quad \text{دفعہ ۶۳}$$

$$\therefore \text{د ع} = \sqrt{\left( \frac{70}{5} \right)^2 + \left( \frac{20}{5} \right)^2} \text{ گز}$$

$$= \frac{74}{5} \text{ گز}$$

$$\text{اس لیے قوس د ع ف کا طول} = \frac{1}{3} (8 \times \text{د ع} - \text{د ف}) \quad \text{دفعہ ۸۱}$$

$$= \frac{1}{3} \left( \frac{70}{5} - \frac{74}{5} \times 8 \right) \text{ گز}$$

$$\text{اور قطاع ا د ع ف کا رقبہ} = \frac{1}{2} \times \text{ا د} \times \text{قوس د ع ف} \quad \text{دفعہ ۸۶}$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{1}{3} \left( \frac{70}{5} - \frac{74}{5} \times 8 \right) \text{ مربع گز}$$



لیکن قطاع ا د ع ف کا رقبہ  $\Delta \times \frac{1}{2} =$  ا ب ج کا رقبہ

$$= \frac{1}{2} \times \frac{ج}{۳} \sqrt{۳^۲ - ج^۲} = \text{مریخ گز} \dots \text{دفعہ ۲۴}$$

جہاں ج = ۳۰۰ اور ج = ۲۵۰

$$\therefore \text{رقبہ} = \frac{1}{2} \times \frac{۳۰۰}{۳} \sqrt{(۳۰۰)^۲ - (۲۵۰)^۲} = \text{مریخ گز}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{۳۰۰}{۳} \times ۲۰۰ = \text{مریخ گز}$$

$$= ۱۰۰۰۰ \text{ مریخ گز}$$

$$\therefore ۱۰۰۰۰ = \left( \frac{۱۷۶}{۵} - \frac{۱۰۶۷۸}{۵} \right) \frac{1}{۳} \times ۱۷ \times \frac{1}{۲}$$

$$\therefore ۱۰۰۰۰ = \left( ۳ - ۱۰۶۷۲ \right) \frac{۱۷}{۱۵}$$

$$\therefore \frac{۱۰۰۰۰}{۳ - ۱۰۶۷۲} = ۱۷$$

$$\frac{(۳ + ۱۰۶۷۲) ۱۰۰۰۰}{۹ - ۱۹۰} =$$

$$= \frac{۱۵۱ \times ۱۰۶۷۲ \times ۱۰۰۰۰}{۱۵۱} =$$

$$= \frac{۱۵۱ \times ۱۰۶۷۲}{۱۵۱} \text{ تقریباً}$$

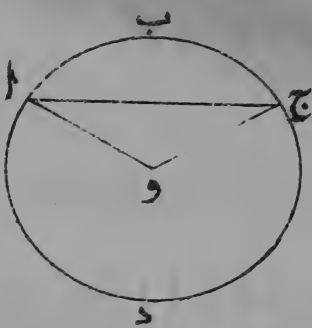
$$= ۱۰۶۷۲ \text{ تقریباً}$$

$$\therefore ۱۰۶۷۲ = ۱۷ \text{ تقریباً}$$

اس لیے رسی کا مطلوبہ طول = ۱۰۶۷۲ گز تقریباً

مسئلہ (۲۲)

قطعہ دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا۔



جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے کوئی وتر ا ج  
دائرہ ا ب ج د کو دو قطععات میں منقسم  
کرتا ہے۔

(۱) قطعہ ا ج ب جو نصف دائرہ سے  
چھوٹا ہے اور جس کو ہم قطعہ صغیر  
کہیں گے۔

(۲) قطعہ ا ج د جو نصف دائرہ سے بڑا  
ہے اور جس کو ہم قطعہ کبیر کہیں گے۔  
یہ بھی ظاہر ہے کہ۔

(۱) قطعہ صغیر ا ج ب کا رقبہ = قطاع و ا ب ج کا رقبہ -  $\triangle$  و ا ج کا رقبہ  
(۲) قطعہ کبیر ا ج د کا رقبہ = قطاع و ا د ج کا رقبہ +  $\triangle$  و ا ج کا رقبہ  
پس قاعدہ —

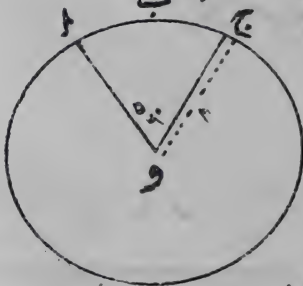
قطعہ دائرہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے قطاع کا رقبہ معلوم  
کرد جس کا قوس وہی ہے اور پھر اس میں سے نصف قطروں  
اور وتر سے بننے والے مثلث کا رقبہ تفریق کرو یا اس میں  
جمع کرد بلحاظ اس کے کہ قطعہ نصف دائرہ سے چھوٹا یا بڑا ہو  
یا مختصراً —

قطعہ کا رقبہ = قطاع کا رقبہ  $\mp$  مثلث کا رقبہ

توضیحی مثالیں

— ۸۹

مثال ۱: ایک دائرہ کا نصف قطر ۸ فٹ اور قطاع کا زاویہ ۶۰° ہے  
قطعہ کا رقبہ دریافت کرو ( $\frac{22}{7} = \pi$ )  
قطعہ ا ج ب کا رقبہ = قطاع و ا ب ج کا رقبہ -  $\triangle$  و ا ج کا رقبہ  
۸۸ دفعہ  
اب قطاع و ا ب ج کا رقبہ =  $\frac{22}{7} \times 8 \times 8 \times \frac{60}{360}$   
۸۸ دفعہ





جہاں  $e = 2.40$  و  $r = 8$  فٹ

خطا و اب ج کارقہ =  $\frac{40}{340} \times \frac{32}{4} \times 28$  مربع فٹ

$$= \frac{60.4}{21} \text{ مربع فٹ}$$

$$= 523 \text{ و } 327 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

اور  $\Delta$  و  $\alpha$  ج کا رتبہ =  $\frac{34}{2}$  و مربع اکٹیاں ..... د فیہ ۲۱

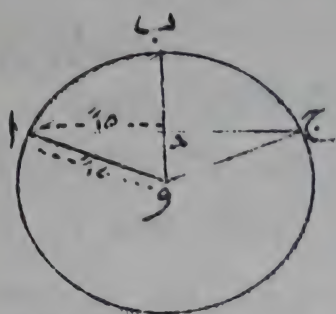
پہاں ۱ = ۸ فٹ

۱۷.  $\Delta$  و  $\Delta$  کا رقبہ =  $412$  و  $26$  مربع فٹ تقریباً

اس لیے  $\text{قلعہ کا رقبہ} = (۲۳۵ \times ۳۳۳ - ۱۲۷۷۲) \text{ مربع فٹ تقریباً}$

۸۱۱ و ۵۰ بیع فنی تقسیم

مثال ۱۴: ایک نصف قطر کے دائرہ میں ۳۰ انچ طول کے وتر سے ایک قطعہ  
سہاٹا گیا: قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔



فقط ا ج ب = قطاع و ا ب ج -- ذ و ا ج

۸۸ دنیای .. ..

اب  $\Delta$  واج =  $\frac{1}{4} \times ۱۰ \times ۵$  راجع الی

۳۰ دلتا ..

یہاں آج - ۳۰ اپریل

14 دقة .....  $\lambda = \sqrt{15 - 16} = \sqrt{21 - 12} = 9$  الد

∴  $\angle$  و  $\angle$  =  $\frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$  مربع

۱۲ مرجع ایضاً

... قطاع و ا ب ج =  $\frac{1}{4} \times$  قوس  $\times$  نصف قطر ... .. دفه ۴۹

۱- س - مربع ایچ

14 = 204

اور  $س = \frac{ص ۸ - ۳ ت}{۳}$  ..... دفعہ ۸۱

$\frac{۳۰ - ۱۷۳۴۹ \times ۸}{۳}$  ..... دفعہ ۱۶

$= ۳۶۳۴۳$  تقریباً

∴ قطاع و اب ج  $= \frac{۱}{۲} \times ۳۶۳۴۳ \times ۱۷$  مربع اینچ تقریباً

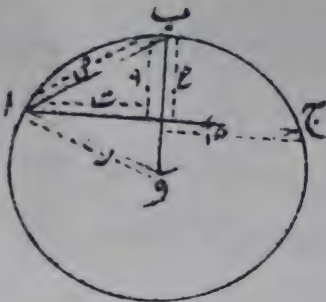
$= ۳۱۱۳۲۲$  مربع اینچ تقریباً

پس —

قطعه ا ج ب  $= (۳۴۲ + ۳۱۱۳۲۲ - ۱۲۰)$  مربع اینچ تقریباً

$= ۱۹۱۳۲۲$  مربع اینچ تقریباً

مثال ۳۳: ایک ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر کا اپ ۳۰ اینچ اور جس کا ارتفاع ۹ اینچ ہے۔



ص  $۲ = ۲$  ع  $۲$  ..... دفعہ ۷۷

اور ص  $۲ = ۲$  ت  $۲$  + ع  $۲$  ..... دفعہ ۱۶

∴ ع  $۲ = ۲$  ت  $۲$  + ع  $۲$

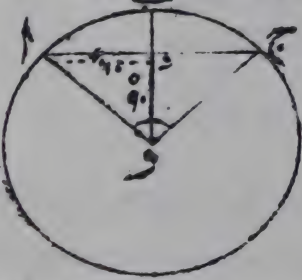
∴  $۱۷ = \frac{۲(۹) + ۲(۱۵)}{۹ \times ۲} = \frac{۲ ت + ۲ ع}{ع ۲}$

یعنی دائرہ کا نصف قطر  $= ۱۷$  اینچ

اب سابقہ مثال کی طرح عمل کرنے سے معلوم ہوگا کہ قطعہ کا رقبہ تقریباً  $۱۹۱۳۲۲$

مربع اینچ ہے۔

مثال ۳۴: ۹۰ کی ایک مستدیر کمان کا فاصل ۱۲۰ فٹ ہے: قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔



قطعه ا ب ج = قطاع و اب ج -  $\Delta$  و ا ج

..... دفعہ ۸۸

اب  $>$  اوج  $= ۹۰$

∴ و د  $= ۵۱ = ۹۰$  فٹ



اور  $۱ = ۲ = ۲۱۴ = ۲۱۴$  فٹ ..... دفعہ ۱۷  
پھر قطاع و اب ج = دائرہ کا  $\frac{1}{4}$

∴ قطاع و اب ج کا رقبہ =  $\frac{۲۱۴}{۴}$  مربع فٹ ..... دفعہ ۷۱  
جہاں  $۲۱۴ = ۲۱۴$

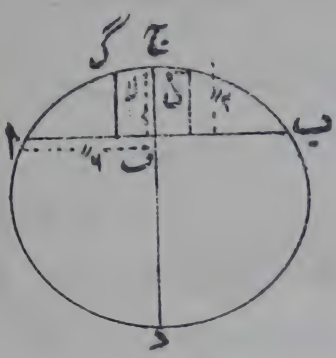
اور  $\Delta$  و اب ج کا رقبہ =  $\frac{1}{4}$  ص ع مربع فٹ ..... دفعہ ۲۰  
جہاں ص = ۱۲۰ اور ع = ۶۰

∴ قطعہ کا رقبہ =  $\left( ۲۱۴ \times \frac{۲}{۴} - \frac{۲ \times ۲۱۴}{۴} \times \frac{1}{۴} \right) = (۲۱۴ - ۵۶۵۷ \frac{1}{۴}) =$   
مربع فٹ

=  $۲۰۵۷ \frac{1}{۴}$  مربع فٹ

مثال ۵۔ اس مربع کے ضلع کا طول معلوم کر دو جو ایک ایسے قطعہ دائرہ میں بنایا گیا ہو جس کا وتر ۱۲ انچ اور ارتفاع ۴ انچ ہے۔  
فرض کر دو کہ مربع کے ہر ضلع کا ناپ ۱۱ انچ ہے۔  
تب جیسا کہ شکل سے ظاہر ہے۔

ل ف = ۱۱ انچ  
اب = ۱۲ انچ  
ج ت = ۴



اب، د ف × ف ج = ۲ ف ..... اقلیدس بقالہ  
سوم شکل ۳۵

د ف =  $\frac{۲۱۴}{۴}$  انچ  
= ۹ انچ

∴ د ل = د ف + ف ل = (۹ + ۱۱) انچ  
اور ج ل = (۱۱ - ۴) انچ

لیکن  $ج ل \times ل د = گ ل$  ..... اقلیدس مقالہ سوم شکل ۳۵

$$\frac{لا}{م} = (۷+۹)(۷-۴)$$

$$\frac{لا}{م} = ۷۵ - ۷۲$$

$$۱۴۴ - ۷۲ = لا$$

$$\frac{۱۴۴}{۵} = لا + ۷۲$$

اس مساوات کو حل کرنے سے معلوم ہوگا کہ —

$$لا = ۳۶ \times ۲۴$$

اس لئے مربع کے ہر ضلع کا ناپ تقریباً ۳۶ × ۲۴ انچ ہے۔

مسئلہ ۳۳

۴۔ قطعہ دائرہ کا رقبہ معلوم کرنا جبکہ وتر اور قوس کے ارتفاع دیئے ہوئے ہوں۔  
قاعدہ —

قوس کے وتر میں کی کسی طوی اکائیوں کی تعداد کے مربع کے رُبع میں ارتفاع میں کی ان ہی طوی اکائیوں کی تعداد کے مربع کا  $\frac{۲}{۵}$  جمع کرو۔ پھر حاصل جمع کے جذراں مربع کو ارتفاع میں کی ان ہی طوی اکائیوں کی تعداد کے  $\frac{۳}{۴}$  سے ضرب دو۔ یہ حاصل ضرب قطعہ کے رقبہ کو متناظر مربع اکائیوں میں ظاہر ہوگا۔

یا اختصاراً —

$$\text{قطعہ کا رقبہ} = \frac{۳}{۴} \times \text{ارتفاع} \times \left( \frac{۱}{۴} \times \text{وتر}^2 + \frac{۲}{۵} \times \text{ارتفاع}^2 \right)$$

$$\text{ق} = \frac{۳}{۴} \times \text{ع} \times \left( \frac{۱}{۴} \times \text{ت}^2 + \frac{۲}{۵} \times \text{ع}^2 \right)$$

اس ضابطہ کا ثبوت اعلیٰ ریاضی پر مبنی ہے اس لئے اسے یہاں



ہیں دیا جائے گا۔

قطبہ کا رقبہ جو اس ضابطہ سے حاصل ہو گا وہ اس کے حقیقی رقبہ سے قدرے زیادہ ہوتا ہے۔ لیکن غلطی بالکل خفیف سی ہوتی ہے، خاص کر جبکہ قوس کا مرکز ہی زاویہ چھوٹا ہے۔

نوٹ: دوسرے طریقے کے لئے دفعہ ۸۹ کی مثال ملاحظہ ہو۔

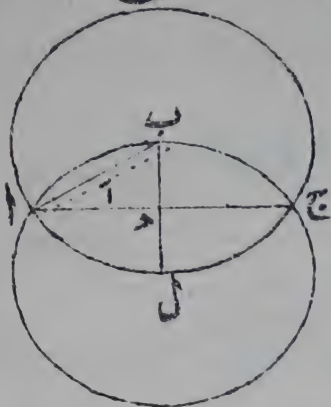
توضیحی مثالیں

41

مثال علت دو مساوی دائرے اس طرح ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں کہ ہر ایک کا محیط دوسرے کے مرکز میں سے گزرتا ہے۔ اگر ہر ایک دائرہ کا نصف قطرا  $n$  ہو تو اس جگہ کا رقبہ دریا  $n^2$  فت کرو جو دونوں دائروں میں مشترک ہے۔

دعوتوں و اثروں میں مشترک جگہ کا رقبہ =  $\frac{1}{2} \times 4$

قطعه ۱۰ ج ب کا ر ق



$$\left( r^2 \frac{r}{\delta} + r^2 \frac{1}{r} \right) \sqrt{r} \frac{r}{\delta} \times r =$$

مریج فٹ ..... دفعہ ۹

چان = ع = ب د میں فٹ کی تعداد

100 = 100

ابب      ببب =  $\frac{1}{p}$  بب ل =  $\frac{1}{p}$  قق

$$e = \frac{1}{2} f$$

۱۱ نیز احداً = اب-بدا ..... دفعه ۱۶

$$\frac{7}{8} = \left(\frac{1}{4}\right) - 1 = \left(\frac{-3}{4}\right)$$

7-0

اس کے

$$\text{منظوم منجیه} = 2 = \frac{2}{4} \times \frac{1}{4} \times \left[ \frac{1}{4} (\sqrt{2}) + \frac{2}{3} \left( \frac{1}{4} \right) \right] \text{ مربع فٹ}$$

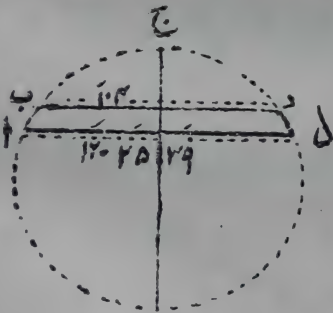
$$= \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{16}} \times 16 \text{ مربع فٹ}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{16}} \times 16 \text{ مربع فٹ}$$

$$= \frac{1}{16} \times 922 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

$$= 1522 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

**مثال ۷:** اگر ایک منطقہ کے دو متوازی دتروں کے طول جو مرکز کے ایک جانب واقع ہیں ۱۲۰ فٹ اور ۱۰۴ فٹ ہوں اور مرکز سے ان کے فاصلے ۲۵ فٹ اور ۳۹ فٹ ہوں تو منطقہ کا رقبہ دریا فٹ کرو۔



منطقہ اب دل کا رقبہ = قطعہ ا ج ل کا رقبہ قطعہ ب ج د کا رقبہ

$$= \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{16}} \times 16 \text{ مربع فٹ}$$

$$= 120 \text{ جہاں}$$

$$= 104 \text{ اور}$$

$$\therefore \text{قطعہ ا ج ل کا رقبہ} = \frac{1}{16} \times 120 \times 104 = 768 \text{ مربع فٹ}$$

$$= 324254 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

$$\text{اور قطعہ ب ج د کا رقبہ} = \frac{1}{16} \times 104 \times 120 = 768 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

$$\text{جہاں} = 104 \text{ اور} = 120 \text{ یعنی} = 52 \times 52 = 2704$$

$$\therefore \text{قطعہ ب ج د کا رقبہ} = \frac{1}{16} \times 104 \times 120 = 768 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

$$= 189054 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

$$\text{پس منطقہ اب دل کا رقبہ} = (189054 - 768) = 188286 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$

$$= 15821 \text{ مربع فٹ تقریباً}$$



## امثلہ نمبری (۱۴)

## قطاع دائرہ

$$( \frac{22}{7} = \pi )$$

۱ - ۱۶ اینچ نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے زاویہ کا ناپ  $90^\circ$  ہے۔

۲ - ۳ فٹ ۴ اینچ نصف قطر کے دائرہ میں ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا زاویہ  $45^\circ$  ہے۔

۳ - ۴ گز نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے قطاع کا رقبہ معلوم کرو جس کے زاویہ کا ناپ  $40^\circ$  ہے۔

۴ - ۱۳ انچ ۵ کڑی نصف قطر کے دائرہ میں ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا زاویہ  $130^\circ$  ہے۔

۵ - ایک قطاع کا رقبہ ۴۱ مربع فٹ ہے اور نصف قطر ۱۵ فٹ، قطاع کا زاویہ دریافت کرو۔

۶ - ایک قطاع کا رقبہ ۸۰ مربع فٹ اور نصف قطر ۱۶ فٹ ہے، قطاع کا زاویہ معلوم کرو۔

۷ - ایک قطاع کا رقبہ ۸ مربع فٹ اور زاویہ  $45^\circ$  ہے، قطاع کا نصف قطر دریافت کرو۔

۸ - ایک قطاع کا رقبہ ۳۶ مربع اینچ اور زاویہ  $60^\circ$  ہے، قطاع کا نصف قطر معلوم کرو۔

۹ - ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کا نصف قطر ۱۵ اینچ اور قوس ۲۸ اینچ ہے۔

۱۰ - ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو جس کے نصف قطر کا ناپ ۳ گز ۲ فٹ اور اور جس کا قوس ۴ گز ۱ فٹ ہے۔

۱۱ - ایسے قطاع کے قوس کا طول معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۵ مربع فٹ اور نصف قطر ۶ فٹ ہے۔

۱۲ - ایک ایسے قطاع کے قوس کا طول دریافت کرو جس کا رقبہ ۳ مربع فٹ ۷۲ مربع اینچ اور نصف قطر ۴ گز ۲ فٹ ہے۔

- ۱۳۔ ایک قطعہ کے رقبہ کا ناپ ۲۴ مربع اینچ اور اُس کے قوس کا طول ۸ اینچ ہے، اس کا نصف قطر دریافت کرو۔
- ۱۴۔ ایک قطعہ کا رقبہ ۲ مربع فٹ ۱۰۸ مربع اینچ اور اس کے قوس کا طول ۵ فٹ ۶ اینچ ہے، اس کا نصف قطر معلوم کرو۔
- ۱۵۔ ایک قطعہ کا رقبہ ۷۵ مربع اینچ اور دائرہ کا رقبہ ۱۲۵ مربع اینچ ہے قطعہ کا زاویہ معلوم کرو۔
- ۱۶۔ ایک قطعہ کا وتر ۶ اینچ اور نصف قطر ۵ اینچ ہے، رقبہ معلوم کرو۔
- ۱۷۔ ایک قطعہ کا رقبہ ۲۴۰ مربع فٹ اور دائرہ کا رقبہ ۹۶۰ مربع فٹ ہے، قوس کا طول دریافت کرو۔  $\pi = 3.14159$
- ۱۸۔ ایک دائرہ کے رقبہ کا ناپ ۱ ایکڑ ہے، اُس کے ایک ایسے قطعہ کا رقبہ معلوم کرو جس کا زاویہ ۷۵° ہے۔

## قطعہ دائرہ

$$\left( \frac{22}{7} = \pi \right)$$

- ۱۹۔ کسی دائرہ کا نصف قطر ۱۰ اینچ اور قطاع زاویہ ۹۰° ہے، قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔
- ۲۰۔ ۲ فٹ ۶ اینچ نصف قطر کے دائرہ کے ایک ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر کے محاذی دائرہ کے مرکز پر ۱۲۰° کا زاویہ بنتا ہے۔
- ۲۱۔ ایک ایسے قطعہ دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر کا ناپ ۱۰ فٹ ہے اور جس کے سامنے مرکز پر ۹۰° کا زاویہ بنتا ہے۔
- ۲۲۔ ایک قطعہ کا وتر ۸ زنجیر ۴ کڑی ہے اور اُس کے محاذی دائرہ کے مرکز پر ۹۰° کا زاویہ بنتا ہے، قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔
- ۲۳۔ ۱۰ زنجیر نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے قطعہ کا رقبہ معلوم کرو جس کا وتر دائرہ کے نصف قطر کے برابر ہے۔
- ۲۴۔ ۱۰ اینچ نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے منطقہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے



- متوازی وتر مرکز کے ایک ہی جانب ہیں اور جن کے محاذی مرکز پر بالترتیب ۹۰ اور ۶۰ کے زاویے بنتے ہیں۔
- ۲۵۔ ۸ فٹ نصف قطر کے دائرہ میں ایک ایسے منطقہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے متوازی وتر مرکز کے مقابل جانبوں میں واقع ہیں اور ان سے مرکز پر بالترتیب ۹۰ اور ۱۲۰ کے زاویے بنتے ہیں۔
- ۲۶۔ ایک ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے وتر کا ناپ ۸ گز اور جس کا ارتفاع ۲ گز ہے (دفعہ ۹۰ استعمال کرو)
- ۲۷۔ ۴۰ کی ایک مستدیر کمان کا نصف ۱۴۰ فٹ ہے: قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔
- ۲۸۔ از بخیر ۳۰ کڑی نصف قطر کے دائرہ کو از بخیر طول کے وتر سے قطع کیا جائے تو بڑے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

## سوالات امتحانات ۱۳

(۱۱ = ۱۲ جبکہ اس کی کوئی اور قیمت نہ دی جائے)

- ۱۔ ۱ فٹ نصف قطر کے تین مساوی دائرے ایک دوسرے کو مس کرتے ہیں: انکی درمیانی مغنی شکل کا رقبہ دریافت کرو۔  $35.14159 = \pi$  (جامعہ الہ آباد: میٹری کیولیشن)
- ۲۔ ۱ فٹ قطر کی مقوۃ کی ایک مدور تختی کو ۶ مساوی قطاعوں میں مرکزی خطوط سے منقسم کیا گیا۔ ہر ایک قطاع میں ایک دائرہ کھینچا گیا جو اُس کے سرحدی نصف قطروں کو اور ان کے سروں کو ملانے والی قوس کے نقطہ کو وسطی کو مس کرتا ہے۔ اگر ان چھ قطاعوں میں سے دائروں کو کاٹ لیا جائے تو بقیہ مقوۃ کا رقبہ دریافت کرو (جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)
- ۳۔ ایک مثلث مساوی الاضلاع کا رقبہ ۵۶۲۰.۶۵ مربع فٹ ہے۔ اُس کے ہر ایک زاویہ میں نقطہ کو مرکز اور مثلث کے نصف ضلع کے طول کو قطر مانکر

ایک ایک دائرہ کھینچا گیا۔ تینوں دائروں کی درمیانی جگہ کا رقبہ دریافت کرو۔

$$(17517109 = \pi)$$

(جامعہ پنجاب : میٹریکیولیشن)

۴۵ فٹ نصف قطر کے دائرے کے ایک ایسے قطاع کا رقبہ دریافت کرو

جس کا زاویہ ۱۵° ہے۔

(جامعہ کلکتہ : میٹریکیولیشن)

۵۔ کسی دائرہ کے ایک وتر کے مقابل مرکز پر  $90^\circ$  کا زاویہ بنتا ہے: اگر وتر کا طول ۱۰ ہو تو ان دونوں قطعات کے رہنے درپاست کرو جن میں کہ وتر دائرہ کو

منقسم کرتا ہے۔ (جامعہ کلکتہ: میٹری کیولیشن)

۶۔ مثلث مساوی الاضلاع کی وضع کے ایک میدان کا رقبہ نصف ایکڑ ہے:  
اس رسی کا طول کیا ہونا چاہیے جس کا ایک سرا تو مثلث کے ایک زاویہ پر  
اور دوسرا ایک گھوڑے کی ناک کے قریب اس طرح باندھا گیا ہو کہ وہ میدان  
کے ٹھیک نصف حصہ پر تیرے؟

(یورین اسکولز: فائینل - صوبہ متحدہ)

۲۔ ایک دائرہ کے فوس کا طول ۱۴ فٹ اور نصف قطر ۱۰ فٹ ہے: قطاع کا رقبہ

- 1/2 plane

(مدیر اس تکنیکل : ابتدائی)

۸۔ ایک قطاع کا رقبہ معلوم کرو جبکہ نصف قطر ۵۰ فٹ اور قوس کا طول ۱۶ فٹ

١٠٠

۹۔ نصف قطر کے ایک دائرے کے ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

جس کی قوس کا وتر ۸ فٹ ہے۔

( " ايضاً " )

(دُرّ کی انجینیر: داخلہ)

۱۰۔ ارف نصف قطر کے ایک ربع دائرہ کے سرحدی نصف قطروں کو قطر مانکر دو دائرے کھینچے جائیں تو اس شکل کا رقبہ دریافت کرو جو دونوں دائروں



میں مشترک ہے۔ (۳۶۱۴۱۵۹ = ۱۱)

۱۱۔ اس جگہ کا رقبہ دریافت کرو جو ایسے چار متقاطع دائروں میں مشترک ہے جن کے مرکز ایک مربع کے زاویائی نقاط پر ہیں اور جن کے نصف قطر مربع کے ضلع کے برابر ہیں۔

۱۲۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۷.۵ ہے۔ اُس دائرہ کے منطقہ کا ایک متوازی وتر، قطر پر منطبق ہوتا ہے اور اس کا دوسرا دتر نصف قطر کے برابر ہے: منطقہ کا رقبہ کیا ہے؟ (۳۶۱۴۱۵۹ = ۱۱)

۱۳۔ دائرہ کے ایک ایسے منطقہ کا رقبہ دریافت کرو جو ایسے دو متوازی وتروں کے درمیان ہے جن کے طول ۹۶ اور ۶۰ اینچ اور جن کا درمیانی فاصلہ ۲۶ اینچ ہے۔

۱۴۔ ایک قطعہ دائرہ کا رقبہ جو نصف دائرہ سے چھوٹا ہے ایک مربع اینچ ہے۔ اس کے قوس کا طول  $2\frac{1}{2}$  اینچ اور قوس کے ایک سرے سے قطر پر کے عمود کا طول جو دوسرے سرے میں سے بھی گزرتا ہے  $\frac{1}{2}$  اینچ ہے: دائرہ کا نصف قطر کیا ہے؟

۱۵۔ کسی شخص کا سینہ زار مستدیر وضع کا ہے اُس کو وہ رُبعات میں تقسیم کرتا ہے اور ہر ایک رُبَع میں ۱۰ فٹ عرض کا ایسا دائرہ نما راستہ بناتا ہے جس کا بیرونی کنارہ رُبَع کے قوس اور اُس کے دونوں نصف قطروں کو مس کرتا ہے۔ اگر بڑے دائرہ کا نصف قطر ۱۰۰ فٹ ہو تو گھاس سے ڈھکی ہوئی زمین کا مجموعی رقبہ دریافت کرو۔

۱۶۔ ایک دائرہ کا قطر ۲۰ ہے اس کے ایک ایسے منطقہ کا رقبہ دریافت کرو جس کے متوازی وتر ۱۲ اور ۱۶ ہیں اور دونوں قطر کے ایک ہی جانب واقع ہیں۔

۱۷۔ ایک مربع کا ضلع دریافت کرو جو ایسے قطعہ دائرہ میں بنایا گیا ہو جس کا وتر ۲۰ اور ارتفاع ۵ اینچ ہے۔

۱۸۔ اگر ایک دائرہ کا مرکز جس کا قطر ۲۰ ہے دوسرے ایسے دائرہ کے

محیط میں واقع ہو جس کا قطر ۴۰ ہے تو دائروں سے گھرے ہوئے تین حصوں کے رقبے دریافت کرو۔

۱۹۔ ایک دائرہ کا قطر ۲۵ اور مرکز کے ایک ہی جانب اُس کے دو متوازی وتر ۲۰ اور ۱۵ ہیں: اُن کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۰۔ ایک منطقہ کے دو متوازی وتروں کے طول جو مرکز کے متقابل جانبوں میں واقع ہوئے ہیں ۱۸ اور ۲۴ ہیں اور مرکز سے اُن کے فاصلے ۱۲ اور ۹ ہیں: منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۱۔ ایک گھڑی کے گھنٹہ اور سنٹ کی سوئیوں کے طول بالترتیب ۱۰ اور ۱۳ اینچ ہیں: ۱۱ گھنٹہ ۴۸ سنٹ اور ۱۲ گھنٹہ ۱۴ سنٹ کے درمیان سوئیوں سے بننے والے قطاعوں کے رقبوں کا فرق دریافت کرو۔

۲۲۔ اُس بڑے سے بڑے مربع کا رقبہ دریافت کرو جو ایک ایسے قطعہ میں سے کاٹا جاسکتا ہے جس کا وتر ۱۹ اور ارتفاع ۴ ہے۔

۲۳۔ ایک دائرہ کے قوس کا وتر ۲۰ فٹ اور ارتفاع ۴ فٹ دیے ہوئے ہیں۔ قطعہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۴۔ مثلث، منتظم کثیر الاضلاع اور قطاع دائرہ کے رقبے دریافت کرنے کے ضوابط لکھو۔

(دُرّ کی اپوسب آرڈینیٹ: داخلہ)

۲۵۔ تین مساوی دائرے ایک دوسرے کو اس طرح قطع کرتے ہیں کہ ہر ایک کا محیط دوسرے دونوں دائروں کے مرکوزوں میں سے گزرتا ہے: اُن شکل کا رقبہ دریافت کرو جو تینوں دائروں میں مشترک ہے۔

۲۶۔ ایک قطاع کا وتر ۶ اینچ اور نصف قطر ۹ اینچ ہے: قطاع کا رقبہ دریافت کرو۔

۲۷۔ ایک میدان کی وضع مثلث مساوی الساقین ہے جس کا قاعدہ ۵۰۰ گز اور ضلع ۸۰۰ گز ہے: ایک گھوڑے کو مثلث کے راس پر باندھنے کے لئے کس قدر طول کی رسی کی ضرورت ہوگی تاکہ وہ ۱۰۰۰ مربع گز پر چرسکے؟



۳۸۔ دو لڑکے جو ۳۰ فٹ بلند کمرہ کے اندر درسیب ڈھکیٹنے کا کھیل کھیل رہے ہیں معلوم کرتے ہیں کہ اگر وہ ایک دوسرے سے ۱۲ فٹ کے فاصلہ پر کھڑے ہوں تو درسیب جو ایک ڈوری کے ذریعہ چھت سے لٹک رہا ہے ہر ایک کے منہ تک عین پہنچتا ہے: اس قطع کا رقبہ دریافت کرو جو درسیب اور ڈوری سے بنتا ہے جبکہ فرش سے ہر لڑکے کے منہ کی بلندی ۲ فٹ ہے۔

۳۹۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۴ اینچ ہے۔ اس کے اندر دو متوازی خطوط مستقیم کھینچے گئے جن میں سے ہر ایک مرکز سے ایک اینچ کے فاصلہ پر ہے: دائرہ کے اس حصہ کا رقبہ دریافت کرو جو ان خطوط کے درمیان ہے۔

۴۰۔ ایک دائرہ کا محیط ۱۱ فٹ ہے: نصف قطر کا طول اور ایک ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جو نصف قطر کے مساوی طول کے وتر سے قطع ہوتا ہو۔

۴۱۔ قطع کا رقبہ اور قطع دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جس کا وتر ۲۲ اور ارتفاع ۶ ہے۔

۴۲۔ ایک روپیہ کا قطر  $\frac{1}{4}$  اینچ ہے: اگر ایسے تین سیکوں کو میز پر اس طرح رکھا جائے کہ ہر ایک کا کنارہ باقی دو سے مس کرے تو ان کی درمیانی مشترکہ جگہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۳۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۵ فٹ ہے۔ دو متوازی و تر کھینچے گئے جن میں سے ہر ایک نصف قطر کے برابر ہے: وتروں کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔  $3.14159 = \pi$

۴۴۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۲ فٹ ہے۔ مرکز کے ایک ہی طرف دو متوازی و تر کھینچے گئے جن میں سے ایک تو مرکز پر  $40^\circ$  کا زاویہ اور دوسرا  $90^\circ$  کا زاویہ بناتا ہے: وتروں کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

۴۵۔ ۱۲ نصف قطر کے دائرہ کے ایسے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جس کا وتر ۱۶ ہے۔

۴۶۔ اس قطع دائرہ کا رقبہ کیا ہے جس کے قوس کا ناپ ۱۰ فٹ ہے اور مرکز پر  $24^\circ$  کا زاویہ بناتا ہے۔

(ڈاکٹر کی انجینئر: فائینل)

۳۷۔ انچ نصف قطر کے دو مساوی دائرے ایک دوسرے سے ۲ انچ کے فاصلہ پر ہیں۔ اور ایک ڈوری اُنکے گرد اس طرح کستی گئی ہے کہ وہ دائروں کے وسط میں قطع کرتی ہے، ڈوری کا طول اور اُس سے گھرا ہوا رقبہ دریافت کرو۔ ( $3.14159 = \pi$ )

۳۸۔ ۱۰ فٹ قطر کا ایک دائرہ دوسرے دائرہ کے ایک قطر کے سروں میں سے گزرتا ہے اور ایک نصف قطر کی زاویہ قائمہ پر تنصیف کرتا ہے : اُس حصہ کا رقبہ دریافت کرو جو دونوں میں مشترک ہے۔ ( $3.14159 = \pi$ )

۳۹۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۵ فٹ ہے۔ مرکز کے ایک ہی جانب دو متوازی وتر کھینچے گئے جن میں سے ایک کے سامنے مرکز پر ۶۰° کا زاویہ اور دوسرے کے محاذی ۱۲۰° کا زاویہ بنتا ہے، وتروں کے درمیانی منطقہ کا رقبہ دریافت کرو۔

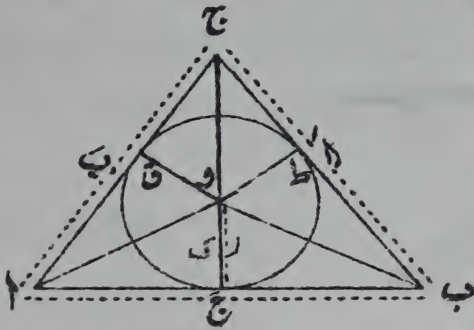


# باب پانزدہم

مثلثوں کے اندرونی اور بیرونی دائرے

مسئلہ (۲۴)

۹۲۔ مثلث کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر معلوم کرنا جبکہ مثلث کے اضلاع کے طول دیے ہوئے ہوں۔



فرض کرو کہ مثلث 'ا ب ج' کے اندرونی دائرہ ط ق ک کا مرکز ہے۔ تب اگر اس دائرہ اور مثلث کے نقاط تماس ط، ق، ک ہوں تو ط، و ق اور و ک اندرونی دائرہ کے نصف قطر ہونگے اور یہ

بالترتیب ب ج، ج ا اور ا ب پر عمود ہونگے۔ (اقلیدس مقالہ چارم شکل ۴) فرض کرو کہ دائرہ ط ق ک کے نصف قطر و ک کا ناپ کسی طولی اکائی کے لحاظ سے 'ر' اور ب ج، ج ا، ا ب کے ناپ اُسی طولی اکائی کے لحاظ سے بالترتیب 'و، ب، ج' ہیں۔ مطلوب یہ ہے کہ ر کی قیمت 'و، ب، ج' کی رقوم میں دریافت کی جائے۔

و، ب، و ج کو ملاؤ۔

اب —  $\Delta$  ا ب ج کا رقبہ =  $\Delta$  ب ج کا رقبہ +  $\Delta$  ج و ا کا رقبہ +  $\Delta$  و ا ب کا رقبہ

$$\frac{1}{2} \times \text{و ب} \times \text{م ب ج} + \frac{1}{2} \times \text{وق} \times \text{ج ا} + \frac{1}{2} \times \text{و ک} \times \text{ا ب} \dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$= \left( \frac{1}{2} \times \text{ر ا} + \frac{1}{2} \times \text{ر ب} + \frac{1}{2} \times \text{ر ج} \right) \text{مربع اکائیاں}$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{ر} (\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}) \text{مربع اکائیاں}$$

$$= \text{ر} \times \frac{\text{ا} + \text{ب} + \text{ج}}{2} \text{مربع اکائیاں}$$

$$= \text{ر ص} \text{مربع اکائیاں} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۲۳}$$

$$\therefore \text{ر خطی اکائیاں} = \frac{\Delta \text{ ا ب ج کا رقبہ}}{\text{ص طولی اکائیاں}}$$

$$\text{ر} = \frac{\Delta}{\text{ص}}$$

پس قاعدہ —

مثلث کے رقبہ میں کسی مربع اکائیوں کی تعداد کو اس کے نصف احاطہ کی متناسط طولی اکائیوں کی تعداد سے تقسیم کیا جائے تو اندرونی دائرہ کے نصف قطر میں انھی طولی اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔

یا اختصاراً —

$$\text{اندرونی دائرہ کا نصف} = \frac{\text{مثلث کا رقبہ}}{\text{مثلث کا نصف احاطہ}}$$

$$\text{ر} = \frac{\Delta}{\text{ص}}$$



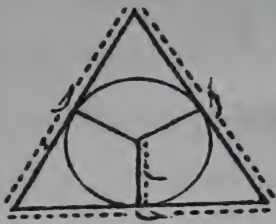
## صورت خاص

## مثلث مساوی الاضلاع

۹۳-

اگر ایک مثلث مساوی الاضلاع کے ہر ضلع میں داخلی اکائیاں ہوں۔

تب مثلث کا رقبہ =  $\frac{1}{4} \sqrt{3}$  مربع اکائیاں



..... دفعہ ۲۱

اور مثلث کا نصف احاطہ =  $\frac{1}{4} \sqrt{3}$  طولی اکائیاں

اب کسی مثلث کے { مثلث کا رقبہ } = { مثلث کا نصف احاطہ } ..... دفعہ ۹۲

۲۔ وضع کے مثلث مساوی الاضلاع =  $\frac{1}{4} \sqrt{3}$  طولی اکائیاں

کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر

=  $\frac{1}{4} \sqrt{3}$  طولی اکائیاں

نوٹ : چونکہ وضع کے مثلث مساوی الاضلاع کا ارتفاع مساوی ہوتا ہے  $\frac{1}{2}$  کے (دیکھو دفعہ ۱۷) اور یہ =  $\frac{1}{4} \sqrt{3}$  کے۔ اس لئے ظاہر ہے کہ مثلث مساوی الاضلاع کا وسطی نقطہ کسی زاویہ نقطہ سے ایسے فاصلہ پر واقع ہوتا ہے جو مثلث کے ارتفاع کے  $\frac{2}{3}$  کے برابر ہے۔

## توضیح مثالیں

۹۴-

مثال ۱: ایک مثلث کے ضلعوں کے ناپ بالترتیب ۳۵، ۴۴، ۷۵ فٹ ہیں:

اُس کے اندرونی دائرے کا نصف قطر دریافت کرو۔

اندرونی دائرہ کا نصف قطر =  $\frac{1}{4} \sqrt{3}$  فٹ ..... دفعہ ۹۲

جہاں  $\triangle = \text{م} \text{ص} (\text{ص} - ۳۵) (\text{ص} - ۴۲) (\text{ص} - ۴۵) \dots\dots\dots$  دفعہ ۲۳

$$۴۴ = \frac{۴۵ + ۴۲ + ۳۵}{۲} = \text{اور ص}$$

$$\sqrt{۲ \times ۳۳ \times ۴۲ \times ۴۴} = \triangle \text{ یعنی}$$

$$۴۶۲ =$$

$$\therefore \text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر} = \frac{۴۶۲}{۲} = ۲۳۱ \text{ فٹ}$$

مثال ۲: ایک ایسے دائرہ کا محیط دریافت کرو جو ۹ گز منسلک کے مثلث

مساوی الاضلاع کے اندر بنایا گیا ہے۔  $\frac{۲۲}{۲} = \pi$

$$\text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر} = \frac{۹}{\frac{۳۳۲}{۲}} \text{ گز} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۹۳}$$

$$\text{جہاں } ۹ = ۱$$

$$\therefore \text{اندرونی دائرہ کا نصف قطر} = \frac{۹}{\frac{۳۳۲}{۲}} \text{ گز}$$

$$= \frac{۳۳۲}{۲} \text{ گز}$$

$$\text{دائرہ کا محیط} = ۳۳۲ \text{ ر گز} \dots\dots\dots \text{دفعہ ۶۹}$$

$$\text{جہاں } \frac{۳۳۲}{۲} = \pi \text{ اور } \frac{۲۲}{۲} = \pi$$

$$\therefore \text{دائرہ کا محیط} = \frac{۳۳۲}{۲} \times \frac{۲۲}{۲} \times ۲ =$$

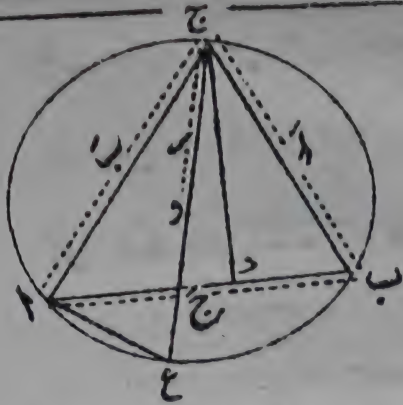
$$= \dots\dots\dots ۳۳۲ \text{ ر گز}$$

## مسئلہ ۲۵

۹۵۔ مثلث کے بیرونی دائرہ کا نصف قطر معلوم کرنا جبکہ

اُس کے اضلاع کے طول دیے ہوئے ہوں۔





فرض کرو کہ مثلث ABC کے  
بیرونی دائرہ AECB کا مرکز  
ہے۔

تب وجہ حاظرہ دائرہ کا نصف قطر ہوگا۔  
فرض کرو کہ دائرہ AECB کا  
نصف قطر وجہ کا ناپ کسی طولی اکائی

کے لحاظ سے ہے۔ نیز B ج، ج، A ج کے ناپ اسی طولی اکائی  
کے لحاظ سے بالترتیب A ج، B ج، C ج ہیں۔  
مطلوب یہ ہے کہ A ج کی قیمت A ج کی رقوم میں دریافت  
کی جائے۔

ج و کو بیٹیاں تک بڑھاؤ کہ دائرہ AECB کا مرکز ہے۔  
A ج کو ملاؤ۔

A ج پر عمود ج د نکالو۔

تب چونکہ مثلثات A ج د اور B ج د متشابه ہیں (اقلیدس  
مقالہ سوم شکل ۲۱ اور مقالہ سوم شکل ۱۳)۔

$$\therefore B ج : A ج = ج د : ج د = ج د : ج د \dots \dots \dots \text{دفعہ ۶۴}$$

$$\text{یعنی } A ج : ج د = ج د : B ج$$

$$\text{لیکن } \frac{1}{A ج} = ج د : A ج = ج د : ج د = ج د : ج د \dots \dots \dots \text{دفعہ ۲۰}$$

$$\text{یعنی } \frac{1}{A ج} = ج د : ج د = ج د : ج د$$

$$\text{یا } ج د = \frac{A ج^2}{ج د}$$

$$\therefore A ج : ج د = \frac{A ج^2}{ج د} : ج د = ج د : ج د$$

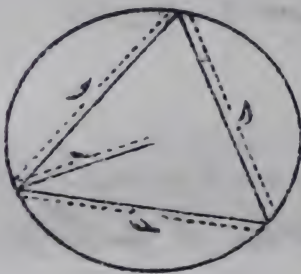
$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{4\Delta} = s$$

پس قاعدہ۔

ایک ہی اکائی کے لحاظ سے مثلث کے تینوں اضلاع میں  
کی طولی اکائیوں کی تعداد کے حاصل ضرب کو جب مثلث کے رقبہ  
میں کی متناظر مربع اکائیوں کی تعداد کے چارگنا سے تقسیم کیا جاتا  
ہے تو اس طولی اکائی کے لحاظ سے مثلث کے حائطہ دائرہ کے  
نصف قطر میں طولی اکائیوں کی تعداد حاصل ہوتی ہے۔  
یا مختصراً۔

$$\frac{\text{مثلث کے اضلاع کا حاصل ضرب}}{4 \times \text{مثلث کا رقبہ}} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4\Delta} = s$$

## صورت خاص



۹۶۔ مثلث مساوی الاضلاع  
اگر مثلث مساوی الاضلاع کے  
ہر ایک ضلع میں دو خطی اکائیاں ہوں

$$\text{تو مثلث کا رقبہ} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

..... دفعہ ۲۱

$$\frac{\text{اب کسی مثلث کے حائطہ} \times \text{اضلاع کا حاصل ضرب}}{\text{دائرہ کا نصف قطر}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

..... دفعہ ۹۵



$$\therefore \text{حائط دائرہ کا نصف قطر} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3\sqrt{3}}{4} \times 2} \text{ طولی اکائیاں}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3\sqrt{3}}{4}} \text{ طولی اکائیاں}$$

توضیحی مثالیں

۹۷

مثال ۱: ایک مثلث کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۲۱، ۲۲، ۲۳ ہیں: بیرونی دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

$$\text{بیرونی دائرہ کا نصف قطر} = \frac{\text{قرب ج} \times \text{بج}}{\Delta} \quad \text{..... دفعہ ۹۵}$$

$$\text{جہاں } ۲۱ = \text{ب} = ۲۲ = \text{ج} = ۲۳ = \Delta$$

$$\text{اور } \Delta = \frac{1}{4} \sqrt{(ص-۲۱)(ص-۲۲)(ص-۲۳)} \quad \text{..... دفعہ ۲۳}$$

$$\frac{9 \times 12 \times 43 \times 82}{454} =$$

$$\therefore \text{بیرونی دائرہ کا نصف قطر} = \frac{45 \times 42 \times 21}{454 \times 2}$$

$$= \frac{1}{4} \times 36 \text{ بج}$$

مثال ۲: اس دائرہ کا رقبہ دریافت کرو جو ایک ایسے مثلث مساوی الاضلاع کے گرد بنایا گیا ہے جس کے ضلع کا ناپ ۶ گز ہے۔  $\frac{22}{7} = \pi$

$$\text{حائط دائرہ کا نصف قطر} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ گز} \quad \text{..... دفعہ ۹۶}$$

$$\text{جہاں } ۶ = ۱$$

$$\therefore \text{حائط دائرہ کا نصف قطر} = \frac{6}{\sqrt{3}} \text{ گز}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ گز}$$

∴ حاطہ دائرہ کا رقبہ =  $\pi r^2$  مربع گز ..... دفعہ ۱۱

$$\text{جہاں } r = ۲ \text{ ما } \pi \text{ اور } \pi = \frac{۲۲}{۷}$$

∴ حاطہ دائرہ کا رقبہ =  $\frac{۲۲}{۷} \times (۲ \text{ ما } \pi)^2$  مربع گز

$$= \frac{۱۲ \times ۲۲}{۷} \text{ مربع گز}$$

$$= \frac{۳۶}{۷} \text{ مربع گز}$$

## ۱ مثلہ نمبری ۱۵

- ۱۔ ایک ایسے مثلث کے اندرونی اور بیرونی دائروں کے نصف قطر دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳۰، ۴۲ اور ۱۸ فٹ ہیں۔
- ۲۔ ایک ایسے مثلث کے اندرونی اور بیرونی دائروں کے نصف قطر دریافت کرو جس کے اضلاع کے ناپ بالترتیب ۳۶، ۴۹ اور ۲۵ انچ ہیں۔
- ۳۔ ایک فٹ ۳ انچ ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع کے (۱) اندرونی اور (۲) بیرونی دائروں کے نصف قطر دریافت کرو۔  $\pi = \frac{۲۲}{۷}$
- ۴۔ ۲ گز ۲ فٹ ۹ انچ ضلع کے مثلث مساوی الاضلاع کے (۱) اندرونی اور (۲) بیرونی دائروں کے محیط دریافت کرو۔  $\pi = \frac{۲۲}{۷}$

## سوالات امتحانات ۱۵

- (جب تک کہ ذکر نہ کیا جائے  $\pi = \frac{۲۲}{۷}$ )
- ۱۔ مثلث کے اضلاع دیے ہوئے ہوں تو اس کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر دریافت کرنے کے ضابطہ کو ثابت کرو۔
  - ایک مثلث مساوی الاضلاع کے اندرونی دائرہ کا نصف قطر ۱۰ فٹ ہے؛ مثلث کا رقبہ دریافت کرو۔
- (جامعہ الہ آباد: میٹری کیولیشن)



۲۔ ایک ایسے مثلث کے گرد دائرہ کا قطر دریافت کرو جس کے اضلاع ۱۲، ۱۳ اور ۱۴ ہیں۔

(جامعہ اہل آباد: میٹری کولیشن)

۳۔ مثلث کے تینوں اضلاع دیے ہوئے ہوں تو مثلث کے گرد کے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔

اپنے نتیجہ کا اطلاق ایک ایسے مثلث پر کرو جس کے اضلاع ۲۰، ۲۸ اور ۵۲ فٹ ہیں۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کولیشن)

۴۔ ایک مثلث کے اضلاع  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{3}{4}$  اور  $\frac{5}{6}$  فٹ ہیں: اندرونی اور بیرونی دائروں کے نصف قطر انچوں میں دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: میٹری کولیشن)

۵۔ ایک مثلث کے دو ضلع بالترتیب ۸۵ اور ۱۵۳ فٹ ہیں اور اُس کا احاطہ ۳۲۴ فٹ ہے: مثلث کے گرد کے دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

(جامعہ پنجاب: مڈل اسکول)

۶۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۱۰۰، ۱۵۶ اور ۶۰ گز ہیں: حاطہ دائرہ کا قطر دریافت کرو۔

( ایضاً )

۷۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۶، ۷ اور ۹ فٹ ہیں: اُس دائرہ کا قطر کیا ہے جو مثلث کے گرد بنایا گیا ہو؟

( ایضاً )

۸۔ ۱ فٹ نصف قطر کا ایک دائرہ دیا ہوا ہے۔ اعشاریہ کے تین مقامات تک ایک ایسے مثلث مساوی الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو جو دائرہ کے اندر بنایا گیا ہے۔

(یورپین اسکولز فائینل صوبہ جات متحدہ)

۹۔ اس دائرہ کا قطر دریافت کرو جو ایک ایسے مثلث کے گرد ہے جس کے

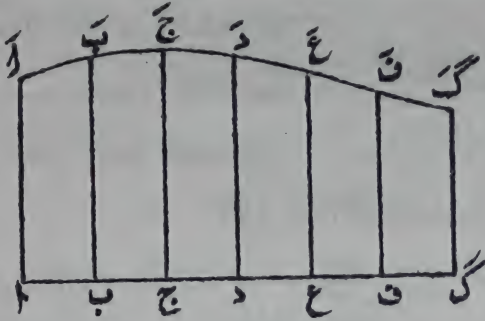
- اضلاع بالترتیب ۶۸، ۲۸۵ اور ۲۹۳ فٹ ہیں۔ (پریمین اسکولز: فائینل جیومیٹری)
- ۱۰۔ ایک ایسے مثلث مساوی الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو۔  
جس نصف قطر کے دائرہ کے اندر بنایا گیا ہو۔ (ایضاً)
- ۱۱۔ ۸ انچ قطر کے ایک دائرہ کے اندر بنے ہوئے مثلث مساوی الاضلاع کے ضلع کا طول دریافت کرو۔  
(مدرا س تکنیکل: ابتدائی)
- ۱۲۔ ایک مثلث میں زاویہ منفرجہ کے گرد کے اضلاع بالترتیب ۱۰ اور ۱۴ انچ ہیں اور اس سے تیسرے ضلع پر کا عمود ۷ انچ ہے: حاطہ دائرہ کا قطر دریافت کرو۔  
(ڈر کی انجینیر: داخلہ)
- ۱۳۔ ایک دائرہ کے اندرونی مثلث کے تین اضلاع بالترتیب ۱۲، ۱۴ اور ۱۸ فٹ ہیں: دائرہ اور مثلث کے رقبوں کا فرق دریافت کرو۔  
(ڈر کی انجینیر: داخلہ)
- ۱۴۔ اس دائرہ کا رقبہ مربع بغیر میں دریافت کرو جو ایک ایسے مثلث کے اندر بنایا گیا ہے جس کے ضلع بالترتیب ۱۳، ۱۴، ۱۵ اور ۲۰ گز ہیں۔ (ایضاً)
- ۱۵۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۲۶، ۲۸ اور ۳۰ انچ ہیں: حاطہ دائرہ کا قطر مطلوب ہے۔  
(ڈر کی اپوسب آرڈینٹ: ماہانہ)
- ۱۶۔ اس مثلث مساوی الاضلاع کا ضلع دریافت کرو جو ایک ایسے دائرہ کے اندر بنایا گیا ہے جس کا نصف قطر ۱۰ انچ ہے۔  
(ڈر کی اپوسب آرڈینٹ: داخلہ)
- ۱۷۔ اس امر کی تصدیق کرو کہ ایک دائرہ میں بنے ہوئے مثلث مساوی الاضلاع اور مربع کے ایک ایک ضلع کا مجموعہ دائرہ کے نصف محیط کے تقریباً برابر ہے۔  
(جامعہ پنجاب: میٹری کیولیشن)



# باب شانزدہم

## سیمیپسن کا قاعدہ

۹۸۔ منحنی اوگ، مستقیم خط اوگ اور اس پر کے عمود اوگ اور گ سے گھری ہوئی شکل پر غور کرو۔



اوگ کو کسی جفت تعداد مساوی حصوں اب، ب، ج، د، ..... میں تقسیم کیا گیا ہے۔ اور نقاط تقسیم سے اوگ پر عمود اوگ

ب، ب، ج، ج، ..... کھینچے گئے ہیں جو منحنی سے نقاط او، ب، ج، ..... پر ملتے ہیں۔

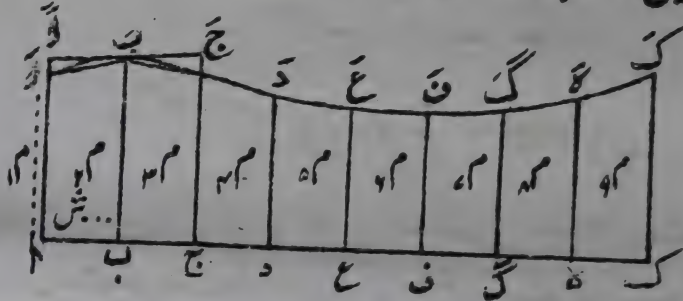
(نوٹ: ظاہر ہے کہ اگر اوگ کو جفت مساوی حصوں میں تقسیم کیا جائے تو عمودوں کی تعداد طاق ہوگی۔ مترجم)

عمود او، ب، ب، ج، ج، ..... کو منحنی کے معاین کہتے ہیں۔ اب کا طول معینوں کا درمیانی مشترک فاصلہ کہلاتا ہے۔

## مسئلہ ۲۶

کسی ایسی شکل کا رقبہ تقریباً معلوم کرنا جسکی ایک سرحد کوئی خط منحنی ہو جبکہ اس کے معینوں کے طول جو تعداد میں طاق ہیں اور ان کا درمیانی مشترک فاصلہ دیے ہوئے ہوں۔

فرض کرو کہ متعینوں کے طول م، م، م، ..... م اور ان کا مشترک فاصلہ  
ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ سے متعین ہے۔  
شکل میں اَب اور ب ج کو ملاؤ۔



ب پر منحنی کا ایک ماس کھینچو جو متعینوں ا، ب، ب، ب، ب، ب، ب، ب، ب سے  
نقاط ا، ج پر ملتا ہو۔  
متعینوں سے شکل جن حصوں میں منقسم ہو گئی ہے انہیں ہم ٹکڑے  
کہیں گے۔

پہلے ٹکڑے ا، ب، ب کا رقبہ کے شکل منحنی ا، ب کا رقبہ

$$< \frac{1}{2} \text{ ا ب (ا + ب) } \dots \dots \dots \text{ دفعہ ۱۹}$$

$$< \frac{1}{2} \text{ ش (م + م) } \text{ مربع اکائیاں}$$

$$\therefore ۲ \times \text{پہلے ٹکڑے کا رقبہ} < \text{ش (م + م) } \text{ مربع اکائیاں}$$

اسی طریقہ سے۔

$$۲ \times \text{دوسرے ٹکڑے کا رقبہ} < \text{ش (م + م) } \text{ مربع اکائیاں}$$

$$\therefore ۲ \times (\text{پہلے ٹکڑے کا رقبہ} + \text{دوسرے ٹکڑے کا رقبہ})$$

$$۲ \times \text{ا، ج، ج کا رقبہ} < \text{ش (م + م + م + م) } \text{ مربع اکائیاں}$$

پھر، پہلے اور دوسرے ٹکڑوں کا رقبہ۔





$$\left\{ \frac{ش}{۳} = ۱م + ۱م + ۲م + (۲م + ۲م + ۲م + ۲م) \right\} \dots \dots \dots \text{سریج اکائیاں}$$

## پس قاعدہ —

پہلے اور آخری معین کے مجموعہ میں بقیہ طاق معینوں کے مجموعہ کا دو چند اور جفت معینوں کے مجموعہ کا چھار چند جمع کرو اور پھر حاصل کو مشترک فاصلہ کے ایک تہائی اسی ضرور

یا مختصراً —

$$\text{رقبہ} = \frac{\text{مشترک فاصلہ}}{۳} \left\{ \text{پہلا معین} + \text{آخری معین} + ۲ \times \text{بقیہ طاق} \right\}$$

معینوں کا مجموعہ + ۲ × جفت معینوں کا مجموعہ

$$ق = \left\{ \frac{ش}{۳} = ۱م + ۱م + ۲م + (۲م + ۲م + \dots + ۲م + ۲م) \right\}$$

$$+ (۲م + ۲م + \dots + ۲م + ۲م)$$

جہاں ۲ن + ۱ = معینوں کی تعداد

یہ ظاہر ہے کہ معینوں کی تعداد جتنی زیادہ ہوگی رقبہ اتنا ہی زیادہ درست ہوگا۔

نیز جواب کی صحت کا انحصار اس امر پر بھی ہے کہ مخنی منتظم ہو۔

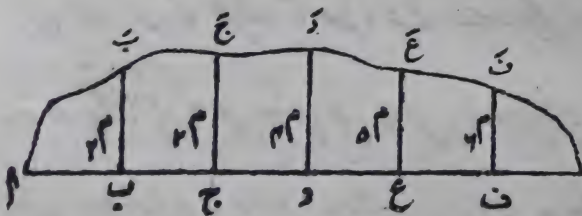
۱۰۰۔ اگر رقبہ کسی مخنی اور ایک خط مستقیم سے گھرا ہوا ہو جیسا کہ شکل سے

ظاہر ہے تو بھی اسی قاعدہ کا

اطلاق ہوتا ہے۔ اس صورت

میں پہلا اور آخری معین صفر ہوتے

ہیں اور ضابطہ حسب ذیل ہو جاتا ہے:

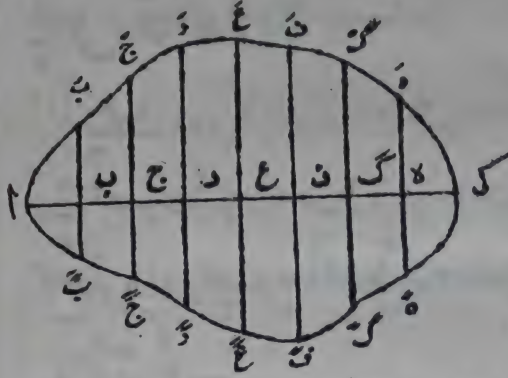




$$ق = \frac{ش}{۳} \{ (۲ + ۳م + ۴م) + (۴ + ۳م + ۲م) \}$$

۱۰۱۔ اگر رقبہ کسی بند منحنی سے گھرا ہوا ہو تو اُس وقت بھی اُسی قاعدہ کا اطلاق ہوتا ہے۔ (دیکھو شکل)۔

اس صورت میں معین کے لئے مجموعی طول  $ب ب' ج ج' ج''$  لے جاتے ہیں۔



۱۰۲۔ اگر کوئی شکل مثلاً ا ب ج د

کسی غیر منتظم منحنی سے گھری ہوئی

ہو تو ایک ایسی شکل مستقیم الخطوط کھینچنا قرین مصاحت ہے جو حتی الامکان منحنی پر منطبق ہو سکے۔ اتب

سمپسن (Simpson) کے

قاعدہ سے شکل منحنی الا ضلاع

کے ان حصوں کے رقبے معلوم

کر سکتے ہیں جو شکل مستقیم الخطوط

کے باہر واقع ہوتے ہیں۔ نیز ان حصص کے رقبے بھی جو اندر واقع ہیں۔ تب شکل مستقیم الخطوط کے رقبہ میں اول الذکر رقبوں کو جمع کرنے سے اور منفر الذکر رقبوں کو تفریق کرنے سے ہمیں شکل منحنی الا ضلاع کا رقبہ معلوم ہو جائے گا۔

## توضیح مثالیں

مثال ۱۔ ایک منحنی کے معینوں کے ناپ بالترتیب ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ فٹ ہیں اور ان کا مشترک فاصلہ ۱ فٹ ہے۔ شکل کا رقبہ دریافت کرو۔

$$رقبہ = \frac{ش}{۳} \{ (۲ + ۳م + ۴م) + (۴ + ۳م + ۲م) \}$$

یہاں  $م = ۱ = ۲ = ۳ = ۴ = ۵ = ۶ = ۷ = ۸ = ۹ = ۱۰$  اور  $ش = ۱$







رقبہ سمپن کے قاعدے سے معلوم کرو۔ پھر بتاؤ کہ نتیجہ میں کس قدر غلطی ہے (  $11 = 14.13$  ) (رڈ کی انجینیر: دا حیلہ)  
 ۵۔ کسی میدان کے ایک ضلع اب کا طول ۸۰ فٹ اور اس پر کے دو علی القوائم ضلعوں کے طول بالترتیب ۱۶ اور ۹۰ فٹ ہیں۔ چونکہ ضلع ایک منحنی ہے اور اب سے اس پر کے معین (۱ سے ۱۰ فٹ کے فاصلوں پر) ۱۸، ۲۴، ۳۶، ۴۸، ۶۰، ۷۲، ۸۴، ۹۶، ۱۰۸، ۱۲۰، ۱۳۲، ۱۴۴، ۱۵۶، ۱۶۸، ۱۸۰، ۱۹۲، ۲۰۴، ۲۱۶، ۲۲۸، ۲۴۰، ۲۵۲، ۲۶۴، ۲۷۶، ۲۸۸، ۳۰۰، ۳۱۲، ۳۲۴، ۳۳۶، ۳۴۸، ۳۶۰، ۳۷۲، ۳۸۴، ۳۹۶، ۴۰۸، ۴۲۰، ۴۳۲، ۴۴۴، ۴۵۶، ۴۶۸، ۴۸۰، ۴۹۲، ۵۰۴، ۵۱۶، ۵۲۸، ۵۴۰، ۵۵۲، ۵۶۴، ۵۷۶، ۵۸۸، ۶۰۰، ۶۱۲، ۶۲۴، ۶۳۶، ۶۴۸، ۶۶۰، ۶۷۲، ۶۸۴، ۶۹۶، ۷۰۸، ۷۲۰، ۷۳۲، ۷۴۴، ۷۵۶، ۷۶۸، ۷۸۰، ۷۹۲، ۸۰۴، ۸۱۶، ۸۲۸، ۸۴۰، ۸۵۲، ۸۶۴، ۸۷۶، ۸۸۸، ۹۰۰، ۹۱۲، ۹۲۴، ۹۳۶، ۹۴۸، ۹۶۰، ۹۷۲، ۹۸۴، ۹۹۶، ۱۰۰۸، ۱۰۲۰، ۱۰۳۲، ۱۰۴۴، ۱۰۵۶، ۱۰۶۸، ۱۰۸۰، ۱۰۹۲، ۱۱۰۴، ۱۱۱۶، ۱۱۲۸، ۱۱۴۰، ۱۱۵۲، ۱۱۶۴، ۱۱۷۶، ۱۱۸۸، ۱۲۰۰، ۱۲۱۲، ۱۲۲۴، ۱۲۳۶، ۱۲۴۸، ۱۲۶۰، ۱۲۷۲، ۱۲۸۴، ۱۲۹۶، ۱۳۰۸، ۱۳۲۰، ۱۳۳۲، ۱۳۴۴، ۱۳۵۶، ۱۳۶۸، ۱۳۸۰، ۱۳۹۲، ۱۴۰۴، ۱۴۱۶، ۱۴۲۸، ۱۴۴۰، ۱۴۵۲، ۱۴۶۴، ۱۴۷۶، ۱۴۸۸، ۱۵۰۰، ۱۵۱۲، ۱۵۲۴، ۱۵۳۶، ۱۵۴۸، ۱۵۶۰، ۱۵۷۲، ۱۵۸۴، ۱۵۹۶، ۱۶۰۸، ۱۶۲۰، ۱۶۳۲، ۱۶۴۴، ۱۶۵۶، ۱۶۶۸، ۱۶۸۰، ۱۶۹۲، ۱۷۰۴، ۱۷۱۶، ۱۷۲۸، ۱۷۴۰، ۱۷۵۲، ۱۷۶۴، ۱۷۷۶، ۱۷۸۸، ۱۸۰۰، ۱۸۱۲، ۱۸۲۴، ۱۸۳۶، ۱۸۴۸، ۱۸۶۰، ۱۸۷۲، ۱۸۸۴، ۱۸۹۶، ۱۹۰۸، ۱۹۲۰، ۱۹۳۲، ۱۹۴۴، ۱۹۵۶، ۱۹۶۸، ۱۹۸۰، ۱۹۹۲، ۲۰۰۰، ۲۰۱۲، ۲۰۲۴، ۲۰۳۶، ۲۰۴۸، ۲۰۶۰، ۲۰۷۲، ۲۰۸۴، ۲۰۹۶، ۲۱۰۸، ۲۱۲۰، ۲۱۳۲، ۲۱۴۴، ۲۱۵۶، ۲۱۶۸، ۲۱۸۰، ۲۱۹۲، ۲۲۰۴، ۲۲۱۶، ۲۲۲۸، ۲۲۴۰، ۲۲۵۲، ۲۲۶۴، ۲۲۷۶، ۲۲۸۸، ۲۳۰۰، ۲۳۱۲، ۲۳۲۴، ۲۳۳۶، ۲۳۴۸، ۲۳۶۰، ۲۳۷۲، ۲۳۸۴، ۲۳۹۶، ۲۴۰۸، ۲۴۲۰، ۲۴۳۲، ۲۴۴۴، ۲۴۵۶، ۲۴۶۸، ۲۴۸۰، ۲۴۹۲، ۲۵۰۴، ۲۵۱۶، ۲۵۲۸، ۲۵۴۰، ۲۵۵۲، ۲۵۶۴، ۲۵۷۶، ۲۵۸۸، ۲۶۰۰، ۲۶۱۲، ۲۶۲۴، ۲۶۳۶، ۲۶۴۸، ۲۶۶۰، ۲۶۷۲، ۲۶۸۴، ۲۶۹۶، ۲۷۰۸، ۲۷۲۰، ۲۷۳۲، ۲۷۴۴، ۲۷۵۶، ۲۷۶۸، ۲۷۸۰، ۲۷۹۲، ۲۸۰۴، ۲۸۱۶، ۲۸۲۸، ۲۸۴۰، ۲۸۵۲، ۲۸۶۴، ۲۸۷۶، ۲۸۸۸، ۲۹۰۰، ۲۹۱۲، ۲۹۲۴، ۲۹۳۶، ۲۹۴۸، ۲۹۶۰، ۲۹۷۲، ۲۹۸۴، ۲۹۹۶، ۳۰۰۸، ۳۰۲۰، ۳۰۳۲، ۳۰۴۴، ۳۰۵۶، ۳۰۶۸، ۳۰۸۰، ۳۰۹۲، ۳۱۰۴، ۳۱۱۶، ۳۱۲۸، ۳۱۴۰، ۳۱۵۲، ۳۱۶۴، ۳۱۷۶، ۳۱۸۸، ۳۲۰۰، ۳۲۱۲، ۳۲۲۴، ۳۲۳۶، ۳۲۴۸، ۳۲۶۰، ۳۲۷۲، ۳۲۸۴، ۳۲۹۶، ۳۳۰۸، ۳۳۲۰، ۳۳۳۲، ۳۳۴۴، ۳۳۵۶، ۳۳۶۸، ۳۳۸۰، ۳۳۹۲، ۳۴۰۴، ۳۴۱۶، ۳۴۲۸، ۳۴۴۰، ۳۴۵۲، ۳۴۶۴، ۳۴۷۶، ۳۴۸۸، ۳۵۰۰، ۳۵۱۲، ۳۵۲۴، ۳۵۳۶، ۳۵۴۸، ۳۵۶۰، ۳۵۷۲، ۳۵۸۴، ۳۵۹۶، ۳۶۰۸، ۳۶۲۰، ۳۶۳۲، ۳۶۴۴، ۳۶۵۶، ۳۶۶۸، ۳۶۸۰، ۳۶۹۲، ۳۷۰۴، ۳۷۱۶، ۳۷۲۸، ۳۷۴۰، ۳۷۵۲، ۳۷۶۴، ۳۷۷۶، ۳۷۸۸، ۳۸۰۰، ۳۸۱۲، ۳۸۲۴، ۳۸۳۶، ۳۸۴۸، ۳۸۶۰، ۳۸۷۲، ۳۸۸۴، ۳۸۹۶، ۳۹۰۸، ۳۹۲۰، ۳۹۳۲، ۳۹۴۴، ۳۹۵۶، ۳۹۶۸، ۳۹۸۰، ۳۹۹۲، ۴۰۰۴، ۴۰۱۶، ۴۰۲۸، ۴۰۴۰، ۴۰۵۲، ۴۰۶۴، ۴۰۷۶، ۴۰۸۸، ۴۱۰۰، ۴۱۱۲، ۴۱۲۴، ۴۱۳۶، ۴۱۴۸، ۴۱۶۰، ۴۱۷۲، ۴۱۸۴، ۴۱۹۶، ۴۲۰۸، ۴۲۲۰، ۴۲۳۲، ۴۲۴۴، ۴۲۵۶، ۴۲۶۸، ۴۲۸۰، ۴۲۹۲، ۴۳۰۴، ۴۳۱۶، ۴۳۲۸، ۴۳۴۰، ۴۳۵۲، ۴۳۶۴، ۴۳۷۶، ۴۳۸۸، ۴۴۰۰، ۴۴۱۲، ۴۴۲۴، ۴۴۳۶، ۴۴۴۸، ۴۴۶۰، ۴۴۷۲، ۴۴۸۴، ۴۴۹۶، ۴۵۰۸، ۴۵۲۰، ۴۵۳۲، ۴۵۴۴، ۴۵۵۶، ۴۵۶۸، ۴۵۸۰، ۴۵۹۲، ۴۶۰۴، ۴۶۱۶، ۴۶۲۸، ۴۶۴۰، ۴۶۵۲، ۴۶۶۴، ۴۶۷۶، ۴۶۸۸، ۴۷۰۰، ۴۷۱۲، ۴۷۲۴، ۴۷۳۶، ۴۷۴۸، ۴۷۶۰، ۴۷۷۲، ۴۷۸۴، ۴۷۹۶، ۴۸۰۸، ۴۸۲۰، ۴۸۳۲، ۴۸۴۴، ۴۸۵۶، ۴۸۶۸، ۴۸۸۰، ۴۸۹۲، ۴۹۰۴، ۴۹۱۶، ۴۹۲۸، ۴۹۴۰، ۴۹۵۲، ۴۹۶۴، ۴۹۷۶، ۴۹۸۸، ۵۰۰۰، ۵۰۱۲، ۵۰۲۴، ۵۰۳۶، ۵۰۴۸، ۵۰۶۰، ۵۰۷۲، ۵۰۸۴، ۵۰۹۶، ۵۱۰۸، ۵۱۲۰، ۵۱۳۲، ۵۱۴۴، ۵۱۵۶، ۵۱۶۸، ۵۱۸۰، ۵۱۹۲، ۵۲۰۴، ۵۲۱۶، ۵۲۲۸، ۵۲۴۰، ۵۲۵۲، ۵۲۶۴، ۵۲۷۶، ۵۲۸۸، ۵۳۰۰، ۵۳۱۲، ۵۳۲۴، ۵۳۳۶، ۵۳۴۸، ۵۳۶۰، ۵۳۷۲، ۵۳۸۴، ۵۳۹۶، ۵۴۰۸، ۵۴۲۰، ۵۴۳۲، ۵۴۴۴، ۵۴۵۶، ۵۴۶۸، ۵۴۸۰، ۵۴۹۲، ۵۵۰۴، ۵۵۱۶، ۵۵۲۸، ۵۵۴۰، ۵۵۵۲، ۵۵۶۴، ۵۵۷۶، ۵۵۸۸، ۵۶۰۰، ۵۶۱۲، ۵۶۲۴، ۵۶۳۶، ۵۶۴۸، ۵۶۶۰، ۵۶۷۲، ۵۶۸۴، ۵۶۹۶، ۵۷۰۸، ۵۷۲۰، ۵۷۳۲، ۵۷۴۴، ۵۷۵۶، ۵۷۶۸، ۵۷۸۰، ۵۷۹۲، ۵۸۰۴، ۵۸۱۶، ۵۸۲۸، ۵۸۴۰، ۵۸۵۲، ۵۸۶۴، ۵۸۷۶، ۵۸۸۸، ۵۹۰۰، ۵۹۱۲، ۵۹۲۴، ۵۹۳۶، ۵۹۴۸، ۵۹۶۰، ۵۹۷۲، ۵۹۸۴، ۵۹۹۶، ۶۰۰۸، ۶۰۲۰، ۶۰۳۲، ۶۰۴۴، ۶۰۵۶، ۶۰۶۸، ۶۰۸۰، ۶۰۹۲، ۶۱۰۴، ۶۱۱۶، ۶۱۲۸، ۶۱۴۰، ۶۱۵۲، ۶۱۶۴، ۶۱۷۶، ۶۱۸۸، ۶۲۰۰، ۶۲۱۲، ۶۲۲۴، ۶۲۳۶، ۶۲۴۸، ۶۲۶۰، ۶۲۷۲، ۶۲۸۴، ۶۲۹۶، ۶۳۰۸، ۶۳۲۰، ۶۳۳۲، ۶۳۴۴، ۶۳۵۶، ۶۳۶۸، ۶۳۸۰، ۶۳۹۲، ۶۴۰۴، ۶۴۱۶، ۶۴۲۸، ۶۴۴۰، ۶۴۵۲، ۶۴۶۴، ۶۴۷۶، ۶۴۸۸، ۶۵۰۰، ۶۵۱۲، ۶۵۲۴، ۶۵۳۶، ۶۵۴۸، ۶۵۶۰، ۶۵۷۲، ۶۵۸۴، ۶۵۹۶، ۶۶۰۸، ۶۶۲۰، ۶۶۳۲، ۶۶۴۴، ۶۶۵۶، ۶۶۶۸، ۶۶۸۰، ۶۶۹۲، ۶۷۰۴، ۶۷۱۶، ۶۷۲۸، ۶۷۴۰، ۶۷۵۲، ۶۷۶۴، ۶۷۷۶، ۶۷۸۸، ۶۸۰۰، ۶۸۱۲، ۶۸۲۴، ۶۸۳۶، ۶۸۴۸، ۶۸۶۰، ۶۸۷۲، ۶۸۸۴، ۶۸۹۶، ۶۹۰۸، ۶۹۲۰، ۶۹۳۲، ۶۹۴۴، ۶۹۵۶، ۶۹۶۸، ۶۹۸۰، ۶۹۹۲، ۷۰۰۴، ۷۰۱۶، ۷۰۲۸، ۷۰۴۰، ۷۰۵۲، ۷۰۶۴، ۷۰۷۶، ۷۰۸۸، ۷۱۰۰، ۷۱۱۲، ۷۱۲۴، ۷۱۳۶، ۷۱۴۸، ۷۱۶۰، ۷۱۷۲، ۷۱۸۴، ۷۱۹۶، ۷۲۰۸، ۷۲۲۰، ۷۲۳۲، ۷۲۴۴، ۷۲۵۶، ۷۲۶۸، ۷۲۸۰، ۷۲۹۲، ۷۳۰۴، ۷۳۱۶، ۷۳۲۸، ۷۳۴۰، ۷۳۵۲، ۷۳۶۴، ۷۳۷۶، ۷۳۸۸، ۷۴۰۰، ۷۴۱۲، ۷۴۲۴، ۷۴۳۶، ۷۴۴۸، ۷۴۶۰، ۷۴۷۲، ۷۴۸۴، ۷۴۹۶، ۷۵۰۸، ۷۵۲۰، ۷۵۳۲، ۷۵۴۴، ۷۵۵۶، ۷۵۶۸، ۷۵۸۰، ۷۵۹۲، ۷۶۰۴، ۷۶۱۶، ۷۶۲۸، ۷۶۴۰، ۷۶۵۲، ۷۶۶۴، ۷۶۷۶، ۷۶۸۸، ۷۷۰۰، ۷۷۱۲، ۷۷۲۴، ۷۷۳۶، ۷۷۴۸، ۷۷۶۰، ۷۷۷۲، ۷۷۸۴، ۷۷۹۶، ۷۸۰۸، ۷۸۲۰، ۷۸۳۲، ۷۸۴۴، ۷۸۵۶، ۷۸۶۸، ۷۸۸۰، ۷۸۹۲، ۷۹۰۴، ۷۹۱۶، ۷۹۲۸، ۷۹۴۰، ۷۹۵۲، ۷۹۶۴، ۷۹۷۶، ۷۹۸۸، ۸۰۰۰، ۸۰۱۲، ۸۰۲۴، ۸۰۳۶، ۸۰۴۸، ۸۰۶۰، ۸۰۷۲، ۸۰۸۴، ۸۰۹۶، ۸۱۰۸، ۸۱۲۰، ۸۱۳۲، ۸۱۴۴، ۸۱۵۶، ۸۱۶۸، ۸۱۸۰، ۸۱۹۲، ۸۲۰۴، ۸۲۱۶، ۸۲۲۸، ۸۲۴۰، ۸۲۵۲، ۸۲۶۴، ۸۲۷۶، ۸۲۸۸، ۸۳۰۰، ۸۳۱۲، ۸۳۲۴، ۸۳۳۶، ۸۳۴۸، ۸۳۶۰، ۸۳۷۲، ۸۳۸۴، ۸۳۹۶، ۸۴۰۸، ۸۴۲۰، ۸۴۳۲، ۸۴۴۴، ۸۴۵۶، ۸۴۶۸، ۸۴۸۰، ۸۴۹۲، ۸۵۰۴، ۸۵۱۶، ۸۵۲۸، ۸۵۴۰، ۸۵۵۲، ۸۵۶۴، ۸۵۷۶، ۸۵۸۸، ۸۶۰۰، ۸۶۱۲، ۸۶۲۴، ۸۶۳۶، ۸۶۴۸، ۸۶۶۰، ۸۶۷۲، ۸۶۸۴، ۸۶۹۶، ۸۷۰۸، ۸۷۲۰، ۸۷۳۲، ۸۷۴۴، ۸۷۵۶، ۸۷۶۸، ۸۷۸۰، ۸۷۹۲، ۸۸۰۴، ۸۸۱۶، ۸۸۲۸، ۸۸۴۰، ۸۸۵۲، ۸۸۶۴، ۸۸۷۶، ۸۸۸۸، ۸۹۰۰، ۸۹۱۲، ۸۹۲۴، ۸۹۳۶، ۸۹۴۸، ۸۹۶۰، ۸۹۷۲، ۸۹۸۴، ۸۹۹۶، ۹۰۰۸، ۹۰۲۰، ۹۰۳۲، ۹۰۴۴، ۹۰۵۶، ۹۰۶۸، ۹۰۸۰، ۹۰۹۲، ۹۱۰۴، ۹۱۱۶، ۹۱۲۸، ۹۱۴۰، ۹۱۵۲، ۹۱۶۴، ۹۱۷۶، ۹۱۸۸، ۹۲۰۰، ۹۲۱۲، ۹۲۲۴، ۹۲۳۶، ۹۲۴۸، ۹۲۶۰، ۹۲۷۲، ۹۲۸۴، ۹۲۹۶، ۹۳۰۸، ۹۳۲۰، ۹۳۳۲، ۹۳۴۴، ۹۳۵۶، ۹۳۶۸، ۹۳۸۰، ۹۳۹۲، ۹۴۰۴، ۹۴۱۶، ۹۴۲۸، ۹۴۴۰، ۹۴۵۲، ۹۴۶۴، ۹۴۷۶، ۹۴۸۸، ۹۵۰۰، ۹۵۱۲، ۹۵۲۴، ۹۵۳۶، ۹۵۴۸، ۹۵۶۰، ۹۵۷۲، ۹۵۸۴، ۹۵۹۶، ۹۶۰۸، ۹۶۲۰، ۹۶۳۲، ۹۶۴۴، ۹۶۵۶، ۹۶۶۸، ۹۶۸۰، ۹۶۹۲، ۹۷۰۴، ۹۷۱۶، ۹۷۲۸، ۹۷۴۰، ۹۷۵۲، ۹۷۶۴، ۹۷۷۶، ۹۷۸۸، ۹۸۰۰، ۹۸۱۲، ۹۸۲۴، ۹۸۳۶، ۹۸۴۸، ۹۸۶۰، ۹۸۷۲، ۹۸۸۴، ۹۸۹۶، ۹۹۰۸، ۹۹۲۰، ۹۹۳۲، ۹۹۴۴، ۹۹۵۶، ۹۹۶۸، ۹۹۸۰، ۹۹۹۲، ۱۰۰۰۰، ۱۰۰۱۲، ۱۰۰۲۴، ۱۰۰۳۶، ۱۰۰۴۸، ۱۰۰۶۰، ۱۰۰۷۲، ۱۰۰۸۴، ۱۰۰۹۶، ۱۰۱۰۸، ۱۰۱۱۲، ۱۰۱۱۶، ۱۰۱۲۰، ۱۰۱۲۴، ۱۰۱۲۸، ۱۰۱۳۲، ۱۰۱۳۶، ۱۰۱۴۰، ۱۰۱۴۴، ۱۰۱۴۸، ۱۰۱۵۲، ۱۰۱۵۶، ۱۰۱۶۰، ۱۰۱۶۴، ۱۰۱۶۸، ۱۰۱۷۲، ۱۰۱۷۶، ۱۰۱۸۰، ۱۰۱۸۴، ۱۰۱۸۸، ۱۰۱۹۲، ۱۰۱۹۶، ۱۰۲۰۰، ۱۰۲۰۴، ۱۰۲۰۸، ۱۰۲۱۲، ۱۰۲۱۶، ۱۰۲۲۰، ۱۰۲۲۴، ۱۰۲۲۸، ۱۰۲۳۲، ۱۰۲۳۶، ۱۰۲۴۰، ۱۰۲۴۴، ۱۰۲۴۸، ۱۰۲۵۲، ۱۰۲۵۶، ۱۰۲۶۰، ۱۰۲۶۴، ۱۰۲۶۸، ۱۰۲۷۲، ۱۰۲۷۶، ۱۰۲۸۰، ۱۰۲۸۴، ۱۰۲۸۸، ۱۰۲۹۲، ۱۰۲۹۶، ۱۰۳۰۰، ۱۰۳۰۴، ۱۰۳۰۸، ۱۰۳۱۲، ۱۰۳۱۶، ۱۰۳۲۰، ۱۰۳۲۴، ۱۰۳۲۸، ۱۰۳۳۲، ۱۰۳۳۶، ۱۰۳۴۰، ۱۰۳۴۴، ۱۰۳۴۸، ۱۰۳۵۲، ۱۰۳۵۶، ۱۰۳۶۰، ۱۰۳۶۴، ۱۰۳۶۸، ۱۰۳۷۲، ۱۰۳۷۶، ۱۰۳۸۰، ۱۰۳۸۴، ۱۰۳۸۸، ۱۰۳۹۲، ۱۰۳۹۶، ۱۰۴۰۰، ۱۰۴۰۴، ۱۰۴۰۸، ۱۰۴۱۲، ۱۰۴۱۶، ۱۰۴۲۰، ۱۰۴۲۴، ۱۰۴۲۸، ۱۰۴۳۲، ۱۰۴۳۶، ۱۰۴۴۰، ۱۰۴۴۴، ۱۰۴۴۸، ۱۰۴۵۲، ۱۰۴۵۶، ۱۰۴۶۰، ۱۰۴۶۴، ۱۰۴۶۸، ۱۰۴۷۲، ۱۰۴۷۶، ۱۰۴۸۰، ۱۰۴۸۴، ۱۰۴۸۸، ۱۰۴۹۲، ۱۰۴۹۶، ۱۰۵۰۰، ۱۰۵۰۴، ۱۰۵۰۸، ۱۰۵۱۲، ۱۰۵۱۶، ۱۰۵۲۰، ۱۰۵۲۴، ۱۰۵۲۸، ۱۰۵۳۲، ۱۰۵۳۶، ۱۰۵۴۰، ۱۰۵۴۴، ۱۰۵۴۸، ۱۰۵۵۲، ۱۰۵۵۶، ۱۰۵۶۰، ۱۰۵۶۴، ۱۰۵۶۸، ۱۰۵۷۲، ۱۰۵۷۶، ۱۰۵۸۰، ۱۰۵۸۴، ۱۰۵۸۸، ۱۰۵۹۲، ۱۰۵۹۶، ۱۰۶۰۰، ۱۰۶۰۴، ۱۰۶۰۸، ۱۰۶۱۲، ۱۰۶۱۶، ۱۰۶۲۰، ۱۰۶۲۴، ۱۰۶۲۸، ۱۰۶۳۲، ۱۰۶۳۶، ۱۰۶۴۰، ۱۰۶۴۴، ۱۰۶۴۸، ۱۰۶۵۲، ۱۰۶۵۶، ۱۰۶۶۰، ۱۰۶۶۴، ۱۰۶۶۸، ۱۰۶۷۲، ۱۰۶۷۶، ۱۰۶۸۰، ۱۰۶۸۴، ۱۰۶۸۸، ۱۰۶۹۲، ۱۰۶۹۶، ۱۰۷۰۰، ۱۰۷۰۴، ۱۰۷۰۸، ۱۰۷۱۲، ۱۰۷۱۶، ۱۰۷۲۰، ۱۰۷۲۴، ۱۰۷۲۸، ۱۰۷۳۲، ۱۰۷۳۶، ۱۰۷۴۰، ۱۰۷۴۴، ۱۰۷۴۸، ۱۰۷۵۲، ۱۰۷۵۶، ۱۰۷۶۰، ۱۰۷۶۴، ۱۰۷۶۸، ۱۰۷۷۲، ۱۰۷۷۶، ۱۰۷۸۰، ۱۰۷۸۴، ۱۰۷۸۸، ۱۰۷۹۲، ۱۰۷۹۶، ۱۰۸۰۰، ۱۰۸۰۴، ۱۰۸۰۸، ۱۰۸۱۲، ۱۰۸۱۶، ۱۰۸۲۰، ۱۰۸۲۴، ۱۰۸۲۸، ۱۰۸۳۲، ۱۰۸۳۶، ۱۰۸۴۰، ۱۰۸۴۴، ۱۰۸۴۸، ۱۰۸۵۲، ۱۰۸۵۶، ۱۰۸۶۰، ۱۰۸۶۴، ۱۰۸۶۸، ۱۰۸۷۲، ۱۰۸۷۶، ۱۰۸۸۰، ۱۰۸۸۴، ۱۰۸۸۸، ۱۰۸۹۲، ۱۰۸۹۶، ۱۰۹۰۰، ۱۰۹۰۴، ۱۰۹۰۸، ۱۰۹۱۲، ۱۰۹۱۶، ۱۰۹۲۰، ۱۰۹۲۴، ۱۰۹۲۸، ۱۰۹۳۲، ۱۰۹۳۶، ۱۰۹۴۰، ۱۰۹۴۴، ۱۰۹۴۸، ۱۰۹۵۲، ۱۰۹۵۶، ۱۰۹۶۰، ۱۰۹۶۴، ۱۰۹۶۸، ۱۰۹۷۲، ۱۰۹۷۶، ۱۰۹۸۰، ۱۰۹۸۴، ۱۰۹۸۸، ۱۰۹۹۲، ۱۰۹۹۶، ۱۱۰۰۰، ۱۱۰۰۴، ۱۱۰۰۸، ۱۱۰۱۲، ۱۱۰۱۶، ۱۱۰۲۰، ۱۱۰۲۴، ۱۱۰۲۸، ۱۱۰۳۲، ۱۱۰۳۶، ۱۱۰۴۰، ۱۱۰۴۴، ۱۱۰۴۸، ۱۱۰۵۲، ۱۱۰۵۶، ۱۱۰۶۰، ۱۱۰۶۴، ۱۱۰۶۸، ۱۱۰۷۲، ۱۱۰۷۶، ۱۱۰۸۰، ۱۱۰۸۴، ۱۱۰۸۸، ۱۱۰۹۲، ۱۱۰۹۶، ۱۱۱۰۰، ۱۱۱۰۴، ۱۱۱۰۸، ۱۱۱۱۲، ۱۱۱۱۶، ۱۱۱۲۰، ۱۱۱۲۴، ۱۱۱۲۸، ۱۱۱۳۲، ۱۱۱۳۶، ۱۱۱۴۰، ۱۱۱۴۴، ۱۱۱۴۸، ۱۱۱۵۲، ۱۱۱۵۶، ۱۱۱۶۰، ۱۱۱۶۴، ۱۱۱۶۸، ۱۱۱۷۲، ۱۱۱۷۶، ۱۱۱۸۰، ۱۱۱۸۴، ۱۱۱۸۸، ۱۱۱۹۲، ۱۱۱۹۶، ۱۱۲۰۰، ۱۱۲۰۴، ۱۱۲۰۸، ۱۱۲۱۲، ۱۱۲۱۶، ۱۱۲۲۰، ۱۱۲۲۴، ۱۱۲۲۸، ۱۱۲۳۲، ۱۱۲۳۶، ۱۱۲۴۰، ۱۱۲۴۴، ۱۱۲۴۸، ۱۱۲۵۲، ۱۱۲۵۶، ۱۱۲۶۰، ۱۱۲۶۴، ۱۱۲۶۸، ۱۱۲۷۲، ۱۱۲۷۶، ۱۱۲۸۰، ۱۱۲۸۴، ۱۱۲۸۸، ۱۱۲۹۲، ۱۱۲۹۶، ۱۱۳۰۰، ۱۱۳۰۴، ۱۱۳۰۸، ۱۱۳۱۲، ۱۱۳۱۶، ۱۱۳۲۰، ۱۱۳۲۴، ۱۱۳۲۸، ۱۱۳۳۲، ۱۱۳۳۶، ۱۱۳۴۰، ۱۱۳۴۴، ۱۱۳۴۸، ۱۱۳۵۲، ۱۱۳۵۶، ۱۱۳۶۰، ۱۱۳۶۴، ۱۱۳۶۸، ۱۱۳۷۲، ۱۱۳۷۶، ۱۱۳۸۰، ۱



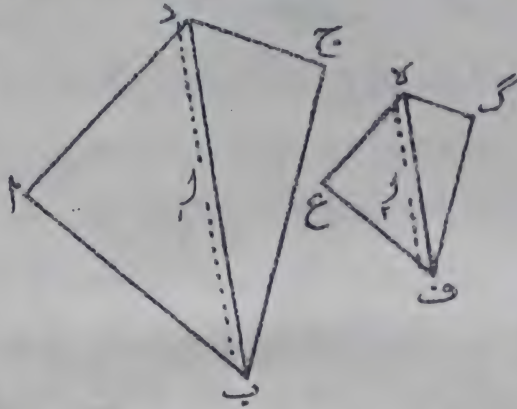
# باب ہفتم

## متشابه اشکال — رقبہ

مسئلہ ۲۷

۴۵۔ دو متشابه اشکال میں کسی دو متناظر خطوط کے طول اور ان میں سے ایک شکل کا رقبہ دے ہوئے ہوں تو دوسری شکل کا رقبہ معلوم کرنا۔

فرض کرو کہ ا ب ج د اور ع ف گ ک دو متشابه اشکال ہیں جن میں متناظر خطوط د ب اور ک ف کے ناپ ایک ہی طولی اکائی کے لحاظ



سے بالترتیب ا د اور ا ب ہیں اور شکل ع ف گ ک کا رقبہ کسی مربع اکائی کے لحاظ سے قی ہے۔

مطلوب یہ ہے کہ ا ب ج د کا رقبہ، ا ب د اور ق ب کے لحاظ سے معلوم کیا جائے۔

اب از روئے تقلیدس متشابه اشکال کے رقبے اُنکے کسی متناظر اضلاع کے مربعوں کے متناسب ہوتے ہیں اور یہ مسئلہ تمام متشابه اشکال کے لئے درست ہے خواہ وہ مستقیم خطوط سے گھرے ہوئے ہوں یا منحنی خطوط سے محدود ہوں۔  
 شکل ۱ اب ج د کا رقبہ : شکل ۲ ع ف گ کا رقبہ = د ب : ا ب : لا ف  
 یعنی۔

شکل ۱ اب ج د کا رقبہ : ق = د : ا : د : ا  
 پس قاعدہ کسی شکل کے رقبہ کو متشابه شکل کے معلومہ رقبہ کے ساتھ جو نسبت ہے وہ دونوں شکلوں میں متناظر خطوط کے طولوں کے مربعوں کی نسبت کے مساوی ہوتی ہے اس سے دی ہوئی شکل کا رقبہ دریافت کیا جاسکتا ہے۔  
 یا مختصراً۔

پہلی شکل کا رقبہ : دوسری شکل کا رقبہ = پہلی اور دوسری شکل کے متناظر طولوں کے مربعوں کی نسبت

$$(۱) \quad ق : ق = د : ا : د : ا$$

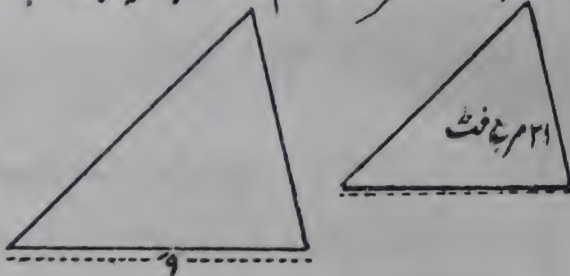
$$(۲) \quad د : ا = د : ا = ق : ق$$

اس لیے

توضیحی مثالیں

۱۰۵۔

مثال ۱: دو متشابه مثلثوں کے قاعدے بالترتیب ۹ فٹ اور ۶ فٹ ہیں۔ اگر پہلے مثلث کا رقبہ ۲۱ مربع فٹ ہو تو دوسرے مثلث کا رقبہ کیا ہوگا ؟





دوسرے کا رقبہ : قدم مربع فٹ =  $(2\frac{1}{2}) : (2\frac{1}{2})$  ..... دفعہ ۱۰۴

یہاں ق = ۲۱ = مربع فٹ

۱ = ۴ = فٹ

۱ = ۹ = فٹ

∴ دوسرے کا رقبہ =  $۲۱ \times \frac{۹}{۴} =$  مربع فٹ

=  $۲۱ \times \frac{۹}{۴}$  = مربع فٹ

=  $۳۲ \frac{۱}{۲}$  = مربع فٹ

**مثال ۲۰۰** - مربع گز رقبہ کے ایک میدان کا نقشہ انچ = ۳۰ فٹ کے پیمانہ پر اتارا گیا : نقشہ کا رقبہ درج ذیل نکرو۔

نقشہ کا رقبہ : قدم مربع گز =  $(2\frac{1}{2}) : (2\frac{1}{2})$  ..... دفعہ ۱۰۴

یہاں ق = ۲۲۰۰ = مربع گز

۱ = ۱ = انچ

۲۱ = ۱۲ × ۳۰ = ۳۶۰ = انچ

∴ نقشہ کا رقبہ =  $۲۲۰۰ \times \frac{۱}{۲(۳۶۰)} =$  مربع گز

=  $\frac{۱۲۴ \times ۹ \times ۲۲۰۰}{۳۶۰ \times ۳۶۰} =$  مربع انچ

= ۲۲ = مربع انچ

**مثال ۲۰۱** - اگر کسی نقشہ میں سطح کا ہر مربع انچ دس ایکڑ رقبہ کو تعبیر کرتا ہو تو پیمانہ معلوم کرو جس پر کہ وہ نقشہ اتارا گیا ہے۔

۱ : ۱ = ۱ : ۱ = انچ = ماق : ماق ..... دفعہ ۱۰۴

یہاں ق = ۱ = مربع انچ

ق =  $۱۰ \times ۱۲۴ \times ۹ \times ۳۶۰ =$  مربع انچ

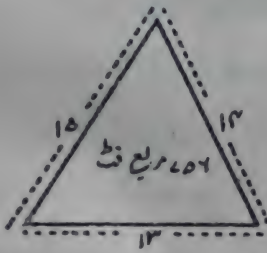
$$\frac{10 \times 144 \times 9 \times 2880}{100} : 17 = 1 \text{ انچ} : 1 \text{ انچ} \\ 4920 : 1 =$$

پس پایہ مطلوبہ حسب ذیل ہو گا۔

$$1 \text{ انچ} : 4920$$

$$1 \text{ انچ} : \frac{1}{8} \text{ میل}$$

**مثال ۴:** ایک مثلث کے اضلاع اعداد ۱۳، ۱۴ اور ۱۵ کی نسبت میں ہیں۔ اور اس کا رقبہ ۷۵۶ مربع فٹ ہے: تینوں اضلاع کے طول معلوم کرو۔



$$\text{پہلا ضلع} : 13 \text{ فٹ} = 14 \text{ فٹ} : 15 \text{ فٹ} \dots \dots \dots \text{دفعہ ۱۴}$$

$$\text{یہاں } 13 = 14 \text{ مربع فٹ}$$

$$14 = 13 \text{ ص} (13 - \text{ص}) (13 - \text{ص}) (15 - \text{ص}) \dots \dots \text{دفعہ ۲۳}$$

$$4 \times 6 \times 8 \times 21 =$$

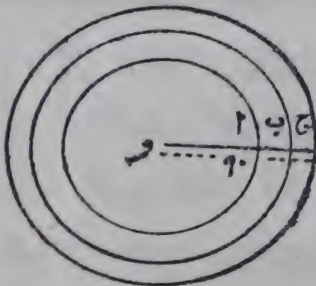
$$84 \text{ مربع فٹ}$$

$$\therefore \text{پہلا ضلع} = 13 \times 14 \times \frac{84}{84} = 13 \times 14 = 182 \text{ فٹ}$$

لہذا دوسرا اور تیسرا ضلع علی الترتیب ۴۲ فٹ اور ۴۵ فٹ ہے۔

**مثال ۵:** ۹۰ فٹ نصف قطر کے ایک دائرہ کو دو ہم مرکز دائروں کے

تین حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ ان دائروں کے نصف قطر دریافت کرو اگر تینوں حصوں کے رقبے مساوی ہوں۔



فرض کر دو کہ وج دائرہ کا نصف قطر اور وہ ۱۰۱ ان ہم مرکز دائروں کے نصف قطر ہیں جن سے وہ دائرہ تین مساوی



حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ نیز فرض کرو ۱ اور ۲ کے ناپ بالترتیب ۱ اور ۲ ہیں۔

$$\text{تب } ۲ : ۱ = ۱ : ۲ \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۰۴}$$

$$\text{اور } (۹۰) : ۲ = ۱ : ۳ \dots\dots\dots \text{دفعہ ۱۰۴}$$

$$\text{اس لئے } ۱ = \frac{۹۰}{۳۶} = ۳۰ = ۳۶۰ \dots\dots\dots ۵۱۹۶$$

$$\text{اور } ۲ = ۲۴۰ = ۲۴۰ \dots\dots\dots ۷۳۶۲۸$$

پس اس ہم مرکز دائروں کے نصف قطر بالترتیب ۵۱۹۶ فٹ اور ۷۳۶۲۸ فٹ ہیں۔

## امثلہ نمبری (۱۷)

- ۱۔ دو متشابه مثلثات کے قاعدے بالترتیب ۸ اینچ اور ۱۱ اینچ ہیں۔ اگر پہلے مثلث کا رقبہ ۱۲۸ مربع گز ہو تو دوسرے مثلث کا رقبہ کیا ہوگا؟
- ۲۔ اگر ایک مثلث کا رقبہ ایک دوسرے متشابه مثلث کے رقبہ کا نو گنا ہو اور اگر پہلے مثلث کا قاعدہ ۹ اینچ ہو تو دوسرے مثلث کا قاعدہ دریافت کرو۔
- ۳۔ ایک میدان کا نقشہ ۱ اینچ = ۸ فٹ کے پیمانہ پر کھینچا گیا ہے۔ اگر میدان کا رقبہ ۶۴۰ مربع گز ہو تو نقشہ کا رقبہ مربع اینچ میں معلوم کرو۔
- ۴۔ ایک میدان کا نقشہ ۱ اینچ = ۹ فٹ ۲ اینچ کے پیمانہ پر کھینچا گیا ہے۔ اگر میدان کا نقشہ  $\frac{۲}{۳}$  ۶۷۲ مربع گز ہو تو نقشہ کا رقبہ مربع اینچ میں دریافت کرو۔
- ۵۔ ایک نقشہ میں ایک مربع فٹ سطح  $\frac{۳}{۵}$  ایکڑ رقبہ کو تعمیر کرتی ہے پیمانہ معلوم کرو۔
- ۶۔ اگر کسی نقشہ میں سطح کا ہر مربع اینچ ۹۰ ایکڑ کو بصیر کرتا ہو، تو وہ پیمانہ معلوم کرو جس پر کہ نقشہ کھینچا گیا ہے۔

۷۔ ایک مثلث کے اضلاع اعداد ۱۳، ۱۴، ۱۵ کے تناسب میں ہیں اور اس کا رقبہ ۳۳۶ مربع فٹ ہے، تینوں اضلاع معلوم کرو۔

۸۔ ایک مثلث کے اضلاع اعداد ۳، ۴، ۵ کے تناسب میں ہیں اور

- ۱۔ اس کا رقبہ ۹۶ مربع فٹ ہے، تینوں اضلاع معلوم کرو۔
- ۹۔ ایک مستطیل کے ضلع اعداد ۸ اور ۹ کے تناسب میں ہیں اور اس کا رقبہ ۳۲ مربع فٹ ہے، اضلاع معلوم کرو۔
- ۱۰۔ ایک مستطیل کے اضلاع اعداد ۱۲ اور ۱۳ کے تناسب میں ہیں اور اس کا رقبہ ۳۸ مربع فٹ ہے، اضلاع معلوم کرو۔
- ۱۱۔ قاعدے کے متوازی ایک خط مستقیم کھینچ کر ایک مثلث کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ اگر قاعدہ کا ناپ ۱۸ فٹ ہو تو خط مستقیم کا طول دریافت کرو۔
- ۱۲۔ قاعدہ کے متوازی دو خطوط مستقیم کھینچ کر ایک مثلث کو تین مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ اگر قاعدہ کا ناپ ۸۰ اینچ ہو تو ان دو خطوط مستقیم کے طول دریافت کرو۔
- ۱۳۔ ۱۰۰ اینچ نصف قطر کے دائرہ کو ایک ہم مرکز دائرہ سے دو حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ اس ہم مرکز دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو اگر دونوں حصوں کے رقبے مساوی ہوں۔
- ۱۴۔ ۵ فٹ نصف قطر کے دائرہ کو دو ہم مرکز دائروں سے تین حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ ان دائروں کے نصف قطر دریافت کرو اگر تینوں حصوں کے رقبے مساوی ہوں۔

## سوالات امتحانات کا

- ۱۔ ۱۲۰ فٹ نصف قطر کے دائرہ کو دو ہم مرکز دائروں سے تین حصوں میں تقسیم کیا گیا۔ ان دائروں کے نصف قطر دریافت کرو اگر تینوں حصے مساوی الرقبہ ہوں۔ (جامعہ الہ آباد : میٹری کیولیشن)
- ۲۔ دو متشابہ مثلثوں کے متشابہ ضلعوں کی نسبت ۱۳ : ۱۷ ہے۔ ان کے رقبوں کا تناسب معلوم کرو۔ (جامعہ پنجاب : میٹری کیولیشن)
- ۳۔ بتاؤ کہ ۴ میل = ۱ اینچ کے پیمانہ پر ۶۷۶ مربع میل رقبہ کے شہر کے نقشہ کا رقبہ کیا ہوگا؟ (جامعہ کلکتہ : میٹری کیولیشن)
- ۴۔ ایک مثلث کے اضلاع ۲۰، ۱۳ اور ۲۱ فٹ ہیں۔ ۲۰ فٹ ضلع کے وسطی نقطہ سے ایک خط مستقیم سب سے بڑے ضلع کے متوازی



کھینچا گیا۔ دو حصوں کے رقبہ دریافت کرو جن میں کہ مثلث منقسم ہو گیا ہے۔  
(یورپین اسکولز : فائینل صوبیجات متحدہ)

۵۔ دو ہم مرکز دائروں میں چھوٹے دائرہ کا رقبہ بڑے دائرے کے رقبہ کا نصف ہے، اگر چھوٹے دائرہ کا نصف قطر ۴ فٹ ہو تو بڑے دائرہ کا نصف قطر دریافت کرو۔ (یورپین اسکولز : فائینل صوبیجات متحدہ)

۶۔ کسی نقشہ میں ایک مربع ایچ، اے، اے کو ظاہر کرتا ہے، وہ پیمانہ دریافت کرو جس پر کہ نقشہ اتارا گیا ہے۔ (مدراں ٹکنیکل : انٹر میڈیٹ)

۷۔ کس پیمانہ پر نقشہ اتارا گیا ہے جس میں ایک مربع ایچ، اے، اے کو تعبیر کرتا ہے۔ (مدراں ٹکنیکل : انٹر میڈیٹ)

۸۔ ایک مثلث کے اضلاع بالترتیب ۳۹، ۵۲، ۶۵ فٹ ہیں۔ اس سے ۹ گنے رقبہ کے ایک متشابه مثلث کے اضلاع معلوم کرو۔  
(مدراں ٹکنیکل : ابتدائی)

۹۔ ۲۸ ایکڑ اور ۹ سنٹ (Cents) ناپ کے کسی میدان کا ایک ضلع ۱۷ زنجیر ہے۔ ایک ایسے متشابه میدان کا رقبہ کیا ہوگا جس کے متناظر ضلع کا ناپ ۲۷ زنجیر ہے؟ (مدراں ٹکنیکل : ابتدائی)

۱۰۔ ۱۲ فٹ قاعدہ اور ۱۶ فٹ ارتفاع کے ایک مثلث قائم الزاویہ سے ارتفاع کے متوازی اگر ایک ایسا خط مستقیم کھینچا جائے جو اس میں سے ۲۴ مربع فٹ رقبہ کے مثلث کو کاٹ لے تو کوثر الذکر مثلث کے اضلاع کیا ہونگے؟ (رڈ کی انجینیر : داخلہ)

۱۱۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۲۰ ایچ ہے، تین ہم مرکز دائرے ایسے کھینچنا مطلوب ہے جو تمام رقبہ کو چار مساوی حصوں میں تقسیم کر دیں؛ ان کے نصف قطر معلوم کرو۔ (رڈ کی انجینیر : داخلہ)

۱۲۔ ایک مستطیل دھاتی تختی میں ۳۵ مساوی سوراخ بنائے گئے اور اس طرح دھات کا جو حصہ بکلی گیا اس کے وزن اور سوراخ کی ہوئی تختی کے وزن میں ۴۵ : ۶۷ کا تناسب ہے؛ اس تختی اور سوراخوں کے

قطروں کا مقابلہ کرو اگر یہ دیا ہوا ہو کہ کسی دائرہ کا رقبہ اُس کے قطر کے مربع کے متناسب ہوتا ہے۔  
 رقبہ کی انجینیر: داخلہ

رقبہ کی اپوسٹ آرڈینیٹ: داخلہ

۱۳۔ ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۸ انچ ہے: ایک ایسے دائرہ کا نصف قطر معلوم کرو جس کا رقبہ پہلے دائرے کے رقبہ کا پانچواں حصہ ہے۔

۱۴۔ ایک مستطیلی میدان کا طول اُس کے عرض کا دو چہرے اور اُس کا رقبہ ۳۵۲۸ مربع گز ہے۔ اگر اس کے ایک وتر کی سیدھ میں ۴ فٹ عرض کا راستہ بنا ہوا ہو تو راستہ کا رقبہ معلوم کرو۔

۱۵۔ ایک ایسے مثلث کا ارتفاع دریافت کرو جو ۵۰ فٹ ارتفاع کے ایک مثلث کے متشابه ہو اور جس کا رقبہ آخر الذکر کے رقبہ سے پانچ گنا ہو۔

۱۶۔ ایک ایسی شکل منحرف کے ابعاد فٹ میں معلوم کرو جس کا رقبہ ۱۰۰ مربع گز ہو اور جو ایسی شکل منحرف کے متشابه ہو جس کے متوازی ضلعے ۱۰، ۸ اور ۶

اور اُن کا درمیانی عمودی فاصلہ ۴ ہے۔

۱۷۔ کسی نقشہ میں جو ۱:۱۰۰ کے پیمانہ پر اتارا گیا ہے ایک مستطیلی میدان کے ضلعے ۵۶۵ اور ۵۷۲۔ انچ ہیں۔ میدان کا رقبہ ایکروں

میں اور اُس کے وتر کا طول گزوں میں معلوم کرو۔

۱۸۔ کسی مثلث کا ایک ضلع ۲۰ فٹ ہے۔ دوسرے اضلاع میں سے کسی ایک کے متوازی خطوط مستقیم کھینچ کر مثلث کو پانچ مساوی حصوں میں تقسیم کرو اور اس سے دیے ہوئے اضلع کے نقاط تقسیم تک کے فاصلے

معلوم کرو۔

۱۹۔ ۱۶، ۱۴، ۱۲ مربع انچ رقبہ کے دائرے کو ہم مرکز دائروں سے چار

مساوی حصوں میں تقسیم کرنا ہے۔ اُن کے قطر معلوم کرو (۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸)۔

۲۰۔ ایک مثلث کے اضلاع ۱۵، ۳۲، ۴۲۶ اور ۳۸۹ فٹ ہیں،

بڑے سے بڑے ضلع کے متوازی ایک ایسے خط کا طول دریافت کرو جو مثلث کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کر دے گا۔



۲۱۔ کسی نقشہ کی نقل ایک ایسے پیمانہ پر کھینچی گئی جو اصل نقشہ کے پیمانہ کا ڈیڑھ گنا ہے۔ بناؤ کہ کس نسبت سے اس کی سطح میں زیادتی ہو جائے گی؟

۲۲۔ ایک مثلث نما میدان کے ضلع بالترتیب ۱. ۳۵، ۴. ۳۶ اور ۳۶.۵ فٹ ہیں، بڑے سے بڑے ضلع کے متوازی ایک ایسے خط کا طول معلوم کرو جو میدان کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کر دیگا۔  
(رڈ کی انجینئر: فائینل)

۲۳۔ کسی دائری تختی میں ایک ایسا دائری سوراخ بنانا مطلوب ہے کہ وزن میں ایک تہائی کی کمی ہو جائے۔ سوراخ کا قطر معلوم کرو۔  
(رڈ کی اپوسب آرڈینٹ: ماہانہ)

۲۴۔ ایک تختہ کا عرض ایک سرے پر ۱۲ انچ اور دوسرے سرے پر ۹ انچ اور اس کا طول ۸ فٹ ہے؛ چوڑے سرے سے کتنے فاصلہ پر اس کو کاٹنا چاہیے تاکہ تختہ دو مساوی حصوں میں منقسم ہو جائے؟ (۷)

۲۵۔ مثلث کے ابعاد معلوم کرو جو ایک ایسے مثلث کے مثنیہ ہے جس کے ابعاد ۵۰، ۶۰ اور ۸۰ فٹ ہیں۔ لیکن جس کا رقبہ آخر الذکر کے رقبہ کا تین گنا ہو۔ (رڈ کی اپوسب آرڈینٹ: ماہانہ)

# باب ہشودہم

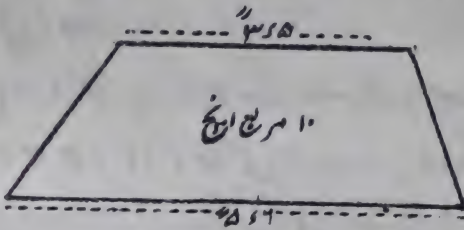
## سوالات حل کرنے کے لیے اشارات

اور

### ضابطوں کا مجموعہ

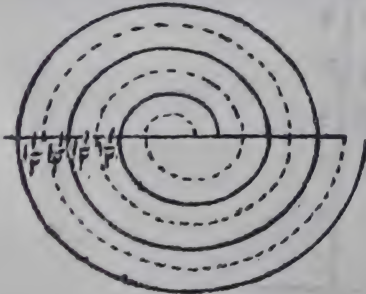
### اشارات

۱۰۶- (۱) جب کبھی ممکن ہو سوال کی وضاحت کے لیے شکل کھینچو اور شکل میں اُن تمام پیمائشوں کو مندرج کر دو جو دی ہوئی ہوں۔  
مثال :- کسی شکل منحنی کا رقبہ ۱۰ مربع انچ اور اس کے متوازی اضلاع کے ناپ بالترتیب ۵، ۳، ۵، ۳ انچ



اور ۵، ۳ انچ ہوں تو متوازی ضلعوں کا درمیانی عمود سی فاصلہ معلوم کرو۔

(ب) اپنی شکل کو تین ابعاد میں مت کھینچو اگر دو ابعاد کی تراشیں سے پورا مطلب حاصل ہو جاتا ہو۔



مثال :- ۳ انچ قطر کی ایک کامل لچکدار رسی کا چٹا بنایا گیا جو تین کامل ایک دوسرے سے چھوتے ہوئے حلقوں پر مشتمل ہے، رسی کا طول دریافت کرو۔  
(ج) پہلے اُس اکائی کا فیصلہ کر لو جس میں

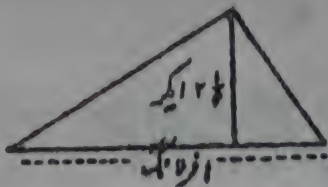


کہ تم اپنے جواب کو ظاہر کرنا چاہتے ہو پھر عمل کے دوران میں ہر جگہ اسی کو استعمال کرو۔ اگر سوال میں رقبے اور طول دونوں شامل ہوں تو تہارے رقبہ کی اکائی طول کی اکائی کے متناظر ہوتی چاہیے۔

مثال :- اُس شلغ کا ارتقاع فکستی

زنجیر ہو گا۔ جس کا رقبہ  $2\frac{1}{4}$  ایکڑ اور جس کا

تاسو ۱. فولانگ ۲. ۱







۵ روپیہ ۸ آنہ سیکڑہ کے حساب سے ۳ فٹ ۹ انچ x ۳ فٹ ۳ انچ ابعاد کے پتھر بچھوانے کی لاگت معلوم کرو۔

$$\text{فرش کا رقبہ} \{ = ۳۹۰ \times ۲۵۰ \text{ مربع فٹ}$$

$$\text{ہر ایک پتھر کا رقبہ} \{ = ۳ \frac{۳}{۴} \times ۳ \frac{۱}{۴} \text{ مربع فٹ}$$

$$\therefore \text{پتھروں کی مطلوبہ تعداد} = \frac{۳۹۰ \times ۲۵۰}{۳ \frac{۳}{۴} \times ۳ \frac{۱}{۴}}$$

$$\therefore \text{لاگت} = \frac{۵ \frac{۱}{۲} \times ۳۹۰ \times ۲۵۰}{۱۰۰ \times ۳ \frac{۳}{۴} \times ۳ \frac{۱}{۴}} \text{ روپیہ}$$

$$= \frac{۳۵۰ \times ۳۹۰ \times ۱۱ \times ۲}{۲ \times ۱۰۰ \times ۱۳ \times ۱۵}$$

$$= ۷۹۲ \text{ روپیہ}$$

(ع) اکثر یہ زیادہ مناسب ہے کہ ارتقام ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، کی قیمتیں آخر تک مندرجہ ذیل جائیں۔ خاص کر اگر ان کے ساقط ہو جانے کا احتمال ہو۔

**مثال :-** ایک مثلث مساوی الاضلاع اور ایک منظم سدس کے رقبوں کا مقابلہ کرو۔ اگر ہر ایک کے ضلع کا طول مساوی ہو۔

فرض کرو کہ ہر ایک کے ایک ضلع کا ناپ ۱ انچ ہے

تب —

$$\text{مثلث مساوی الاضلاع کا رقبہ} = \frac{۱ \times ۱ \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{۲} \text{ مربع انچ}$$

$$\text{اور سدس کا رقبہ} = \frac{۳ \times ۱ \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{۲} \text{ مربع انچ}$$

$$\therefore \text{مثلث کا رقبہ : سدس کا رقبہ} = \frac{۱ \times ۱ \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{۳ \times ۱ \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = ۱ : ۳$$

$$= ۱ : ۳$$

(ف) مختلف اعداد کے حاصل ضرب کا جذر المربع اکثر اوقات مطالعہ سے معلوم ہو سکتا ہے اگر اعداد کو ایسے اجزاء میں لکھا جائے کہ ہر جزو دو مرتبہ واقع ہو۔

**مثال :-** اگر ۱۲۳ = ا، ۲۲۰ = ب، ۲۳۱ = ج تو

$$\sqrt{\text{ص}(\text{ص} - \text{و}) (\text{ص} - \text{ب}) (\text{ص} - \text{ج})} = \frac{\text{و} + \text{ب} + \text{ج}}{۲}$$

$$\sqrt{\text{ص}(\text{ص} - \text{و}) (\text{ص} - \text{ب}) (\text{ص} - \text{ج})} = ۲۹۷ \times ۱۵۴ \times ۷۷ \times ۷۷$$

$$\sqrt{۱۱ \times ۷۷ \times ۷۷ \times ۷۷ \times ۲ \times ۲۷ \times ۱۱} =$$

$$\sqrt{۲۹ \times ۲۷ \times ۷۷ \times ۷۷ \times ۱۱} =$$

$$۹ \times ۲ \times ۷۷ \times ۱۱ =$$

$$۱۵۲۲۷ =$$

(ک) یاد رہے کہ

$$\sqrt{\text{و}(\text{و} - \text{ا}) (\text{و} - \text{ب}) (\text{و} - \text{ج})} =$$

$$\sqrt{\text{و}(\text{و} - \text{ع}) (\text{و} - \text{ح}) (\text{و} - \text{د})} =$$

مثال :- اس مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ دریافت کرو جس کے وتر اور ارتفاع کے ناپ بالترتیب ۱۱۵۷ گز اور ۱۱۵۵ گز ہیں۔

$$\text{قاعدہ} = \sqrt{\text{و}(\text{و} - \text{ع})}$$

$$\sqrt{\text{و}(\text{و} - \text{ع})} =$$

$$\text{جہاں } ۱۱۵۷ = \text{و} ، ۱۱۵۵ = \text{ع}$$

$$\therefore \text{قاعدہ} = \sqrt{(۱۱۵۷ - ۱۱۵۵)(۱۱۵۷ + ۱۱۵۵)} \text{ گز}$$

$$\sqrt{۲ \times ۲۳۱۲} =$$

$$\sqrt{۲ \times ۲۳۱۲} =$$

$$= ۲ \times ۳۳۳ \text{ گز}$$

$$= ۶۶۶ \text{ گز}$$

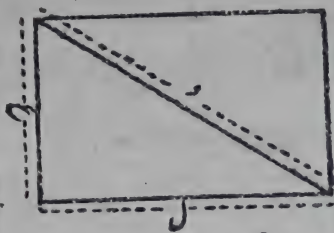




(۱۰) علم ہندسہ کی رو سے اگر کوئی جواب غیر صحیح معلوم ہو یا بعض اور وجوہات کی بنا پر کوئی جواب مہمل ثابت ہوتا ہو تو اس کو خارج از بحث سمجھو اور غلط مانو۔ مثلاً اگر قوس کا ارتفاع اور دائرے کا قطر دیے ہوئے ہوں اور قوس کے وتر کا طول مطلوب ہو اور تمہیں وتر کے لیے جو جواب حاصل ہو، وہ دائرے کے قطر سے زیادہ ہو تو صریحاً تمہارا جواب غیر صحیح ہے۔

یا اگر شکل بیانہ کی رو سے صحت کے ساتھ کیمنی گئی ہو تو اکثر اوقات تقریبی جواب اندازاً معلوم کرنا چنداں دشوار نہیں ہوتا۔ اور اگر مطلوبہ جواب طول ہو تو یہ خاص طور سے آسان ہے۔ اگر تمہارے حاصل شدہ نتیجہ اور قیاسی جواب میں بہت زیادہ فرق ہو تو اپنے جواب کو غلط سمجھو۔

## ضابطوں کا مجموعہ



۱۰۶- (۱) مستطیل

(۱) ق = ل × ع

(ب) و =  $\sqrt{ل^2 + ع^2}$

جہاں ق = رقبہ، ل = طول، ع = عرض، د = وتر

(۲) مربع

(۱) ق = ل × ل

(ب) د =  $\sqrt{ل^2 + ل^2}$

جہاں ق = رقبہ، ل = ضلع، د = وتر

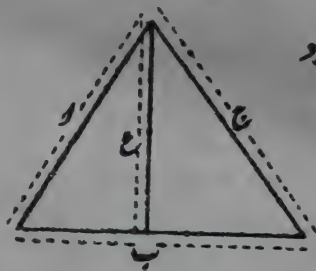
(۳) مثلث قائم الزاویہ

(۱) و =  $\sqrt{ل^2 + ع^2}$

(ب) ل =  $\sqrt{(و - ع)(و + ع)}$

(ج) ع =  $\sqrt{(و - ل)(و + ل)}$



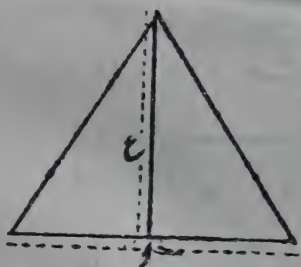


جہاں  $و = دتر$ ،  $ا = قاعدہ$ ،  $ع = ارتفاع$  یا عمود  
(۴) مثلث۔

$$ا (۱) ق = \frac{ا \times ع}{۲}$$

جہاں  $ق = رقبہ$ ،  $ا = قاعدہ$ ،  $ع = ارتفاع$  یا بلندی

(ب)  $ق = ا (ص - ا) (ص - ب) (ص - ج)$   
جہاں  $ق = رقبہ$ ،  $ا$ ،  $ب$ ،  $ج$  تینوں اضلاع ہیں اور  $ص = \frac{ا + ب + ج}{۲}$

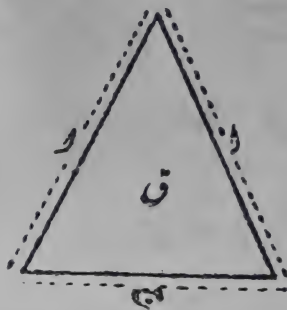


(۵) مثلث مساوی الاضلاع۔

$$ا (۱) ع = \frac{ا^2 \sqrt{۳}}{۲}$$

$$(ب) ق = \frac{ا^2 \sqrt{۳}}{۴}$$

جہاں  $ع = ارتفاع$ ،  $ا = ضلع$ ،  $ق = رقبہ$   
(۶) مثلث مساوی الساقین۔



$$ق = \frac{ب \times ع}{۲}$$

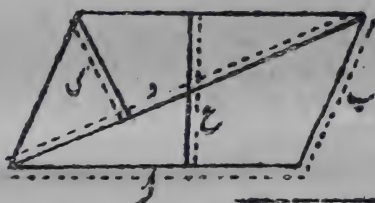
جہاں  $ق = رقبہ$ ،  $ا = ضلع$ ،  $ب = قاعدہ$

(۷) متوازی الاضلاع۔

$$ا (۱) ق = ا \times ع$$

جہاں  $ق = رقبہ$ ،  $ا = قاعدہ$ ،  $ع = ارتفاع$

$$(ب) ق = فوس$$



جہاں  $ق = رقبہ$ ،  $ا = دتر$ ،  $و = دتر کا بیرونی عمود$

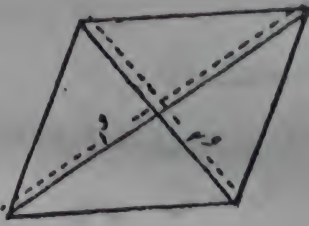
$$(ج) ق = ا (ص - ا) (ص - ب) (ص - و)$$

جہاں  $ق = رقبہ$ ،  $و = دتر$  اور  $ا$ ،  $ب$ ،  $و$  متصلہ اضلاع۔ نیز

$$ص = \frac{ا + ب + و}{۲}$$

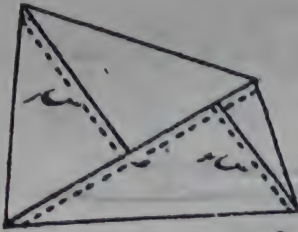


(۸) معین -



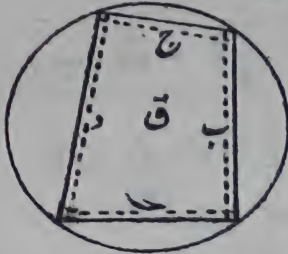
ق =  $\frac{1}{2} \times د \times د$   
جہاں ق = رقبہ، د اور د دونوں وتروں کے طول ہیں۔

(۹) ذواربعتہ الاضلاع -



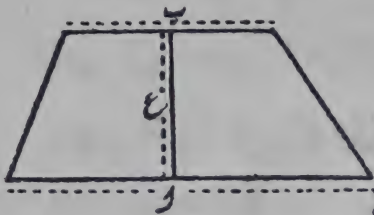
ق =  $\frac{1}{2} \times د \times (س + س)$   
جہاں ق = رقبہ، د = وتر اور س اور س وتر کے بیرونی عمود ہیں۔

(۱۰) دائرہ کے اندرونی ذواربعتہ الاضلاع



ق =  $\sqrt{(ص-ا)(ص-ب)(ص-ج)(ص-د)}$   
جہاں ق = رقبہ، ا، ب، ج، د اضلاع ہیں  
اور  $ص = \frac{ا + ب + ج + د}{2}$

(۱۱) شکل منخوف -



ق =  $\frac{1}{2} \times (ا + ب) \times ع$

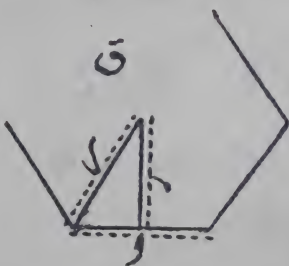
جہاں ق = رقبہ، ا اور ب متوازی اضلاع کے طول اور ع ان کا درمیانی عمودی فاصلہ ہے۔

(۱۲) منتظم کثیر الاضلاع

د (۱) ق =  $\frac{ن}{4} \times د$

د (ب) ق =  $\frac{ن}{4} \times \sqrt{ا^2 - \left(\frac{ا}{ن}\right)^2}$

د (ج) ق =  $\frac{ن}{4} \times \frac{ا}{ن} \times م$



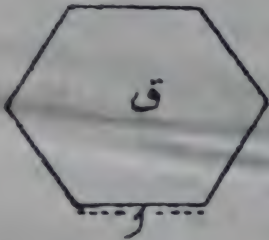
$$(د) ق = ر \times ن \text{ مس } \frac{1}{ن}$$

$$(۵) ق = ر \times \frac{ن}{۲} \text{ جب } \frac{۳۶۰}{ن}$$

جہاں ق = رقبہ، ن = اضلاع کی تعداد، ۱ = ضلع، ر = اندرونی دائرہ کا نصف قطر، س = حاطط دائرہ کا نصف قطر

(۱۳) منتظم مسدس -

$$ق = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$$



جہاں ق = رقبہ، ۱ = ضلع

(۱۴) منتظم مشمن

$$ق = \frac{۳}{۲} (۱ + \sqrt{۳})$$



جہاں ق = رقبہ، ۱ = ضلع  
(۱۵) بارہ ضلعوں کے منتظم کثیر الاضلاع

$$ق = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲} (۱ + \sqrt{۳})$$

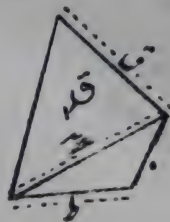
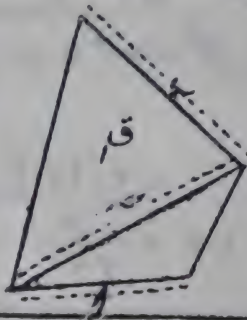


جہاں ق = رقبہ، ۱ = ضلع

(۱۶) متشابه اشکال -

(۱) ا: ب = ط: دق

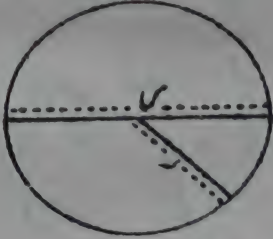
جہاں ا اور ب ایک شکل کے دو ضلعوں کے طول اور ط اور ق دوسری شکل کے متناظر اضلاع کے طول ہیں۔





$$(ب) ق: ق = (پ): (پ) =$$

جہاں ق، اور ق، دو دائروں کے رقبے اور پ، اور پ، ان کے متناظر اضلاع کے طول ہیں۔



(۱۷) دائرہ۔

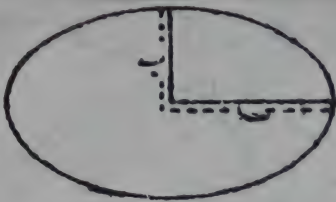
$$(ا) ط = پ$$

$$(ب) ق = ر$$

جہاں ط = محیط، س = قطر، ق = رقبہ، ر = نصف قطر

(۱۸) قطع ناقص

$$ق = پ$$



جہاں ق = رقبہ، پ = نصف محور اعظم،

ب = نصف محور اصغر

(۱۹) وتر دائرہ۔

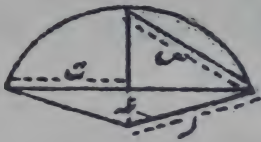
$$(ا) ت = پ (س - ع)$$

$$(ب) ص = پ$$

جہاں ت = قوس کا نصف وتر، ص = نصف

قوس کا وتر، ع = قوس کا ارتفاع، س = دائرہ کا قطر

(۲۰) قوس دائرہ



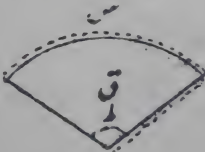
$$(ا) س = \frac{پ}{۳۶۰} \times ۲۲$$

$$(ب) س = پ - ۲$$

جہاں س = قوس کا طول، ع = قوس کا

مرکزی زاویہ، ر = دائرہ کا نصف قطر، ت = قوس کا نصف وتر، ص =

نصف قوس کا وتر



(۲۱) قطاع دائرہ۔

$$(ا) ق = \frac{ط}{۳۶۰} \times ۲۲$$

(ب)  $ق = \frac{1}{2} ر س$   
 جہاں  $ق =$  رقبہ،  $ط =$  قطاع کا زاویہ،  $س =$  قطاع کے قوس کا طول  
 $ر =$  دائرہ کا نصف قطر

(۲۲) قطعہ دائرہ —



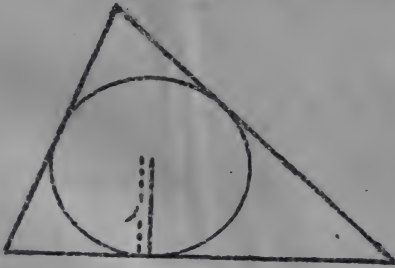
(ا) قطعہ = قطاع - مثلث

(ب)  $ق = \frac{1}{2} ر س - \frac{1}{2} ر^2 \sin ط$

جہاں  $ق =$  رقبہ،  $ع =$  قطعہ کا ارتفاع،  $ط =$  قطعہ کا وتر

(۲۳) مثلث کا اندرونی دائرہ

$$ر = \frac{\Delta}{ص}$$

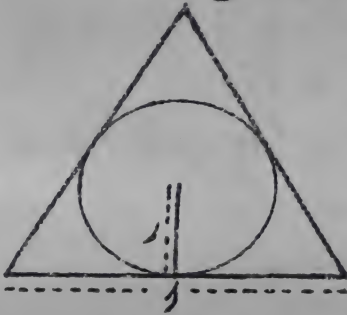


جہاں  $ر =$  اندرونی دائرہ کا نصف قطر

$\Delta =$  مثلث کا رقبہ،  $ص =$  مثلث کا نصف احاطہ

(۲۴) مثلث مساوی الاضلاع کا اندرونی دائرہ

$$ر = \frac{ا}{3\sqrt{3}}$$

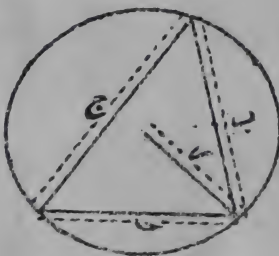


جہاں  $ر =$  اندرونی دائرہ کا نصف قطر

$ا =$  مثلث کا ضلع

(۲۵) مثلث کا بیرونی یا حائل دائرہ —

$$ر = \frac{ا ب ج}{\Delta}$$



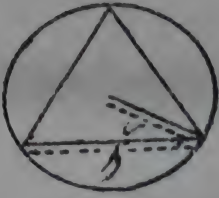
جہاں  $ر =$  حائل دائرہ کا نصف قطر

$\Delta =$  مثلث کا رقبہ،  $ا ب ج$  مثلث کے

تین اضلاع ہیں —



(۲۶) مثلث مساوی الاضلاع کا حائط دائرہ



$$r = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

جہاں س = حائط دائرہ کا نصف قطر

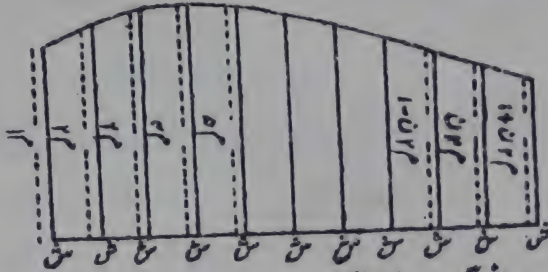
۱ = مثلث کا ضلع

(۲۷) سمپسن (Simpson) کا قاعدہ

$$Q = \frac{ش}{3} \{ m_1 + m_2 + \dots + m_n + 2(m_1 + m_2 + \dots + m_n) + 1 \}$$

$$\{ m_1 + m_2 + \dots + m_n + m_n \}$$

جہاں ق = رقبہ، ش = مشترک فاصلہ،  $n = 1$  ان مساوی حصوں کی



تعداد جن میں کہ جو یہی خط تقسیم کیا گیا ہے  $m_1, m_2, \dots, m_n$  معین ہیں جن کو ایک ترتیب میں لکھا گیا ہے۔

یہ وہی

# جوابات

## نمبری ۱ (۱) صفحہ ۵

- ۱-  $۴۶\frac{1}{2}$  گز - ۲-  $۱۵۱۹\frac{3}{4}$  فٹ - ۳-  $۳۰۶۸۲\frac{1}{4}$  فٹ - ۴-  $۲۸۰$  زنجیر - ۵-  $۵۶۰$  مربع پول - ۶-  $۲۳۳۱۳\frac{1}{4}$  مربع گز - ۷-  $۹۰۰۰۰$  مربع کڑی - ۸-  $۱۸$  سیل  $۵$  فلانگ  $۲۳$  پول  $۳$  گز  $\frac{1}{4}$  فٹ - ۹-  $۳۸۶۲۹$  ایکر - ۱۰-  $۲۰$  ایکڑ  $۲$  روڈ  $۶$  پول  $۵\frac{1}{4}$  مربع گز  $۸$  مربع فٹ - ۱۱-  $۱۳۰$  - ۱۲-  $۲۱۱۴\frac{1}{4}$  - ۱۳-  $۱۴$  گز - ۱۴-  $۶۰۵$  مربع گز - ۱۵-  $۱۱۲$  گز - ۱۶-  $۱۰$  لاکھ - ۱۷-  $۱۷۵۰$  لاکھ - ۱۸-  $۵۶۰۰$  گز - ۱۹-  $۶۸۰۰$  بسوانسی - ۲۰-  $۱۳$  بیگھ  $۶$  بسواس - ۲۱-  $۶۲۰$  بسوانسی - ۲۲-  $۹۴$  بسواس - ۲۳-  $۱۴۶۹$  مربع فٹ - ۲۴-  $۵۱۳$  مربع فٹ - ۲۵-  $۹$  مربع فٹ  $۵۲$  مربع اینچ - ۲۶-  $۱۶$  مربع فٹ  $۸$  مربع اینچ - ۲۷-  $۳$  مربع گز  $۳$  مربع فٹ  $۹$  مربع اینچ - ۲۸-  $۱۲$  مربع گز  $۲$  مربع فٹ - ۲۹-  $۱۸$  مربع گز  $۵$  مربع فٹ  $۸۲$  مربع اینچ - ۳۰-  $۴۶۵۸$  ایکر -

## نمبری ۱ (ب) صفحہ ۶

- ۱۵-  $۱۱۲$  گز - ۱۶-  $۱۰$  لاکھ - ۱۷-  $۱۷۵۰$  لاکھ - ۱۸-  $۵۶۰۰$  گز - ۱۹-  $۶۸۰۰$  بسوانسی - ۲۰-  $۱۳$  بیگھ  $۶$  بسواس - ۲۱-  $۶۲۰$  بسوانسی - ۲۲-  $۹۴$  بسواس - ۲۳-  $۱۴۶۹$  مربع فٹ - ۲۴-  $۵۱۳$  مربع فٹ - ۲۵-  $۹$  مربع فٹ  $۵۲$  مربع اینچ - ۲۶-  $۱۶$  مربع فٹ  $۸$  مربع اینچ - ۲۷-  $۳$  مربع گز  $۳$  مربع فٹ  $۹$  مربع اینچ - ۲۸-  $۱۲$  مربع گز  $۲$  مربع فٹ - ۲۹-  $۱۸$  مربع گز  $۵$  مربع فٹ  $۸۲$  مربع اینچ - ۳۰-  $۴۶۵۸$  ایکر -

## نمبری ۲ (۱) صفحہ ۱۵

- ۱-  $۱۴۳$  مربع فٹ - ۲-  $۵۱۳$  مربع فٹ - ۳-  $۱۴۶۹$  مربع فٹ - ۴-  $۳$  مربع فٹ  $۵۱$  مربع اینچ - ۵-  $۹$  مربع فٹ  $۵۲$  مربع اینچ - ۶-  $۱۶$  مربع فٹ  $۸$  مربع اینچ - ۷-  $۳$  مربع گز  $۳$  مربع فٹ  $۹$  مربع اینچ - ۸-  $۱۲$  مربع گز  $۲$  مربع فٹ - ۹-  $۱۸$  مربع گز  $۵$  مربع فٹ  $۸۲$  مربع اینچ - ۱۰-  $۴۶۵۸$  ایکر -



- ۱۱- ۱۰۵۹۳۴ ایکڑ - ۱۲- ۱۴۳۷۷۷۷۷ ایکڑ - ۱۳- ۲ ایکڑ - ۱۴- ۲ روڈ ۲۳۳۳ مربع پل  
 ۱۳- ۴ ایکڑ ۱۲۸ روڈ ۳۵۰۱۲۸ مربع پل - ۱۵- ۶ ایکڑ ۲ روڈ ۲۱۵۷۷۷ مربع پل -  
 ۱۶- ۲ گز ۹ اینچ - ۱۷- ۱۲۱ گز - ۱۸- ۱۲۱ گز -  
 ۱۹- ۱۵ زبیر - ۲۰- ۲ گز ۲ اینچ - ۲۱- ۱۵ زبیر -  
 ۲۲- ۸۸ گز - ۲۳- ۶ زبیر ۳۵ کڑی - ۲۴- ۵ فرلانگ ۱۳ پل -  
 ۲۵- ۸۷ مربع گز ۱ مربع فٹ - ۲۶- ۵۸ مربع گز ۷ مربع فٹ -  
 ۲۷- ۱۶۰ مربع گز ۴ مربع فٹ - ۲۸- ۲۶۶ مربع گز ۷ مربع فٹ -  
 ۲۹- ۲۲۵۵ ایکڑ - ۳۰- ۱۷۷۷۷۷۷ ایکڑ - ۳۱- ۴۷۷۷۷۷۷ ایکڑ -  
 ۳۲- ۱۴۷۷۷۷۷ ایکڑ - ۳۳- ۱۸ فٹ - ۳۴- ۳۵۷۷۷۷۷ زبیر -  
 ۳۵- ۲۳۷۷۷۷۷ زبیر - ۳۶- ۶ زبیر ۵۲ کڑی - ۳۷- ۱۷۷۷۷۷۷ روپیہ -  
 ۳۸- ۵۹ روپیہ - ۳۹- ۱۰۲ مربع گز ۶ مربع فٹ - ۴۰- ۸۴ گز -  
 ۴۱- ۳۴۱ مربع زبیر - ۴۲- ۱ مربع گز ۸ مربع فٹ ۵۲ مربع اینچ -  
 ۴۳- ۱۳ زبیر - ۴۴- ۳۸۰ روپیہ - ۴۵- ۴ گز ۸ فٹ ۸ اینچ -  
 ۴۶- ۱۰ زبیر اور ۲۰ زبیر - ۴۷- ۲۵۶ مربع گز - ۴۸- ۱۴۱ گز -  
 ۴۹- ۲۲۲ روپیہ - ۵۰- ۱۹۴ روپیہ ۵ آنہ ۴ پائی -

### نمبری ۲ (ب) صفحہ ۱۸

- ۵۱- ۳۵ بیگہ - ۵۲- ۱۲۷۱۲ بیگہ -  
 ۵۳- ۲ بیگہ - ۵۴- ۴ راسی -  
 ۵۵- ۲ راسی ۵ لاکھ - ۵۶- ۹۷/۱۶۸ گز -

### سوالات امتحانات ۲

- ۱- ۵۴۰ مربع فٹ - ۲- ۲۳۸۸۰ جھاڑ -  
 ۳- ۷۳ پونڈ ۱۶ شنگ ۱۴ پش - ۴- ۱۶۸ طلبار -  
 ۵- ۱۰ پونڈ ۱۰ شنگ - ۶- ۱۷۸۲۱/۲ مربع فٹ -

- ۷۔ ۴ فٹ - ۸۔ ۱۶ پونڈ ۳ شلنگ  $\frac{2}{3}$  ۶ پنس - ۹۔ ۵۔ ۰۔ ۷ پل -  
 ۱۰۔ ۱۰۔ ۲ فٹ ۷۔ ۵ اینچ - ۱۱۔ ۲۳ گز اور ۳۶ گز -  
 ۱۲۔ طول = ۳۱ فٹ، عرض = ۲۱ فٹ، بلندی = ۱۳ فٹ -  
 ۱۳۔ ۴۳ روپیہ ۱۳ آنہ ۶ پائی - ۱۴۔ ۸۴ و ۳۳ ایکڑ اور ۱۶ ایکڑ -  
 ۱۵۔ ۸۷۵۳ فٹ تقریباً - ۱۶۔ ۳۸۴ و ۳۸۴ ایکڑ -  
 ۱۷۔ ۹ فٹ - ۱۸۔  $\frac{9}{3}$  اینچ - ۱۹۔ ۱۲ فٹ -  
 ۲۰۔  $\frac{1}{3}$  ۱۳ فٹ - ۲۱۔ ۱۳ - ۲۲۔ ۳۳ - ۲۳۔ ۲۵ - ۲۴۔ ۳۳ پونڈ -  
 ۲۵۔ ۲۸۶ تختے - ۲۶۔ ۲۸۰ مربع فٹ - ۲۷۔ ۸۲۰ اینچ - ۲۸۔ ۱۸ فٹ -  
 ۲۹۔  $\frac{1}{4}$  ۲۶ گز، ۹ روپیہ ۱۲ آنہ ۸ پائی - ۳۰۔ ۳۹ و ۶ گز -  
 ۳۱۔  $\frac{1}{9}$  ۱۸۰ گز - ۳۲۔  $\frac{2}{9}$  ۲۰ مربع فٹ - ۳۳۔ ۶۴ و ۶ جھاڑ -  
 ۳۴۔ ۸۶۶ و ۸ فٹ - ۳۵۔  $\frac{5}{6}$  ۹۴۶ فٹ - ۳۶۔ ۳۳ - ۳۷۔ ۳۳ -  
 ۳۸۔ ۲۲۷ پونڈ ۵ شلنگ  $\frac{5}{11}$  ۵ پنس - ۳۹۔ ۱۷۵ و ۱۸ فٹ -  
 ۴۰۔ ۳۲ گز - ۴۱۔ ۹۸ گز ۲ فٹ - ۴۲۔ ۴۱ - ۴۳۔ ۵۰ -  
 ۴۴۔ ۶ ایکڑ - ۴۵۔ ۲۸۶۹ روپیہ ۵ آنے ۴ پائی - ۴۶۔ ۲۸۶۹ روپیہ ۵ آنے ۴ پائی -

### مبصری (۳) صفحہ ۳۴

- ۱۔ ۳ فٹ ۷ - ۲۔ ۱۳ فٹ ۸ - ۳۔ ۹ فٹ ۴ -  
 ۴۔ ۱۰ فٹ ۷ - ۵۔ ۸ فٹ ۹ ۱ - ۶۔ ۶ مربع فٹ ۲ -  
 ۷۔ ۱۰ مربع فٹ ۴ - ۸۔ ۸ مربع فٹ ۸ -  
 ۹۔ ۳۱ مکعب فٹ ۳ - ۱۰۔ ۲۱ مکعب فٹ ۵ - ۱۱۔ ۱۶ مکعب فٹ ۴ ۸ -  
 ۱۲۔ ۱۸ مکعب فٹ ۹ ۵ - ۱۳۔ ۱۵ مربع فٹ - ۱۴۔ ۳۸ مربع فٹ ۱۰ -  
 ۱۵۔ ۴۱ مربع فٹ ۲ - ۱۶۔ ۳۸ مربع فٹ ۱۰ -



- ۱۸۔ مربع فٹ ۱۰ ۳/۴ — ۱۹۔ مربع فٹ ۵ ۳/۴ ۳/۴ —  
 ۲۰۔ مربع فٹ ۸ ۳/۴ ۳/۴ — ۲۱۔ مربع فٹ ۴ ۱۱ ۳/۴ ۳/۴ —  
 ۲۲۔ مربع فٹ ۱۰ ۳/۴ ۳/۴ —

### نمبری ۴ (ا) صفحہ ۲۳

- ۱۔ ۸ اینچ — ۲۔ ۱۲۵ گز — ۳۔ ۱۷۶ گز ۲ فٹ —  
 ۴۔ ۱۰ گز ۱۰ اینچ — ۵۔ ۵ میل ۵ فرلانگ ۳۷ پل ۴ — ۱۱ زنجیر ۹۰ کڑی —  
 ۶۔ ۲۷ زنجیر ۵ کڑی — ۸۔ ۳۹ ۷۴۳ زنجیر — ۹۔ ۸۰۶۰۲۲ کڑی —  
 ۱۰۔ ۳۳ اینچ — ۱۱۔ ۷ اینچ — ۱۲۔ ۳ میل —  
 ۱۳۔ ۴ زنجیر ۷۲ کڑی — ۱۴۔ ۸ میل ۲ فرلانگ — ۱۵۔ ۲۱۰ گز ۱۷۸ گز —  
 ۱۶۔ ۱۴۷۷۲ اینچ — ۱۷۔ ۹ فٹ — ۱۸۔ ۸۵ اینچ —  
 ۱۹۔ ۴ فٹ ۳ اینچ — ۲۰۔ ۱۸۷۳۸ اینچ — ۲۱۔ ۲ فٹ ۶ اینچ —  
 ۲۲۔ ۷ فٹ ۲ اینچ — ۲۳۔ ۴۷ ۴۴ زنجیر — ۲۴۔ ۷۲۴ روپیہ ۲۴ —  
 ۲۵۔ ۹۹۵ گز ۲ فٹ — ۲۶۔ ۴۹۴ فٹ تقریباً — ۲۷۔ ۲۴۳ میل تقریباً —  
 ۲۸۔ ۴۴ فٹ ۲ اینچ — ۲۹۔ ۶۲۷۶ فٹ تقریباً — ۳۰۔ ۴۴ زنجیر ۸۷۰ زنجیر

### نمبری ۴ (ب) صفحہ ۲۵

- ۳۱۔ ۲۵ راسی — ۳۲۔ ۸۵ لاقہ — ۳۳۔ ۱۵۷ گز —  
 ۳۴۔ ۲۲۹ ہاتھ — ۳۵۔ ۳۶۵ گز — ۳۶۔ ۴۳۳ راسی —  
 ۳۷۔ ۷۹ ہاتھ — ۳۸۔ ۲۸ راسی — ۳۹۔ ۶۰ گز —  
 ۴۰۔ ۱۰۵ ہاتھ — ۴۱۔ ۸۴ گز — ۴۲۔ ۱۲۰ راسی —

### سوالات امتحانات

- ۱۔ ۵ فٹ ۶ ۳/۴ فٹ ۲۔ ۱۱ ۷/۸ فٹ — ۳۔ ۸۰ فٹ —  
 ۴۔ ۶۶ ۸۶ ۲/۳ میل — ۵۔ ۱ — ۷۔ ۴۴ فٹ —

- ۸۔ ۴۱۳۲۱ میل، ۶۴۰ ایکڑ - ۹۔ ۱۲۰ فٹ -  
 ۱۰۔ ۲۴۶۴۴ گز - ۱۱۔ ۱۶ فٹ -  
 ۱۳۔ ۶۱۹۴۱ فٹ - ۱۵۔ ۲ مربع فٹ -  
 ۱۶۔ ۱۶۱۶ ایچ - ۱۸۔ ۶۴۴ فٹ، ۲۴۵ فٹ - ۱۹۔ ۱۲ فٹ -  
 ۲۰۔ ۱۲۶۳۴ فٹ، ۱۲۰۱۲ فٹ - ۲۱۔ ۸ فٹ -  
 ۲۲۔ ۵۰۰۰ مربع گز - ۲۳۔ ۵۶۲۵ مربع فٹ - ۲۴۔ ۲۲۲۰ فٹ -  
 ۲۵۔ ۵۴۹ روپیہ ۱۳ آنے ۶۵۲ پائی -

### نمبری ۵ (۱) صفحہ ۶۳

- ۱۔ ۱۸۴ مربع فٹ -  
 ۲۔ ۷ مربع گز  $\frac{۱}{۲}$  مربع فٹ -  
 ۳۔ ۸ مربع گز ۷ مربع فٹ  $\frac{۱}{۲}$  مربع ایچ - ۴۔ ۶۵۳۹۳۴۵ ایکڑ -  
 ۵۔ ۹ فٹ -  
 ۶۔ ۸۱ زنجیر  $\frac{۶۴}{۸۳}$  ۹۲ کڑی -  
 ۹۔ ۱۲ مربع فٹ ۶ مربع ایچ -  
 ۱۱۔ ۱۵۴۲۲۶ ایکڑ -  
 ۱۳۔ ۱۲۵ مربع فٹ -  
 ۱۵۔ ۱۷۷۳۶ مربع زنجیر -  
 ۱۷۔ ۲۳۱۰ مربع کڑی -  
 ۱۹۔ ۸۶۷۰۰ مربع فٹ -  
 ۲۱۔ ۱۲۷۲۴ مربع زنجیر -  
 ۲۳۔ ۱۲ زنجیر ۳۲ کڑی -  
 ۲۵۔ ۶۹۳ روپیہ تقریباً ۱۱۱۱ =  
 ۲۷۔ ۲۲۶۳۸ درخت -  
 ۲۹۔ ۶۵۹۲۸ گز -  
 ۳۱۔ ۱۸ : ۳۱ -  
 ۳۲۔ ۱۲۱۹۳ مربع کڑی -  
 ۳۴۔ ۷ فٹ ۵ ایچ -  
 ۳۷۔ ۱۶۷۷۷۷۷ مربع فٹ -  
 ۳۸۔ ۷۷۷۷۷ گز -



## امثلہ نمبری ۵ (ب) صفحہ ۶۵

- ۳۲ —  $\frac{1}{4}$  ۹۷ بیگھ —  
 ۳۳ — ۱۲ بیگھ ۱۳ و ۸ بسواس —  
 ۳۴ — ۱۳ بیگھ ۴ بسواس ۱۶ بسوانسی —  
 ۳۵ — ۶۴ لائقہ —  
 ۳۶ — ۸ لائقہ —  
 ۳۷ —  $\frac{2}{11}$  ۹۸ لائقہ —  
 ۳۸ — ۳۵ و ۹۷ بیگھ —  
 ۳۹ — ۱۶ بسواس ۱۶ بسوانسی —

## سوالات امتحانات ۵

- ۱ — ۱۵ فٹ —  
 ۳ — ۶۰ فٹ —  
 ۵ — ۱۴ و ۱۳ فٹ —  
 ۷ — ۱۲ فٹ —  
 ۹ — ۴۸۶ مربع اینچ —  
 ۱۱ — ۲۱۶ و ۲۱۶ مربع فٹ —  
 ۱۳ — ۳۰،  $\frac{1}{4}$  ۶ —  
 ۱۵ — ۲۲ فٹ —  
 ۱۷ — ۳۵۷۰ مربع گز —  
 ۱۹ — ۲۸ و ۹ فٹ —  
 ۲۱ — ۳۱۷ فٹ تقریباً —  
 ۲۳ —  $\frac{1}{4}$  ۴۵۳۷ مربع گز،  $\frac{1}{4}$  ۲۷۲۲ مربع گز —  
 ۲۴ — ۳ ایکڑ ۲ روڈ ۹۵۰۸۸ پول —  
 ۲۵ — ۷۴، ۷۴، ۷۴ فٹ —  
 ۲۶ — ۴۵ فٹ، ۴۵ فٹ، ۴۵ فٹ، ۵۴ مربع فٹ —  
 ۲۸ — ۴۷، ۴۷، ۴۷، ۲۵، ۲۵، ۱۲ گز —  
 ۲۹ — ۲۲ و ۴۲ گز، ۲۵ و ۸۴ گز، ۲۴ گز، ۳۰، ۳۷، ۵۵ ایکڑ —  
 ۳۱ — ۵۶ و ۳۷ مربع کڑی —  
 ۳۲ — ۱ ایکڑ روڈ  $\frac{11}{12}$  ۲۴ پول —

- ۳۳۔ ۶۵۹۲۸ گز۔ ۳۴۔ ۶۲۰۹۶۴ گز تقریباً۔  
 ۳۵۔ ۳۴۵۴۳۴ فٹ ۱۹۵۶ مربع فٹ۔ ۳۶۔ ۴۵۲ گز۔  
 ۳۷۔ ۴ پونڈ۔ ۳۸۔  $\frac{1}{11}$  ۱۱۹ مربع گز۔  
 ۳۹۔ ۳۲۰۰ ۶۲۴۰۰ ۶۲۴۰۰ ۳۲۰۰ مربع فٹ۔  
 ۴۰۔ ۱۵ ایکڑ۔ روڈ ۳۷۵۹۱ پل۔ ۴۱۔ ۱ روڈ ۲۶۵۶ پل۔  
 ۴۲۔ ۷۰۹ فٹ تقریباً۔ ۴۳۔ ۳۴۶۸ مربع فٹ۔  
 ۴۴۔ ۱۲۱۸ پونڈ ۱۹ شلنگ  $\frac{1}{4}$  پنس۔ ۴۵۔ ۴۷ فٹ تقریباً۔  
 ۴۶۔ ۹۸۴۱۵۲۵۱ مربع فٹ۔ ۴۷۔ ۱۲۵۵۹ کڑی۔  
 ۴۸۔ ۱۰ پونڈ ۴ شلنگ ۹ پنس۔ ۴۹۔ ۲ پونڈ ۵ شلنگ۔  
 ۵۰۔ ۳۰۵۵۳۰۵۴۳۵۹۵۴ مربع فٹ۔ ۵۱۔ ۵۷۱۹ فٹ۔  
 ۵۲۔ ۱۹۲۵۸۳۷ مربع کڑی۔ ۵۳۔ ۴۰۷ روپیہ ۵ آنہ۔  
 ۵۴۔ ۹۳۹۴۴۵۵۵ مربع گز۔ ۵۵۔ ۲۱ ایکڑ ۱ روڈ ۱۲۵۷ پل۔  
 ۵۶۔ ۲۳۳ مربع گز ۳ مربع فٹ۔ ۵۷۔ ۱۲۸۵۹ فٹ۔  
 ۵۸۔ ۴ پونڈ۔ ۵۹۔ ۲۰۲ فٹ تقریباً۔  
 ۶۰۔ ۲۴۰ گز۔ ۶۱۔ ۱۲۰ مربع فٹ۔  
 ۶۲۔ ۱۴۵۹۴۱ اینچ۔ ۶۳۔ ۱۷۵ فٹ۔  
 ۶۴۔ ۸  $\frac{1}{4}$  اینچ۔ ۶۵۔ ۱۵۷۹۹۔  
 ۶۷۔ ۱ ایکڑ۔ ۶۸۔ ۱۱۲۰ مربع گز۔

### نمبری ۶ (۱) صفحہ ۸۳

- ۱۔ ۳۱۲ مربع فٹ۔ ۲۔ ۵۲ مربع گز ۸ مربع فٹ۔  
 ۳۔ ۱۹۴۵۶۵۱۲ مربع زنجیر۔ ۴۔ ۸ فٹ۔  
 ۵۔ اگر ۲ فٹ۔ ۶۔ ۱۲ مربع فٹ ۱۰۸ مربع اینچ۔  
 ۷۔ ۲ گز۔ ۸۔ ۱۱۴۴ ۸۱۵۵ ایکڑ۔  
 ۹۔ ۱۰۶۵۸۲۰۰ اینچ۔ ۱۰۔ ۱۰۶۵۸۲۰۰ اینچ۔



۱۱۔ ۸۹ روپیہ ۲ آنہ۔ ۱۲۔ ۳۵۱۱ مربع انچ تقریباً۔ ۱۳۔ ۶۶ زنجیر۔

### نمبری ۶ (ب) صفحہ ۸۳

۱۴۔ ۳۲۰ بیگمہ۔ ۱۵۔ ۱۶ بیگمہ ۹ بسواس ۱۲ بسواسی۔  
 ۱۶۔ ۵۶ بیگمہ ۸ بسواس ۱۶ بسواسی۔ ۱۷۔  $\frac{۳۳}{۱۲}$  لاکھ۔  
 ۱۸۔ ۱ بیگمہ ۴ بسواس۔ ۱۹۔  $\frac{۴}{۲۷}$  بسواس۔

### سوالات امتحانات ۷

۱۔ ۵ فٹ،  $\frac{۳}{۵}$  فٹ۔ ۲۔ ۴۰۶، ۳۴۵، ۶۔  
 ۳۔ ۲ ایکڑ ۴۵۲۵ سینٹ۔ ۴۔ ۸۰۰۰ مربع فٹ۔  
 ۵۔ ۸ فٹ۔ ۶۔ ۲۹۱۵ فٹ، ۳۹۱۵ فٹ۔ ۸۔ ۱۲۰۰۰ مربع گز، ۱۳۳۳۸ گز، ۳۳۳ گز۔  
 ۹۔ ۱۰۲۹۶ مربع فٹ، ۱۲۵ فٹ، ۸۲۳۶۸ فٹ۔  
 ۱۰۔ ۴۹۳۷۱ فٹ، ۹۳۷۳۷ مربع فٹ۔  
 ۱۱۔ ۱۲۷۷۷۷، ۳۴۷۳، ۳۰۷۰۰۔  
 ۱۲۔ ۱۰۵۴ فٹ، ۶۲۵ فٹ، ۶۶۳۷۳ فٹ۔  
 ۱۳۔ ۱۳۵۰ مربع فٹ،  $\frac{۱}{۲}$  فٹ، ۳۷ فٹ، ۳۸۴ مربع فٹ۔  
 ۱۵۔ ۲ فٹ، ۲ مربع فٹ، ۴۸ مربع انچ۔ ۱۶۔ ۱۲۰ پونڈ، ۲ شلنگ، ۷ پنس۔  
 ۱۷۔ ۲۴۰۰ مربع فٹ، ۵۰ فٹ، ۴۸ فٹ۔

### نمبری ۷ (ا) صفحہ ۹۵

۱۔ ۲۱۳۰۰ مربع فٹ۔ ۲۔ ۱۰۲ مربع فٹ۔  
 ۳۔ ۴۳۷۴۲۴ مربع زنجیر۔ ۴۔ ۹۳۷۹۱۰۷ مربع زنجیر۔  
 ۵۔ ۱۱۲۰ مربع فٹ۔ ۶۔ ۲۴ مربع فٹ۔  
 ۷۔ ۴۳۷۰۲ مربع زنجیر۔ ۸۔ ۹۷۸۸۸ مربع زنجیر۔

- ۹ —  $\frac{1}{4}$  ۲۲ گز — ۱۰ — ۲۵ ۶۱ زنجیر —  
 ۱۱ — ۲۳۲ روپیہ ۱۴ آنہ — ۱۲ — ۷۴۸ روپیہ ۲ آنہ —  
 ۱۳ — ۱۱۵۰ روپیہ ۵ آنہ ۶۵۶ روپائی — ۱۴ — ۳۹۸ روپیہ ۱۵ آنہ ۵۳۸ روپائی —  
 ۱۵ — ۲۵ روپیہ — ۱۶ — ۸۰ گز —  
 ۱۷ — ۱۹ مربع گز ۹۹ مربع انچ — ۱۸ — ۷۱ فٹ ۹ فٹ — ۱۹ — ۲۸۸۶ مربع کڑی

### نمبری ۷ (ب) صفحہ ۹

- ۲۰ — ۳۲۲ بیگہ — ۲۱ — ۱۲ بیگہ بسواس ۴ بسوانسی —  
 ۲۲ — ۱۰۸۰ بیگہ — ۲۳ — ۱۸ بیگہ ۱ بسواس ۱۲ بسوانسی —  
 ۲۴ —  $\frac{1}{4}$  ۲۱ راسی — ۲۵ —  $\frac{1}{2}$  ۲۱ راسی —

### سوالات امتحانات کے

- ۱ — ۱۷۶۲ مربع فٹ — ۲ — ۷ زنجیر ۷۰ کڑی —  
 ۳ — ۱۲۰۵۴ مربع فٹ — ۵ — ۱۱۴ مربع فٹ —  
 ۶ — ۷۸ مربع فٹ — ۷ — ۷۵۰۰ مربع فٹ —  
 ۸ — ۲۰۴ مربع گز — ۹ — ۱۲۵۰۰۰ مربع فٹ —  
 ۱۰ — ۷۷ گز — ۱۱ — ۲ ایکڑ ۲ روڈ ۸ بول تقریباً —  
 ۱۲ — ۲۱۰ مربع گز — ۱۳ — ۱۲۱۲۵ ۱۲ ۳ ایکڑ —  
 ۱۴ — ۱۷۵۶۳۲ ایکڑ — ۱۵ — ۸۹ ۹۸ ۸۴ تقریباً ۸۴ ۸۴ تقریباً —  
 ۱۶ — ۱۰۸۳۳ مربع گز تقریباً — ۱۷ — ۲۳ فٹ ۷ فٹ ۷ فٹ —  
 ۱۸ — ۲۱۶ — ۱۹ —  $\frac{1}{4}$  ۱۲۸ مربع گز —  
 ۲۰ — ۳۳ فٹ ۳۳ فٹ ۳۳ فٹ ۳۳ فٹ — ۲۱ — ۱۷۳۴ ۹۹ ۳۴ ۱۴ مربع فٹ —  
 ۲۲ — ۲۰ ایکڑ — ۲۳ — ۳۶۶۹۳۳۴ ایکڑ —  
 ۲۴ — ۵۶۰ مربع فٹ — ۲۵ — ۲۶۲۶۶ مربع فٹ —



- ۲۷-..... ۱۲۲۹۷۸ مربع فٹ -  
 ۲۸-..... ۵۲۳۳۰ مربع فٹ -  
 ۲۹-..... ۹ -  
 ۳۰-..... ۱۰۱ گز -  
 ۳۱-..... ۴۵۴۹۷۹۲ مربع فٹ -  
 ۳۲-..... ۱ فٹ ۲ فٹ -  
 ۳۳-..... ۷۲۰ مربع گز -  
 ۳۴-.....  $\frac{1}{3}$  ۸۸۵ مربع فٹ -  
 ۳۵-.....  $\frac{3}{4}$  ۱۳ فٹ -  
 ۳۶-..... ۴۳ گز -  
 ۳۷-..... ۳۱۲۰ مربع زنجیر -

- ۳۸-.....  $\frac{1}{4}$  (۱-ب) (۱-ب+ج+د) (۱-ب+ج+د) (۱-ب+ج+د) -  
 ۳۹-..... ۵۴۰ مربع اینچ - ۴۰-..... ۶۰۰ مربع گز - ۴۱-..... ۴۹۴۷۰ مربع گز -

### نمبری ۸ (ا) صفحہ ۱۱۸

- ۱-..... ۵۳ مربع زنجیر ۲۵ مربع کڑی - ۲-..... ۱۶۶۷۲۷ مربع اینچ -  
 ۳-..... ۲۷۷۴۴۲ ایکڑ - ۴-..... ۵۸۴۷۵۶ مربع فٹ -  
 ۵-..... ۵۰۹۷۲۲ مربع اینچ - ۶-..... ۶۱۸۷۱۸ مربع کڑی -  
 ۷-..... ۶۱۷۹۳۴۴ مربع گز - ۸-..... ۲۷۴ روپیہ ۱۰ آنہ ۱۱ پائی تقریباً -  
 ۹-..... ۲۵۱۹۷۱ مربع گز -

### امثلہ نمبری ۸ (ب) صفحہ ۱۱۹

- ۱۰-..... ۱۲۷۹۹۰ بسواس - ۱۱-..... ۱۹۷۳۱ ایکڑ -  
 ۱۲-..... ۷۲۰ روپیہ ۱۰ آنہ ۱۱ پائی تقریباً -

### سوالات امتحانات ۷

- ۱-..... ۲۳۶۳۶ مربع فٹ تقریباً - ۲-..... ۲۵۹۷۸۰۷ مربع فٹ -  
 ۳-..... ۱۲ ایکڑ ۱۱ پول تقریباً - ۴-..... ۸۲۷۸۰۰ مربع فٹ -  
 ۵-..... ۲۹۳۷۸۹ مربع اینچ - ۶-..... ۴: ۳: ۳: ۴ -

- [illegible]

منبری ۹ (۱) صفحہ ۱۳۱

- ۱۔ ۱۹۸ ایکڑ۔  
۲۔ ۶۶ مربع فٹ ۱۱۷ مربع انچ۔  
۳۔ ۵۳۷۵ مربع ۱۳۶ مربع انچ۔  
۴۔ ۱۱ مربع گز ۷۲ مربع انچ۔  
۵۔ ۹۰۳ ۱۱ ایکڑ۔

نمبری ۹ (ب) صفحہ ۱۳۱

- ۶- ۲۰۱۴ بجیکه - ۷- ۱۱ بجیکه ۲۵۱۲ بسواس - ۸- ۲۶۵ بجیکه -

سوالات امتحانات ۹

- ۱- ۲۵۱۸۷۵ ایکڑ، ۵۰۰ کڑی - ۲- ۳۱۵۸۶۳۱ مربع گز -  
 ۳- ۱۶۰۲ مربع فٹ - ۴- ۱۹۲ مربع فٹ -  
 ۵- ۵۴۶ مربع فٹ، ۱۳ فٹ - ۶- ۲۷۸۱۳ مربع فٹ تقریباً - ۷- ۹۵۰ مربع گز -  
 ۸- ۷۲۳۰ مربع گز تقریباً - ۹- ۱۶۲۴۶۳۵۹۳۷۵ -



## سوالات امتحانات نمبری ۱۰ صفحہ ۱۴۰

- ۱- ۹۷۸ ی. ایکر - ۲- ۵۲۱۲۲ ی. ایکر - ۳- ۱۳۲۰۳ مربع گز - ۴- ۳۵۰۰۰ ی. ایکر  
 ۵- ۶۶۶۶۶ مربع زنجیر - ۶- ۱۰ ایکر - ۷- ۱۸ پل - ۸- ۲ ایکر - ۹- ۱۳۲۱۰ مربع گز  
 ۱۰- ۲۵۰ ی. ایکر - ۱۱- ۵۶۶۲ ی. ایکر - ۱۲- ۱۵۴ ی. ایکر

## نمبری ۱۱ (ا) صفحہ ۱۵۵

- ۱-  $\frac{۱۰}{۱۱}$  انچ - ۲- ۵ فٹ - ۳- ۲ فٹ  $\frac{۲۹}{۳۵}$  انچ - ۴-  $\frac{۱۱}{۱۲}$  فٹ - ۵-  $\frac{۱۶}{۳۷}$  فٹ - ۶-  $\frac{۱}{۳۳}$  گز - ۷- ۲۶۶۹ میل - ۸- ۳۵۲۴۵ انچ تقریباً - ۹-  $\frac{۱}{۳}$  میل - ۱۰- ۱۸۰ فٹ - ۱۱-  $\frac{۱}{۲}$  گز - ۱۲- ۲۳۰ فٹ

## نمبری ۱۱ (ب) صفحہ ۱۵۶

- ۱۳- ۲۱۳۱۵ لاکھ تقریباً - ۱۴- ۱۰۵۹ راسی تقریباً - ۱۵- ۳۶۱۶ لاکھ تقریباً - ۱۶- ۷ راسی ۵۷۵ لاکھ

## سوالات امتحانات ۱۱

- ۲- ۹ فٹ - ۳- ۳۳۳ فٹ - ۴-  $\frac{۱}{۳}$  فٹ - ۵- ۹ انچ - ۶-  $\frac{۱}{۳}$  فٹ - ۷- ۲۵ فٹ - ۸-  $\frac{۱}{۳}$  فٹ - ۹- ۱۰ فٹ - ۱۰- ۱۰ فٹ - ۱۱- ۱۰ فٹ - ۱۲- ۱۰ فٹ - ۱۳- ۱۰ فٹ - ۱۴- ۱۰ فٹ - ۱۵- ۱۰ فٹ - ۱۶- ۱۰ فٹ - ۱۷- ۱۰ فٹ - ۱۸- ۱۰ فٹ - ۱۹- ۱۰ فٹ - ۲۰- ۱۰ فٹ

۱۶ — ۲۰ اینچ —

۱۷ —  $\frac{1}{4}$  ۸۷ فٹ —

## نمبری (۱۲) صفحہ ۱۷۴

نوٹ — یہ نتائج ۲ کی قیمت پر انحصار ہو نیکی وجہ سے تقریبی ہیں: —

۳ —  $\frac{1}{4}$  ۵۶ گز —۱ —  $\frac{1}{4}$  ۵ فٹ — ۲ —  $\frac{1}{4}$  ۵۸ گز —۶ —  $\frac{1}{4}$  ۴ گز —۳ —  $\frac{1}{4}$  ۳ زنجیر ۹۲ کڑی — ۵ — ۲۸ اینچ —

۹ — ۵۵۰۰ گز —

۸ — ۱۴۷ زنجیر ۷ کڑی — ۷ —  $\frac{1}{4}$  ۲۱ گز —

۱۲ — ۹ میل فی گھنٹہ —

۱۱ — ۳۳ اینچ — ۱۰ — ۸۸ روپیہ —

۱۳ —  $\frac{1}{4}$  ۳۳ اینچ — ۱۲ —  $\frac{1}{4}$  ۲۸ اینچ ۳۰ — ۱۵ — ۲۸ اینچ ۳۰ —۱۴ —  $\frac{1}{4}$  ۱۲۷۲ فٹ — ۱۳ —  $\frac{1}{4}$  ۲۷۹۴ فٹ — ۱۸ — ۶۱۶ مربع گز —۱۹ —  $\frac{1}{4}$  ۳۴۶ مربع اینچ — ۲۰ — ۴ مربع فٹ ۴۰ مربع اینچ — ۲۱ — ۲۷۳ مربع گز ۷ مربع فٹ —

۲۲ — ۲۰ مربع گز ۱۰۶ مربع اینچ — ۲۳ — ۵۵ مربع زنجیر ۲۴ کڑی — ۲۴ — ۲۰ مربع گز ۱۰۶ مربع اینچ —

۲۵ — ۲۹ مربع زنجیر  $\frac{1}{4}$  ۶۲۱۱ مربع کڑی — ۲۶ — ۱۱ مربع گز — ۲۷ — ۲۳ مربع پول  $\frac{1}{4}$  ۱۱ مربع گز —

۲۸ — ۲۴۷۱۳ اینچ — ۲۹ — ۱۲۷۱۲ اینچ — ۳۰ — ۷ گز —

۳۱ — ۱۰۷۶ پائی — ۳۲ — ۶۷۲۱۳ زنجیر ۳۰ — ۱۹۷۷۹۸۸ زنجیر — ۳۳ — ۱۰۷۶ پائی —

۳۴ — ۱۵۷ روپیہ ۳ آنہ ۴ پائی — ۳۵ —  $\frac{1}{4}$  ۱۷۱۸ روپیہ — ۳۶ — ۲۴ روپیہ ۲ آنہ تقریباً —

۳۷ — ۳۹۲ فٹ — ۳۸ — ۵۰ ایکڑ — ۳۹ — ۲۴۷۱۳ زنجیر ۳۰ — ۱۹۷۷۹۸۸ زنجیر —

۴۰ — ۱۵۴ مربع فٹ — ۴۱ — ۲۰۷۸۰۲ اینچ — ۴۲ — ۲۴۷۱۳ زنجیر ۳۰ — ۱۹۷۷۹۸۸ زنجیر —

۴۳ — ۱۵۴ فٹ — ۴۴ — ۲۰۷۸۰۲ فٹ — ۴۵ — ۲۴۷۱۳ زنجیر ۳۰ — ۱۹۷۷۹۸۸ زنجیر —



۲۳- ۲۷ و ۲۵ گز - ۲۲- ۳: ۳۲ - ۲۵- ۲۲: ۲ -

## سوالات امتحانات

- ۱- ۱۳۲ فٹ - ۲- ۱۷۵ و ۱۶ فٹ - ۳- ۱۷۶ مربع فٹ -
- ۴- ۲۲۲ و ۳۹ گز - ۵- ۸۳۳ پونڈ و ۱ شلنگ ۳ پنس -
- ۶- ۲۱ و ۶ گز ۱۰۵ و ۸۳ گز ۳ و ۳ گز - ۷- ۲۸۲۰ گز -
- ۸- ۱۰ فٹ - ۹- ۴۹ و ۵۷ گز - ۱۰- ۲۵۵۷۰۰ مربع فٹ -
- ۱۱- ۹۸۸ و ۳ گز - ۱۲- ۱۲۷۲۷۲ و ۲۷ گز - ۱۳- ۲۲۵۰ فٹ -
- ۱۴- ۲۷ و ۵ فٹ - ۱۵- ۱۰۵ گز - ۱۶- ۱۳ و ۵ مربع فٹ -
- ۱۷- ۳۲: ۳۲ - ۱۸- ۱۴ فٹ - ۱۹- ۱ = ۱/۲ (۲۲ ± ۲) -
- ۲۰- ۲۲۰۰ و ۳۳ مربع پل - ۲۱- ۱۹ پونڈ و ۱ شلنگ ۳ پنس -
- ۲۲- ۲۸ و ۴ گز تقریباً - ۲۳- ۵۰۸۲ اینچ - ۲۴- ۲۱ مربع فٹ تقریباً -
- ۲۵- ۵ پونڈ ۱۹ شلنگ ۵ و ۲۲ پنس - ۲۶- ۲۷۹۳ و ۴ اینچ -
- ۲۸- ۳۹ فٹ، ۳۹ فٹ - ۲۹- ۲۸۱۵ و ۷ فٹ - ۳۰- ۵۷۰۲۳ میل -
- ۳۱- ۴۴۰۰ روپیہ - ۳۲- ۴۷۹ و ۴ اینچ - ۳۳- ۵۸۵۴ و ۴ مربع فٹ -
- ۳۴- ۲۳۲۰۴۴ و ۲ مربع فٹ، ۳۵ فٹ - ۳۵- ۲۳۶ مربع گز ۲ و ۸۲ مربع اینچ -
- ۳۶- ۷۱۷ و ۷ فٹ - ۳۷- ۲۱۷۴ مربع اینچ - ۳۸- ۲۰۷۱۱۷ و ۷ مربع فٹ -
- ۳۹- ۳۶ = ۷ مربع فٹ، ۴۰ = ۱۰۳ و ۱۱ مربع فٹ - ۴۰- ۲۷۷۷ گز -
- ۴۱- ۱۵۷۰۹۳ اینچ - ۴۲- ۳۱۴۱۵۹ و ۳ مربع فٹ -

۱۰ سوالات کے جوابات کی قیمت پر اختصار ہونے کی وجہ سے تقریبی ہیں :-

- ۳۳۔ ۹۸... میل - ۴۴۔ ۱۷۵ فٹ - ۴۵۔ ۷ گز -  
 ۴۶۔  $\frac{1}{2}$  ۱۱۷۴ مربع فٹ ۴۷۔ ۱۳۷ مربع فٹ تقریباً - ۴۸۔ ۱۸۱۸ فٹ -  
 ۴۹۔ ۹۳۵۹۸ مربع انچ - ۵۰۔ ۳۱۷۸ فٹ، ۱۷۸ فٹ -  
 ۵۱۔ ۳۹۱۹ مربع انچ - ۵۲۔ ۶۶۰ فٹ -  
 ۵۳۔ ۵۵۳۸۵۳ - ۵۴۔ ۱:۱۰۵۰۰ -

### نمبری (۱۳) صفحہ ۱۹۶

- ۱۔ ۳۲ فٹ - ۲۔ ۲ فٹ ۱۰ انچ - ۳۔ ۱۱ زنجیر ۲۵ کڑی یا  
 ۴۔ ۳ فٹ ۶ انچ - ۵۔ ۲۲ زنجیر ۶۸ کڑی -  
 ۶۔ ۷ فٹ ۱ انچ - ۷۔ ۴۵ زنجیر - ۸۔ ۲۱ کڑی -  
 ۱۰۔ ۳۷۵۹۹ انچ - ۱۱۔ ۳ فٹ ۵۱ انچ - ۱۲۔  $\frac{1}{2}$  ۸ انچ -  
 ۱۳۔ ۵ فٹ  $\frac{1}{2}$  ۱۱ انچ - ۱۴۔ ۳۲۲ انچ - ۱۵۔ ۱۰۵ -  
 ۱۶۔ ۲۲ - ۱۷۔ ۱۵۲۶ - ۱۸۔ ۱۹۶۰ کڑی -  
 ۱۹۔ ۲۱ گز - ۲۰۔ ۱ فٹ ۱۱ انچ - ۲۱۔ ۹ زنجیر ۳۳ کڑی -  
 ۲۲۔ ۵۵۵۵۵ انچ تقریباً - ۲۳۔ ۳ فٹ  $\frac{2}{3}$  ۶ انچ -

### سوالات امتحانات ۱۳

- ۱۔ ۳۱ فٹ - ۲۔ ۶۱۰۶۱۰۱۲ انچ یا ۳۹۳۹۳۱۷ انچ -  
 ۳۔ ۸۳۳۳ فٹ - ۴۔ ۱۰۱۷۱۰۱۷ فٹ، ۸۱۰۱۷ فٹ -  
 ۵۔ ۱۰۰ فٹ، ۳۹۳۳ فٹ، ۱۷۱۷ فٹ - ۶۔ ۵۰۷۷ فٹ -



۶- ۸۵۴ فٹ تقریباً - ۸- ۵۵۵۵۳ فٹ تقریباً -

۹-  $\frac{۱۰۵۵}{۱۰۵۹}$  میل ۲۲۳۱۰ - ۱۰- ۱۱۵۰۹ اینچ - ۱۱- ۲۹۳۳۱ -

۱۲- ۲۹ فٹ ۲۲۵.۴ فٹ تقریباً - ۱۳- ۱۰ فٹ ۵۰ فٹ -

۱۴- ۴ فٹ - ۱۵- ۵۴۴۵ فٹ - ۱۶- ۱۵ فٹ تقریباً -

۱۷- ۱۲۵۵۶۲ فٹ - ۱۸- ۶۸۵۱۳۷ اینچ - ۱۹- ۱۵ فٹ ۷ اینچ -

۲۰- ۱۰ اینچ - ۲۱-  $\frac{۲۶}{۳}$  فٹ - ۲۲- ۳۲۶ فٹ -

۲۳- ۱۵۵ - ۲۴- ۱۰۲ فٹ - ۲۵- ۳۱۳۱۵۹ مربع فٹ -

۲۶- ۹۵۰۴ میل تقریباً - ۲۷-  $\frac{۳۲}{۲}$  مربع اینچ -

۲۸- ۲۰ اینچ، ۱۵ اینچ - ۲۹- ۱۰۰۳ فٹ تقریباً -

### نمبری (۱۴) صفحہ ۲۱۸

۱-  $\frac{۱۳۳}{۲۱}$  مربع اینچ - ۲-  $\frac{۲۳}{۹۳}$  مربع فٹ -

۳- ۱۱ مربع گز ۳ مربع فٹ ۹۶ مربع اینچ - ۴- ۲۰۵۸۸۲۸ مربع زنجیر -

۵-  $\frac{۴}{۱۱}$  - ۶- ۳۵  $\frac{۹}{۱۱}$  - ۷- ۵۱۲۶۵۱۲ فٹ -

۸- ۵۲۴۵۲ اینچ - ۹- ۲۱۰ مربع اینچ - ۱۰-  $\frac{۱}{۲}$  مربع فٹ -

۱۱- ۵ فٹ - ۱۲- ۶ اینچ - ۱۳- ۶ اینچ -

۱۴- ۱ فٹ - ۱۵- ۲۱۶ - ۱۶- ۱۶۵۰۸ مربع اینچ -

۱۷- ۲۷۴۴ فٹ تقریباً - ۱۸-  $\frac{۱۰۰۸}{۳}$  مربع گز - ۱۹- ۱۲۲۵۴۱۲۲ مربع اینچ -

۲۰- ۳۵۸۳۱۲ مربع فٹ - ۲۱- ۲۷۴۴ مربع فٹ - ۲۲- ۱۰۵۰۸ مربع زنجیر -





۳۵ — ۳۳۵ تقریباً — ۳۶ — ۳۱۸ و ۱۱۹ مربع فٹ —

۳۷ — ۳۰۵۷ و ۱۵ اینچ — ۳۸ — ۲۸۵۶۵ مربع اینچ —

۳۸ — ۳۲۰۰۱ مربع فٹ — ۳۹ — ۱۱۷ و ۱۱۷ مربع فٹ —

### نمبر کی (۱۵) صفحہ ۲۳۳

۱ — ۴ فٹ، ۱۵ فٹ — ۲ — ۸ اینچ، ۱۸ اینچ — ۳ — ۵۸۶۹۲۸۵ مربع اینچ،  
۴ — ۲۹۲۵ گز، ۱۰۵۵۲ گز — ۵ — ۲۳۵۵۷۱۳۲۱ مربع اینچ

### سوالات امتحانات ۱۵

- ۱ — ۵۱۹۷۱ مربع فٹ — ۲ — ۱۲۵ و ۰۵ — ۳ — ۲۶ فٹ —
- ۴ — ۹ اینچ، ۲۲ اینچ — ۵ — ۲۵ و ۲۰ فٹ — ۶ — ۱۶۶ گز —
- ۷ — ۱۰ فٹ تقریباً — ۸ — ۱۳۲ و ۱۳ فٹ — ۹ — ۲۹۳ فٹ —
- ۱۰ — ۳۱۶ — ۱۱ — ۹۶۹۲۸ اینچ — ۱۲ — ۲۰ اینچ —
- ۱۳ — ۱۷۰۸۴۵۸ مربع فٹ تقریباً — ۱۴ — ۶۳۵۸۲۹۲ مربع زنجیر —
- ۱۵ — ۳۲ و ۱ اینچ — ۱۶ — ۱۷۵ و ۳۲۰۵ —

### نمبر کی (۱۶) صفحہ ۲۳۴

- ۱ — ۴۴ مربع فٹ — ۲ — ۴۳ و ۲ مربع فٹ — ۳ — ۱۸۸ و ۲ مربع فٹ —
- ۴ — ۱۱ مربع فٹ — ۵ — ۱۸۴ مربع فٹ — ۶ — ۷۶۰۵ و ۷ مربع فٹ —
- ۷ — ۲۰۶۲ مربع فٹ — ۸ — ۳۹۵۳۷۵۳ مربع فٹ —
- ۹ — ۱۲۵۴۴۴۴ مربع فٹ — ۱۰ — ۱۳۵۸۲ و ۷ مربع فٹ —

۱۱۔ ۶۵۲۳۸ مربع فٹ۔ ۱۲۔ ۳۶۰ مربع فٹ۔

### سوالات امتحانات ۱۶

۱۔ ۲۸۸۰ مربع فٹ۔ ۲۔ ۳۱۶۸ مربع فٹ۔  
 ۳۔ ۱۰۲ مربع فٹ۔ ۴۔ ۸۱۶ × ۵ اگر ۱۰ تو غلطی = ۵۳۶۔  
 ۵۔ ۲۵۸۰ مربع فٹ۔ ۶۔ ۹۴۰۰ مربع فٹ۔  
 ۷۔  $\frac{1}{4}$  ۳۳۰۹۳ مربع فٹ۔ ۸۔ ۳۹۰۰ مربع فٹ۔  
 ۹۔ ۹۲۴۶ مربع فٹ۔ ۱۰۔ ۳۹۲ مربع فٹ۔

### نمبری (۱۷) صفحہ ۲۴۸

۱۔ ۲۴۲ مربع گز۔ ۲۔ ۳ اینچ۔ ۳۔ ۹۰ مربع اینچ۔  
 ۴۔ ۷۲ مربع اینچ۔ ۵۔ ۱ اینچ = ۲۶۴ اینچ۔ ۶۔ ۱ اینچ =  $\frac{3}{4}$  میل۔  
 ۷۔ ۲۶ فٹ، ۲۸ فٹ، ۳۰ فٹ۔ ۸۔ ۱۲ فٹ، ۱۹ فٹ، ۲۰ فٹ۔ ۹۔ ۶ فٹ، ۵ فٹ، ۳ اینچ۔  
 ۱۰۔ ۲ فٹ، ۴ فٹ، ۲ اینچ۔ ۱۱۔ ۱۶۵۵۲۶ فٹ۔  
 ۱۲۔ ۱۱۶۱۱۱۱ اینچ، ۱۳۵۵ اینچ۔ ۱۳۔ ۱۰۵۵۵۵۵۵ اینچ۔  
 ۱۴۔ ۱۴۴۴۴۴ اینچ، ۱۴۴۴۴۴ اینچ۔

### سوالات امتحانات ۱۷

۱۔ ۲۸۵۹۵ فٹ، ۹۵۹۵ فٹ۔ ۲۔ ۱۹۹ : ۲۸۹۔  
 ۳۔ ۲۵۵۲۵ مربع اینچ۔ ۴۔  $\frac{1}{4}$  ۳۱۶۸ مربع فٹ،  $\frac{1}{4}$  ۹۴۰۰ مربع فٹ۔  
 ۵۔ ۲۴۲ فٹ۔ ۶۔ ۱ اینچ = ۱۴۴ گز۔ ۷۔ ۱ اینچ = ۱۴۴ گز۔  
 ۸۔ ۱۱۵ فٹ، ۱۵۶ فٹ، ۱۹۵ فٹ۔ ۹۔ ۶۰ ایکڑ، ۸۵ سینٹ۔





# فهرست اصطلاحات

## مساحت

(حصه اول)

### A

Absurd

Acute-Angled triangle

Arc

Arcs of circles

Area

مسل  
مثلث حاده الزاویه  
قوس  
قوس دایره  
رقبه

Circumscribed

circle

Collection

Common distance

Complex fraction

Computed area

Concentric

Contracted

Corresponding

Corresponding  
lines

Corresponding  
square

Curve

Curvilinear  
figure

حائط دایره -

بیرون دایره

مجموعه

مشترک فاصله

کسر مرکب

تخمینی رقبه

هم مرکز

مختصر

متناظر

متناظر خطوط

متناظر مربع

منحنی

شکل منحنی الاضلاع

شکل منحنی

### B

Base line

Bounding lines

اساسی خط بنیادی خط

سرحد

### C

Central angle

Centre

Chain

Chord

Chords of circles

Circle

Circumference

مرکزی زاویه

مرکز

زنجیر

وتر

وتر دایره

دایره

محیط

متناظر خطوط

متناظر مربع

منحنی

شکل منحنی الاضلاع

شکل منحنی



## D

Dado

روغنی حاشیہ  
موشریا دس ضلعی

Decagon

Diagonal

وتر

Diametre

قطر

Dimensions

ابعاد

Diviser

مقسوم علیہ

Dodecagon

بارہ ضلعی

Duodecimals

اثنا عشریہ

## E

Elliptical

ناقص نما

Equidistant

مساوی الفصل

Equilateral

{ مساوی الاضلاع مثلث

triangle

Extremities

سرے

## F

Field book

پیمائش بیاض

Flagstaff

جھنڈے کی ٹکڑی

Formulae

ضابطے

## G

Geometry

علم ہندسہ

Grind stone

سان پتھر

## H

Handrail

دستی سلاخ

Heptagon

سبع یا سات ضلعی

Hexagon

مسدس یا سات ضلعی

Horizontal plane

افقی میدان

Hypotenuse

وتر۔ پیش قائمہ

## I

Illustrative examples

توضیحی مثالیں

Incommensurable

تباہ

Index

قوت نما

Inscribed circle

اندرونی دائرہ

Inset

اندرونی عمود

Integral figures

صحیح اعداد

Interval

وقفہ

Irregular

غیر منتظم

Isosceles triangle

مساوی الساقین مثلث

Isosceles right-

{ مساوی الساقین

angled triangle

{ مثلث قائم الزاویہ

## L

Linear foot

طولی قدم

Linear prime

طولی ادنیٰ

Linear unit

طولی اکائیاں

Link

کرچی

## M

Magnitude

مقدار

Major axis

محور اعظم

Major segment

قطعہ کبیر

Minor axis

محور اصغر

Minor segment	قطعهٔ صغیر	Proposition	مسئله
Moat	خندق		
<b>N</b>		<b>Q</b>	
Nonagon	نوزمعی	Quadrant	ربع دایره
<b>O</b>		Quadrilateral	ذوابعه الاضلاع یا چار ضلعی
Obtuse angle	زاویهٔ منفربه	Quindicagon	پندره ضلعی
Obtuse-angled triangle	مثلث منفربه الزاویه	Quotient	خارج قسمت
Octagon	مشتن یا آه ضلعی	<b>R</b>	
Off set	بیرونی عمود	Radius	نصف قطر
Ordinate	معین	Rectangle	مستطیل
Outlying corners	بقیهٔ راس	Rectilineal figure	شکل مستقیم الاضلاع - شکل متغنی
Outlying vertices	بقیهٔ راس	Reduction	تحوّل
<b>P</b>		Regular	منتظم
Parallelogram	متوازی الاضلاع	Rhombus	معین
Pentagon	مخمس یا پانچ ضلعی	Right-angled-triangle	ثلاث الزاویه مثلث
Perimeter	احاط	Ring	حلقه
Periphery	گھیرا	<b>S</b>	
Pieces	تکڑے	Section	تراش
Plan	نقشه	Sector	قطاع
Plane figure	شکل مستوی	Segment	قطعه
Planks	تخته	Semi-arc	نصف قوس
Polygon	اکثیر الاضلاع	Semi-chord	نصف وتر
Pond	کنده	Semi-major axis	نصف محور اعظم
Produced	ممدوده	Sem-minor axis	نصف محور اصغر



Semi-perimeter	نصف احاطه	Thickness	موٹائی
Similar figures	متشابه اشکال	To turf	بتہ لگانا
Slopes	اتار	Transverse section	عرضی تراش
Solid prime	محسوس اولی	Trapezoid	منحرف نما - شکل منحرف
Span	فصل	Triangle	شدت
Square	مربع	Turn	پسیت
Square root	جذر المربع	U	
Station	مقامہ	Undecagon	گیارہ ضلعی
Superficial feet	سطحی فٹ	V	
Superficial prime	سطحی اولی	Vertex	راس
Superficial primes	سطحی اولیات	W	
Surveyor	پیمائش کنندہ	Winding stair case	پیچ نما سیڑھی
T		Z	
		Zone	منطقہ

ت

# غلط مکمل

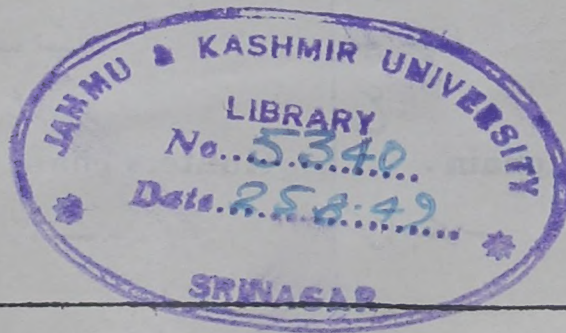
## مساحت حصہ اول

صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۴	۴	۱۲/۳۳۵۶۰۸	۱۲) ۳۳۵۶۰۸
"	۹	۲ ایکر	۳ ایکر
"	۱۶	۱۶۳۴۲ $\frac{1}{4}$ ←	۱۶۳۴۳ $\frac{1}{4}$ ←
۲۴	۷	ہیں۔	ہے۔
۳۳	۳۱	۱۰	۱۰
۳۵	شکل مجاوی سطور ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶		ج
"	۱۸	ب چونکہ —	اب چونکہ
۳۸	۱۲		وتر کا
۴۴	۲۰	کا و مکان	کا پایہ مکان
۴۷	۱۷	ے	ے
۷۲	۱۷		برج
۱۳۴	۱۲	ب ب،	ب ب،
"	۱۶	ع	ع
۱۳۵	فٹ نوٹ مسا سطر		Gunter's chain
۱۶۱	۲۱	کرتا ہے۔	کرتا ہے۔



صفحہ	سطر	غلط	صحیح
۱۶۵	۱۱	۲۷	۲۷
۱۷۱	۱۷	x =	x =
۱۸۰	۲۳	پیشہ	پیشہ
۱۸۱	پیشانی	ب	باب
۱۸۳	۲	کٹہرا	کٹہرا
۱۹۵	۷	مثال	مثال
۲۰۲	آخری شکل میں	ر	ر
۲۰۴	۱۱	-۲۱	= ۲۱
۲۰۶	۲	ے	ہے
۷	۹	رقبہ	رقبہ
۲۱۶	۱۸		اور
۲۲۰	۱۴	ہیں: انکی	ہیں: ان کی
۲۳۶	۱۰	ب ب	ب ب
۲۳۷	شکل میں	ج	ج
۷	۷		ج
۲۵۱	۲۲	کردر	کردر

یہ سہ











**ALLAMA  
IQBAL LIBRARY**

**UNIVERSITY OF KASHMIR  
HELP TO KEEP THIS BOOK  
FRESH AND CLEAN**